

Севастопольский государственный университет

**С.М. БРАТАН, Е.А. ЛЕВЧЕНКО,
Н.И. ПОКИНТЕЛИЦА, А.О. ХАРЧЕНКО**

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

УЧЕБНИК

Электронно-
Библиотечная
СИСТЕМА
znanium.com

Москва
ВУЗОВСКИЙ УЧЕБНИК
ИНФРА-М
2018

УДК 62-1(075.8)
ББК 30я73
Б87

Рецензенты:

С.Л. Леонов, д-р техн. наук, профессор;
С.М. Горбатюк, д-р техн. наук, профессор

Братан С.М.

Б87 Автоматическое управление процессами механической обработки : учебник / С.М. Братан, Е.А. Левченко, Н.И. Покинтелица, А.О. Харченко. — М. : Вузовский учебник : ИНФРА-М, 2018. — 228 с.

ISBN 978-5-9558-0514-6 (Вузовский учебник)

ISBN 978-5-16-012153-6 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-104959-4 (ИНФРА-М, online)

В книге изложены основы теории и расчета автоматических систем управления процессами механической обработки в линейном приближении. Рассмотрены пути повышения эффективности автоматических систем управления процессами механической обработки и приведены их типовые примеры и задачи.

Книга предназначена в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Машиностроение», «Инженерная механика», «Автоматизация технологических процессов и производств». В отдельных своих частях книга может представлять интерес для работников промышленности и исследовательских учреждений.

УДК 62-1(075.8)
ББК 30я73

ISBN 978-5-9558-0514-6 (Вузовский учебник)
ISBN 978-5-16-012153-6 (ИНФРА-М, print)
ISBN 978-5-16-104959-4 (ИНФРА-М, online)

© Вузовский учебник, 2016

ВВЕДЕНИЕ

Проблема управления объектами машиностроения как составной части управления технической системой производства в свете научно-технического прогресса из года в год приобретает все большее значение.

Цель управления — повышение эффективности использования продукции и экономичности следящим воздействием на технологический процесс и техническое состояние изделий. Процесс управления направлен на создание, внедрение и применение принципиально новой техники и технологии, на реализацию приоритетных и стратегических направлений научно-технического прогресса. Теория управления использует алгоритмы функционирования и на их основе строит алгоритмы управления, определяющие управляющие воздействия на объекты (изделия и процессы) с учетом функциональных свойств и существующих ограничений.

Алгоритмы функционирования строят проведением функционального анализа с последующей разработкой систем и процессов управления изделиями, технологическими объектами. Поэтому комплекс глубоких знаний и определенных навыков в области повышения эффективности обработки и выработки управляющих решений, в особенности совместимым воздействием на технологические объекты управления является необходимой составной частью профессиональной подготовки будущих специалистов в области машиностроения.

Учебник посвящен разработке методологического подхода к решению вопросов управления технологическим оборудованием как к виду деятельности, который можно исследовать, а его основами овладеть в процессе обучения.

Цель учебника состоит в том, чтобы ознакомить будущих специалистов с основами теории и практики управления, методами анализа и синтеза на базе математического моделирования технологического оборудования как объекта автоматической системы управления.

Приведены учебно-методические и научно-методические разработки авторов, выполненные в Севастопольском государственном университете (СевГУ), необходимые для решения задач учебного и научного характера.

Целью изучения дисциплины «Автоматическое управление процессами механической обработки» является формирование у студентов знаний методик расчета, проектирования и синтеза систем автоматического управления (САУ) процессами механической обработки. На основе усвоения отобранных теоретических и практических знаний, умений и навыков получить компетенции по моделированию

и квалифицированному применению на практике средств и методов расчета САУ процессами механической обработки.

В результате изучения дисциплины «Автоматическое управление процессами механической обработки» студент может получить в соответствии с Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательной программе высшего образования: (программа магистратуры, утвержденная приказом Минобрнауки РФ от 21 ноября 2014 г. № 1485) по направлению подготовки 15.04.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» следующие общепрофессиональные (ОПК) и профессиональные (ПК) компетенции:

- ОПК-1 — способность формулировать цели и задачи исследования в области конструкторско-технологической подготовки машиностроительных производств, выявлять приоритеты решения задач, выбирать и создавать критерии оценки;
- ПК-3 — способность составлять описания принципов действия проектируемых процессов, устройств, средств и систем конструкторско-технологического обеспечения машиностроительных производств, разрабатывать их эскизные, технические и рабочие проекты, проводить технические расчеты по выполняемым проектам, технико-экономическому и функционально-стоимостному анализу эффективности проектируемых машиностроительных производств, реализуемых ими технологий изготовления продукции, средствам и системам оснащения, проводить оценку инновационного потенциала выполняемых проектов и их риски.

Учебник также может быть полезен для студентов и аспирантов других специальностей, инженерно-технических работников машиностроительных предприятий, научно-исследовательских и проектных организаций.

Раздел 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1 ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ, АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ И РЕГУЛИРОВАНИЕ

Технологическое оборудование может быть представлено в виде системы, состоящей из двух частей: объекта управления (ОУ) и автоматического управляющего устройства (АУУ) (рис.1.1).

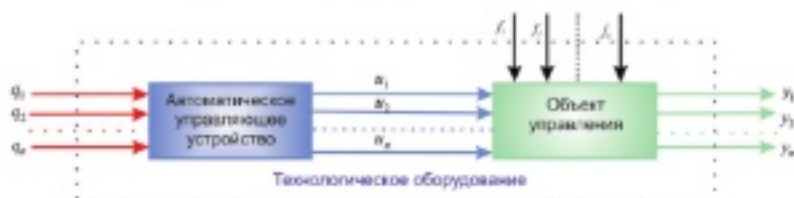


Рис. 1.1. Представление технологического оборудования как системы управления

Применительно к задачам автоматизации производства **объектом управления** называют некую совокупность технических средств, предназначенную для выполнения определенной части производственного процесса.

Автоматическое управляющее устройство осуществляет воздействия на объект, направленные на обеспечение требуемого изменения каких-либо физических величин y , характеризующих состояние объекта. Эти величины называют «выходными» или управляемыми величинами (координатами). Требуемые значения выходных величин в каждый момент времени определяются задающими воздействиями q . Внешние или возмущающие воздействия f нарушают нормальный ход производственного процесса и являются причинами отклонений фактического состояния объекта от заданного.

Требуемый закон изменения выходных величин поддерживается за счет управляющих воздействий u , которые формируются в автоматическом управляющем устройстве в соответствии с принятым алгоритмом (законом) управления. Разработка алгоритмов управления требует определенного объема информации о свойствах объекта, о предполагаемом диапазоне изменения возмущающих и задающих

воздействий. Эту информацию, используемую на стадии проектирования, называют **априорной**. Информацию о фактическом состоянии объекта, о его фактических свойствах, получаемую в процессе функционирования технологического объекта, называют **рабочей**. Как правило, чем меньше объем располагаемой априорной информации, тем больший объем рабочей информации нужен для эффективного функционирования оборудования.

Алгоритм управления и структура АУУ зависят от сложности управляемого объекта и числа управляемых величин. В наиболее простых системах, задачей которых является поддержание на заданном (постоянном или изменяющемся во времени) уровне одной управляемой величины, АУУ называют **регулятором**, а процесс автоматического управления — **автоматическим регулированием**. Таким образом, автоматическое регулирование — частный и наиболее простой вариант автоматического управления.

В тех случаях, когда объект управления представляет собой сложную совокупность технических средств, управление им требует использования некоторой совокупности довольно сложных управляющих устройств, которую называют **управляющей системой**. Управляющая система может быть автоматической и человеко-машинной, или автоматизированной.

1.2 Классификация автоматических систем

Системы, применяемые для автоматизации производственных процессов, можно разделить на два класса: **циклические** и **ациклические**.

Циклические системы (рис. 1.2, а) выполняют свои функции по заранее заданной программе без каких-либо изменений последовательности ее отдельных этапов или режимных параметров, несмотря на возможные изменения условий фактического протекания процесса. Примером такой системы может служить привод бесцентрово-шлифовального станка с ЧПУ (рис. 1.2, б).

Эти системы функционируют на основе априорной информации. Информация о возмущающих воздействиях и управляемых величинах не используется.

В **ациклических системах** (рис. 1.3) управление осуществляется с использованием рабочей информации о важнейших выходных величинах объекта или возмущающих воздействиях.

Программа работы не остается постоянной, структура цикла и параметры режима могут изменяться в зависимости от фактических условий протекания процесса. Примером может служить станок с системой ЧПУ, которая обладает способностью при заданном чистовом контуре детали автоматически программировать черновые проходы в зависимости от фактического распределения припуска на данном

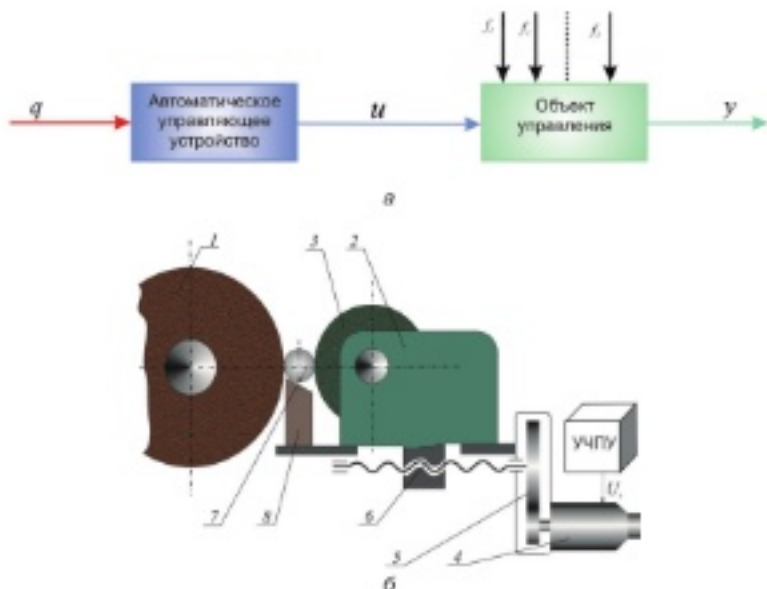


Рис. 1.2. Циклическая система: а — структура автоматической системы; б — привод радиальной подачи бесцентрово-шлифовального станка с ЧПУ (1 — шлифовальная бабка с кругом, 2 — подвижная бабка, 3 — ведущий круг, 4 — электродвигатель, 5 — редуктор, 6 — винт-гайка качения, 7 — деталь, 8 — нож)

экземпляре заготовки, или круглошлифовальный станок с системой ЧПУ, способной изменять циклы обработки с учетом изменения свойств круга за период его стойкости.

Характер рабочей информации, используемой для управления в автоматических системах, является одним из важнейших признаков для их классификации. По этому классификационному признаку АС делят на системы управления: 1) по возмущению; 2) по отклонению; 3) с комбинированным управлением.

При управлении по возмущению (рис.1.4, а) управляющее воздействие — U . Примером может служить токарный станок с системой ЧПУ, позволяющей вносить коррекцию подачи в зависимости от температуры в зоне резания (рис.1.4, б).

Достоинством систем, использующих этот принцип управления, является их простота и быстрая реакция на возмущения. Прежде чем на выходе инерционного объекта управления появятся существенные нарушения заданного закона изменения управляемой величины, вызванные возмущающим воздействием, на его вход от АУУ подается

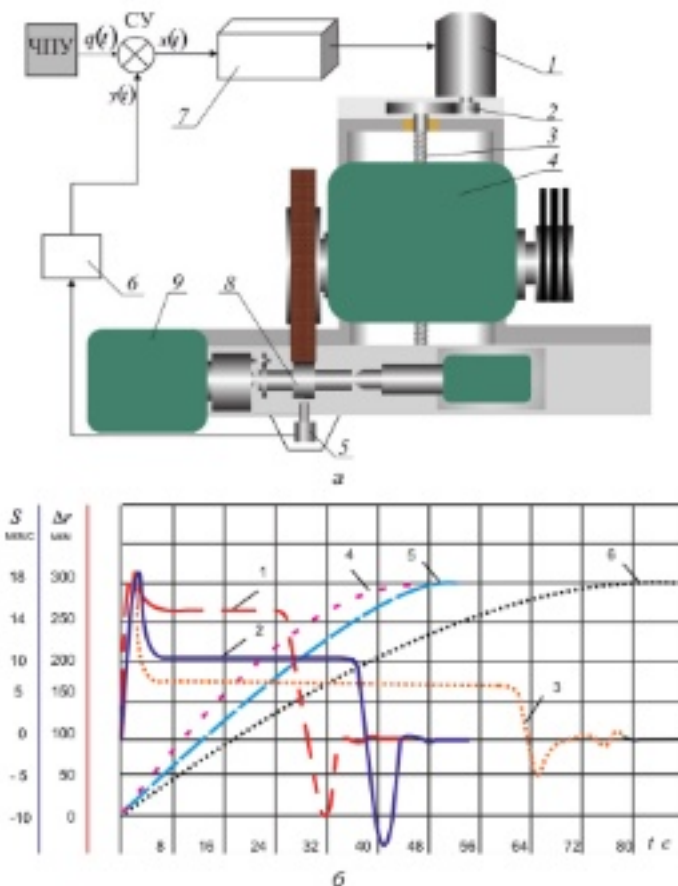


Рис. 1.3. Ациклическая система:

- а — схема обработки шеек валов (1 — двигатель постоянного тока, 2 — редуктор, 3 — ходовой винт, 4 — шлифовальная бабка, 5 — прибор активного контроля, 6 — дифференциальный усилитель, 7 — усилитель-преобразователь, 8 — деталь, 9 — передняя бабка); б — циклы для обработки шеек валов с учетом изменения свойств круга за период стойкости t : (1, 2, 3 — траектории изменения S для 5-ой, 7-ой и 13-ой детали соответственно; 4, 5, 6 — траектории изменения Δr для 5-ой, 7-ой и 13-ой детали соответственно)

управляющее воздействие, которое нейтрализует действие возмущения. Однако для того, чтобы система могла реагировать на несколько возмущающих факторов, необходимо соответственно увеличивать

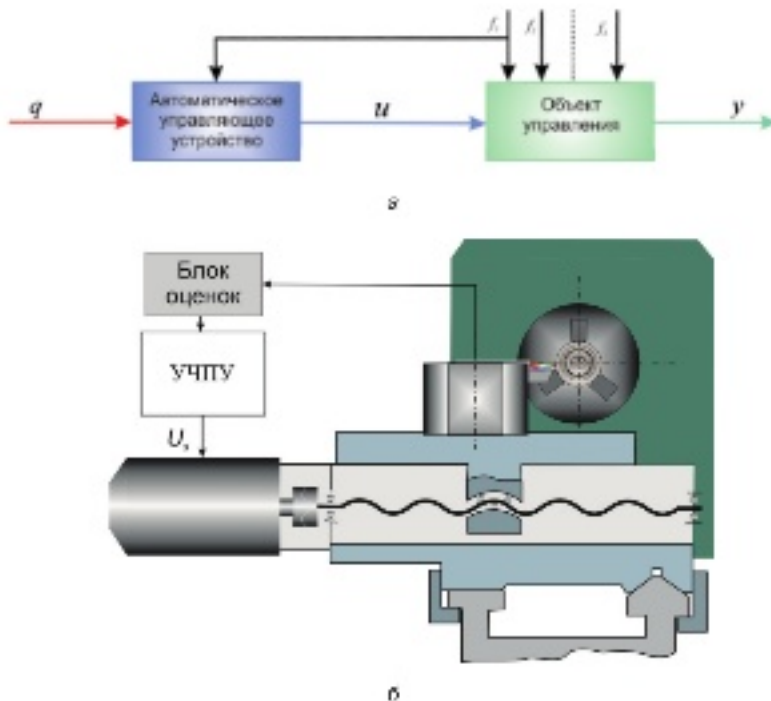


Рис. 1.4. Система управления по возмущению: а — структура автоматической системы, реализующей принцип управления по возмущению; б — привод радиальной подачи токарного станка с ЧПУ

число измерительных и корректирующих устройств, что существенно усложняет АУУ. Кроме того, не каждое возмущающее воздействие, которое может быть легко измерено, формируется в АУУ на основе контроля внешних возмущающих воздействий f . Появление непредвиденного возмущения может привести к значительным отклонениям управляемых величин. Поэтому принцип управления по возмущению успешно применяется в тех случаях, когда имеется небольшое число доминирующих возмущений (не более двух).

Другим недостатком управления по возмущению является требование строгого соответствия параметров объекта и АУУ. Изменение параметров объекта в процессе эксплуатации или неточное их определение при проектировании АС приводит к значительным отклонениям управляемой величины.

Оба отмеченных недостатка обусловлены тем, что истинное значение управляемой величины не контролируется.

Принцип управления по отклонению (рис. 1.5) предусматривает формирование управляющего воздействия в зависимости от знака и величины отклонения (ошибки) — разности между заданным и действительным значениями выходной величины в каждый момент времени.

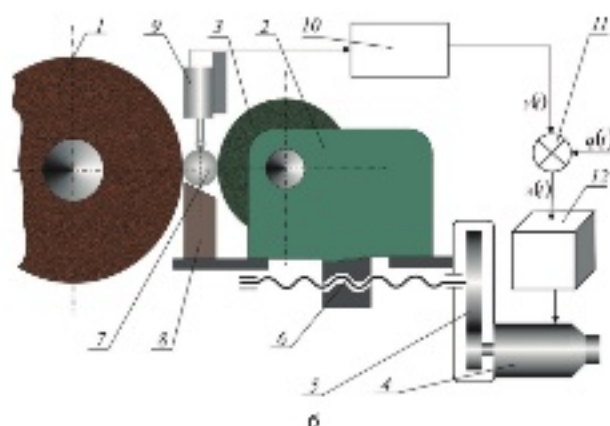
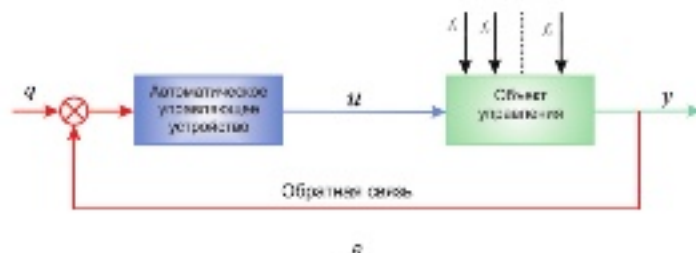


Рис. 1.5. Система управления по отклонению: а — структура автоматической системы, реализующая принцип управления по отклонению; б — привод радиальной подачи станка с ЧПУ с устройством активного контроля [1 — шлифовальная бабка с шлифовальным кругом, 2 — поджимная бабка с ведущим кругом 3, 4 — электродвигатель, 5 — редуктор, 6 — винт-гайка качения, 7 — деталь 8 — нож, 9 — индуктивный измерительный прибор, 10 — усилитель, 11 — сравнивающее устройство, 12 — усилитель—преобразователь]

Основным преимуществом этих систем является их способность выполнять свои функции при любом числе возмущающих воздействий, поскольку ни одно из них не измеряется.

Вместо возмущений здесь измеряется управляемая величина (y), ее значение непрерывно сравнивается с заданным. Таким образом, АУУ в этом случае реагирует на любое возмущение, которое вызвало появление отклонения.

Менее жесткие требования предъявляются и к соответствию параметров АУУ и объекта управления, поскольку появившееся в результате этого несоответствия отклонение будет ликвидировано согласно заложенному принципу управления.

Благодаря указанным преимуществам принцип управления по отклонению нашел самое широкое применение в автоматике. Однако в самом принципе заложен и основной недостаток рассматриваемых систем. Управляющее воздействие, направленное на ликвидацию отклонения, появляется лишь после того, как это отклонение появится, т.е. после того, как возмущающее воздействие «пройдет» через инерционный объект управления. Поэтому при быстром изменении возмущающих воздействий и инерционном объекте управляющие воздействия запаздывают даже при весьма хорошем быстродействии АУУ. Таким образом, наличие отклонения (ошибки) в неустановившихся режимах работы АС заложено самим принципом управления по отклонению. Кроме того, как будет показано в дальнейшем, эти системы по своей природе склонны к колебаниям.

Отмеченные недостатки отсутствуют у систем управления по возмущению. Поэтому при высоких требованиях к качеству управления в АС одновременно используются оба рассмотренных принципа, т.е. используется АС с комбинированным управлением (рис. 1.6).

Первый контур САУ осуществляет оценку глубины резания по соотношению:

$$l_s = R_i + r_{i-1} - A_i,$$

где R_i — радиус шлифовального круга на i -м обороте; A_i — межцентровое расстояние на i -м обороте; r_{i-1} — радиус заготовки перед совершением $i-1$ -го оборота. При шлифовании оцениваются возмущения (отклонения формы шлифовального круга и заготовки), текущее расстояние между центром вращения круга и заготовки. Необходимая радиальная поправка рассчитывается по уравнению баланса перемещений:

$$S_i = \Delta R_i + \Delta r_{i-1} - \Delta l_{s_i} + \Delta A_i + \Delta A_{\text{уп}},$$

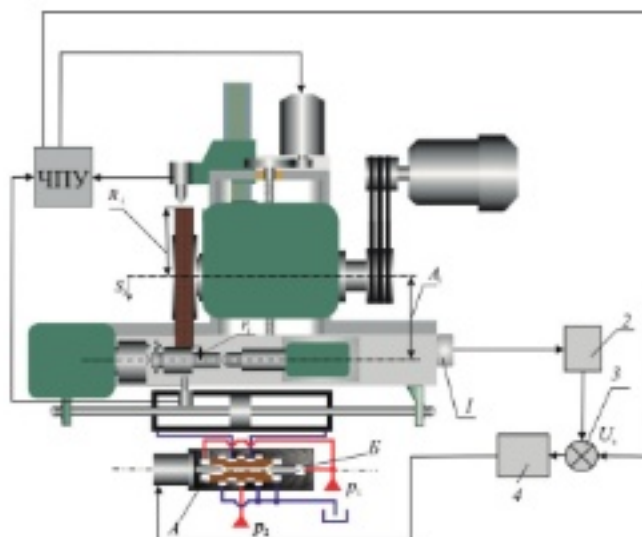
где ΔR_i — изменение радиус-вектора инструмента на i -м обороте, обусловленное линейным износом круга; Δr_{i-1} — изменение радиуса заготовки на $i-1$ -м обороте в результате съема материала; Δl_{s_i} — приращение фактической глубины резания; ΔA_i — приращение межцентрового расстояния A_i на i -м обороте за счет температурных деформаций; $\Delta A_{\text{уп}}$ — приращение упругих отжатий в технологической системе на i -м обороте.

Представленная на рис. 1.6 система управляется по двум каналам и позволяет обеспечить гарантированное качество обработки за счет поддержания на заданном уровне глубины резания и скорости перемещения стола.

Второй контур регулирования обеспечивает необходимую скорость перемещения стола станка. Напряжение U_s в определенном



а



б

Рис. 1.6. Комбинированная система управления: а — структура автоматической системы реализующая принцип управления; б — привод радиальной подачи станка с ЧПУ с устройством активного контроля (1 — измерительный прибор, 2, 4 — усилители, 3 — сравнивающее устройство)

масштабе соответствующее требуемому значению скорости перемещения, подается на вход сравнивающего устройства, на другой вход сравнивающего устройства поступает сигнал, пропорциональный действующей скорости перемещения стола.

Величина погрешности через усилитель поступает на обмотки электромеханического преобразователя, при перемещении иглы электромеханическим преобразователем изменяется площадь проходного сечения между иглой и кромкой отверстия в плунжере.

Это приводит к изменению давления в полости A и перемещению плунжера, который будет перемещаться до тех пор, пока не установится прежнее проходное сечение между иглой и отверстием в плунжере и установится заданная скорость перемещения стола.

Другим классификационным признаком является конфигурация цепей передачи воздействий (сигналов). По этому признаку автоматические системы делят на **разомкнутые** и **замкнутые**. На рис. 1.7 приведена САУ с двумя контурами регулирования: замкнутым и разомкнутым.

Уменьшение диаметра шлифовального круга вследствие его износа приводит к уменьшению скорости резания. Для ее стабилизации необходимо регулировать частоту вращения электродвигателя 13 главного движения обратно пропорционально изменению диаметра шлифовального круга 10. С целью измерения фактического диаметра круга и как задающее устройство САУ использован потенциометрический датчик 12 перемещения, бегунок которого связан с ползуном прибора для правки шлифовального круга.

В разомкнутом контуре САУ сигнал $q_1(t)$, вырабатываемый задающим датчиком перемещения 12 (ЗД), поступает на управляющий вход тиристорного преобразователя 14 (ТП), нагрузкой которого является двигатель 13 (ДО) постоянного тока. Желаемая начальная скорость резания может устанавливаться предварительной настройкой потенциометра 12 по данным измерительных приборов. Главным возмущением для управляемого объекта является момент M_r от силы резания. Изменение момента приводит к изменению скорости резания в соответствии с динамическими свойствами системы и электромеханической характеристикой двигателя. Поэтому функциональное назначение системы — стабилизация скорости резания — в этом случае зависит от возмущения, которое снижает ее эксплуатационные показатели.

В замкнутых системах цепь передачи воздействий представляет собой замкнутый контур. Замыкание контура происходит за счет обратной связи. По линии обратной связи (ОС) информация о фактическом значении выходных величин объекта передается на вход системы — в суммирующее устройство (СУ). В зависимости от того, происходит ли в СУ сложение или вычитание сигналов, обратная связь называется положительной или отрицательной.

При врезном шлифовании (рис. 1.7, б) скорость снятия припуска пропорциональна радиальной подаче. На основе этого принципа построен замкнутый контур САУ, который функционирует следующим образом. Сигнал $q(t)$, соответствующий значению заданной скорости снятия припуска от стойки ЧПУ, подается на вход суммирующего устройства, на другой вход которого также поступает сигнал $u(t)$ от дифференциального усилителя 6, полученный от индуктивного измерительного прибора 5 в результате измерения размера заготовки в процессе шлифования.

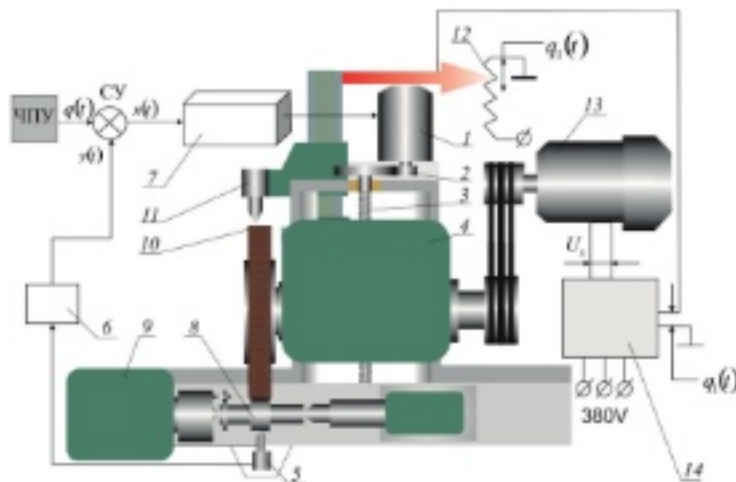


Рис. 1.7. САУ с замкнутым и разомкнутым контурами регулирования

Сигнал ошибки $x(t)$ подается на вход усилителя-преобразователя 7 и поступает на управляющие обмотки двигателя 1, который через редуктор посредством ходовой пары винт-гайка качения перемещает шлифовальную бабку 4 с требуемой скоростью в направлении радиальной подачи, обеспечивая заданную алгоритмом управления скорость снятия припуска.

На основании приведенного примера можно сделать заключение, что в замкнутых системах управляющее устройство воздействует на объект, который в свою очередь воздействует на управляющее устройство (этого нет в разомкнутых системах). Системы, в которых используется принцип управления по отклонению (рис. 1.3 и рис. 1.5), являются замкнутыми системами, обратная связь в них — отрицательная. В СУ производится вычитание сигналов, т.е. находится отклонение (ошибка):

$$x(t) = q(t) - y(t).$$

Если в АС существуют только местные обратные связи, охватывающие один или несколько элементов АУУ, то в целом система является разомкнутой.

В зависимости от требуемого закона $q(t)$ изменения управляемой величины автоматические системы принято делить на системы: а) стабилизации, б) программного управления, в) следящие, г) экстремальные.

Системы стабилизации предназначены для поддержания постоянного значения управляемой величины. Задающее воздействие в этих

системах постоянно ($q(t) = q_0 = const$). Основной задачей этих систем является борьба с вредным влиянием возмущающих воздействий.

Примером автоматической системы стабилизации является регулятор давления газа (газовый редуктор), приведенный на рис. 1.8.

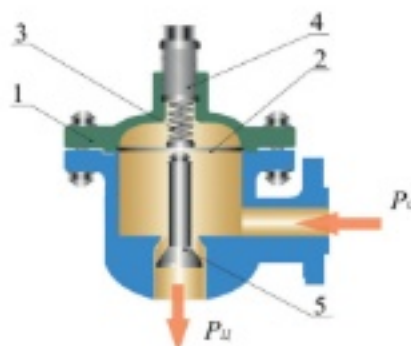


Рис. 1.8. Схема газового редуктора: 1 — корпус редуктора; 2 — мембрана; 3 — пружина, 4 — винт для регулирования давления газа на выходе; 5 — клапан; P_0 — давление газа на входе; P_1 — давление газа на выходе из редуктора

Данный регулятор предназначен для снижения давления P_0 газа, поступающего из подводящего трубопровода, до заданного значения P_1 , которое должно поддерживаться на выходе регулятора независимо от расхода Q . В данной системе расход газа является возмущающим воздействием. **Системы программного управления** (рис. 1.9) предназначены для изменения управляемой величины по заданному закону. Задающее воздействие представляет собой заранее известную функцию времени ($q = q_s(t)$) или какой-либо другой величины ($q = q_s(z)$) и называется программой управления (в первом случае — временной, во втором — параметрической).

Следящие системы предназначены для изменения управляемой величины объекта (угла поворота, частоты вращения и т.д.) по закону, который заранее известен. В таких системах задающее воздействие $q(t)$ может рассматриваться как случайная функция времени.

Примером следящей системы является гидравлическая координатная система фрезерного станка, принципиальная схема которой приведена на рис. 1.10.

В процессе функционирования привода фреза будет повторять (прослеживать) перемещения шупа, взаимодействующего с копиром 1, и формировать таким образом нужный профиль детали.

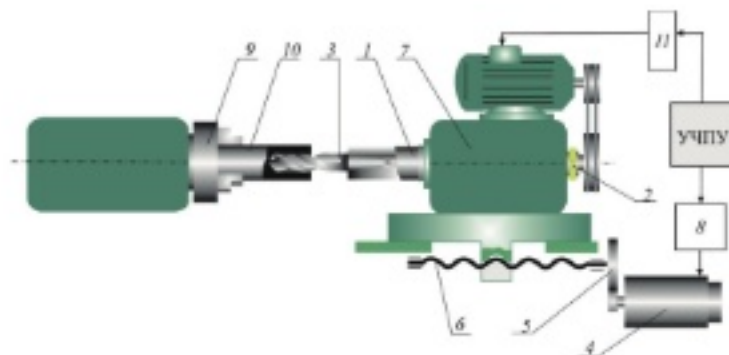


Рис.1.9. Система программного управления агрегатным станком:

- 1 — шпиндель силовой головки, 2 — измерительный прибор момента, 3 — сверло, 4 — двигатель постоянного тока, 5 — редуктор, 6 — ходовой винт, 7 — силовая головка, 8 — усилитель-преобразователь, 9 — патрон, 10 — деталь, 11 — усилитель

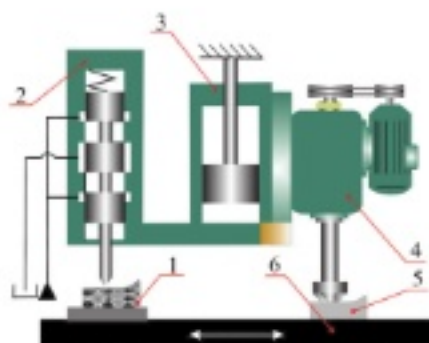


Рис. 1.10. Схема гидроконтрольной системы: 1 — копия, 2 — гидравлический золотник (усилитель), 3 — гидроцилиндр, 4 — фрезерная головка, 5 — деталь, 6 — стол станка

Экстремальные системы поддерживают наибольшее или наименьшее значение управляемой величины, возможное при конкретных условиях протекания процесса ($q = y_{ext}$).

Назначением этих систем является автоматическое отыскание управляющих воздействий, соответствующих экстремальному значению управляемой величины при неконтролируемом изменении

характеристик объекта и внешних условий, влияющих на положение экстремальной точки.

Системы оптимального управления по алгоритму поиска предполагают измерение в процессе обработки всех параметров, входящих в выражение целевой функции. При этом периодически вычисляют величину показателя оптимальности и посредством организационного поиска находят сочетание элементов режима обработки, при которых обеспечивается экстремальное значение показателя оптимальности.

Экстремальные системы подразделяют на **поисковые** и **беспоисковые**.

К преимуществам поисковых систем можно отнести потребность в малом объеме априорной информации для управления процессом. Это способствует более точному поддержанию экстремума показателя оптимальности, так как в меньшей степени сказывается наличие несоответствия априорной информации действительности.

Основными недостатками поисковых систем оптимального управления являются значительные затраты времени, связанные с поиском экстремума, и сложность реализации системы. В некоторых случаях время на поиск экстремума может оказаться соизмеримым со временем обработки детали, что сводит на нет преимущество такой системы. Значительной трудностью при создании подобных систем является определение фактической скорости износа инструмента или периода его стойкости, без чего невозможен расчет мгновенных значений показателя оптимальности. Серьезной задачей является также выбор алгоритма поиска после получения информации о действительном значении показателя.

К системам оптимального управления токарными станками относятся и беспоисковые системы оптимизации. Системы имеют определенную структуру и, как правило, осуществляют управление по регулярному алгоритму. Подобные системы основаны на предварительной разработке математической модели процесса резания, на основании которой при получении информации о возмущающих воздействиях (изменения глубины резания, твердости обрабатываемого материала, износа режущего инструмента) можно рассчитывать величину и знак необходимого изменения управляемых переменных. Эффективность беспоисковых систем зависит от точности соответствия принятой модели фактическому процессу. Наибольшее распространение нашли системы, обеспечивающие максимально допустимый силовой режим регулированием минутной подачи и поддержание заданной стойкости режущего инструмента регулированием скорости резания. В процессе обработки по мере изменения возмущающих факторов сила резания меняет свое значение. Измеряя текущее значение силы резания или мощности двигателя привода главного движения, производят ее стабилизацию изменением минутной

подачи. Для стабилизации экономичной стойкости режущего инструмента производят регулирование скорости резания. При этом используют какую-либо из обобщенных эмпирических зависимостей, связывающих один из основных выходных параметров процесса резания — стойкость инструмента с первичными параметрами, в первую очередь со скоростью резания, подачей, глубиной резания.

Двухконтурная автоматическая система управления токарным станком, разработанная в СевГУ [1], показана на рис. 1.11.

Система реализована следующим образом. При обработке детали 1 резцом 2, установленным на суппорте 3, сигнал от датчика мощности 8 через сумматор 7 и усилитель 6 поступает на привод продольной подачи 4, который изменяет подачу до восстановления заданной мощности резания.

Текущее значение подачи фиксируется датчиком 5, напряжение с выхода которого поступает на усилитель 15 и сравнивается с управляющим воздействием U в блоке 7. Изменение подачи оказывает влияние на интенсивность износа инструмента.

Информация от датчика 14 температуры (естественная термопара резец—деталь) в сумматоре 13 сравнивается с заданной U_1 , и через усилитель 12 поступает на исполнительный механизм 11, изменяющий скорость вращения привода главного движения 9, стабилизируя температуру в зоне резания и устанавливая экстремальную для данного состояния объекта скорость резания.

Интенсивность износа поддерживается на оптимальном уровне. Для обеспечения устойчивости системы управления используется масштабирующее устройство 10, осуществляющее связь между скоростью и подачей, сохраняя подачу на оборот при изменении минутной подачи.

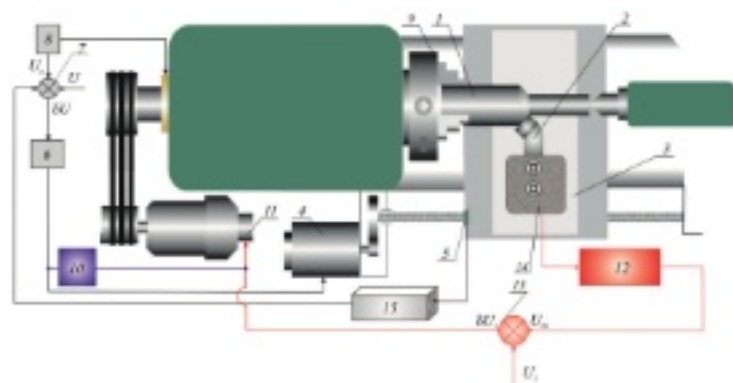


Рис. 1.11. Двухконтурная автоматическая система управления токарным станком

В зависимости от способности АУУ автоматически изменять свои характеристики АС делят на обычные и самоприспосабливающиеся (адаптивные). Обычные (априорные) системы обеспечивают требуемый результат управления только при наиболее вероятных условиях работы, принятых при их проектировании. В процессе эксплуатации характеристики отдельных звеньев и структура АУУ автоматически не изменяются.

Адаптивные системы обладают способностью автоматически изменять параметры отдельных элементов АУУ, алгоритм управления и даже математическое описание цели управления (целевую функцию). Эти изменения происходят в процессе функционирования АС на основе более полного по сравнению с обычными системами использования рабочей информации. При одинаковом качестве управления адаптивные системы по сравнению с обычными требуют меньшего объема априорной информации при создании, но большего объема рабочей информации в процессе функционирования. Они применяются в тех случаях, когда получение априорной информации о свойствах объекта или условиях его работы затруднено, а также в случаях, когда свойства объекта и АУУ существенно изменяются в процессе эксплуатации.

Помимо рассмотренных на рис. 1.12 используются и другие признаки для классификации автоматических систем.

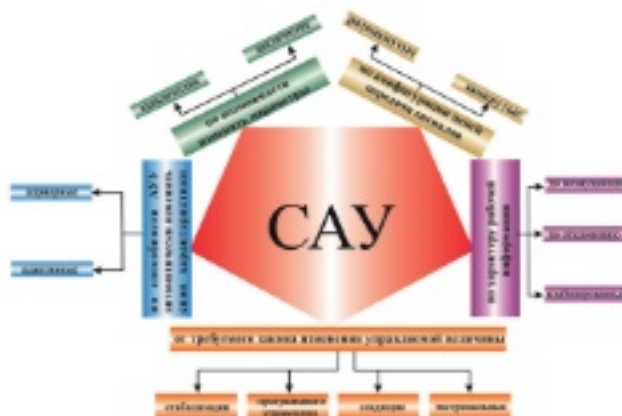


Рис. 1.12. Классификация автоматических систем

Раздел 2 УРАВНЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ И АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1 ПОНЯТИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ЗВЕНА

Для исследования и расчета автоматических систем прежде всего необходимо составить их математическое описание. С этой целью системы разбивают на отдельные элементы и для каждого из них составляют дифференциальные уравнения, которые записываются на основе соответствующих им физических законов. Чтобы отразить только динамические свойства элементов независимо от их физической природы в автоматике используется понятие динамического звена.

Динамическим звеном называется часть автоматической системы или элемента, описываемая определенным дифференциальным уравнением и обладающая свойством направленности действия. Направленность действия звена означает, что воздействия передаются в нем только в одном направлении — от входа к выходу, и выходная величина $x_2(t)$ (рис. 2.1) не влияет на входную величину $x_1(t)$.



Рис. 2.1. Схема динамического звена

Динамическим звеном можно представить элемент, совокупность элементов и автоматическую систему в целом.

2.2 УРАВНЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ И ПЕРЕХОДНОГО РЕЖИМОВ ЗВЕНА

Динамические звенья (автоматические системы, элементы автоматики) могут находиться в одном из двух режимов — **установившемся** или **переходном**. В свою очередь установившийся режим может быть **статическим** или **динамическим**.

Статический режим звена возникает в тех случаях, когда все внешние воздействия и параметры самого звена не изменяются во времени. Уравнения статического режима звеньев могут быть получены из их дифференциальных уравнений, если в последних приравнять

нулю производные от всех величин по времени. Динамический установившийся режим возникает, когда входная величина звена изменяется по какому-либо установившемуся закону. Например, такой режим возникает при поступлении на вход звена гармонических колебаний.

Поведение звена в статическом режиме полностью отражает его статическая характеристика (рис. 2.2).

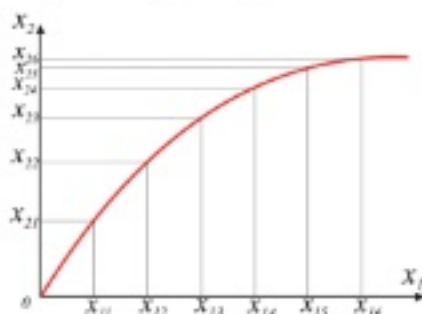


Рис. 2.2. Статическая характеристика звена

Ее построение проводят в следующем порядке. Входной величине придают определенное значение $x_1(t) = x_{11}(t)$. Определив «время, необходимое для затухания переходного процесса», определяют установившееся значение выходной величины ($x_2 = x_{21}$) и получают первую точку характеристики. Повторив эти измерения для разных значений входной величины, соединяют полученные точки линией.

Статические характеристики звеньев могут быть **линейными** (рис. 2.3, а) и **нелинейными** (рис. 2.3, б).

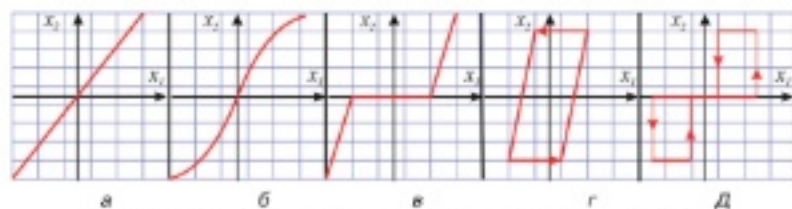


Рис. 2.3. Статические характеристики звеньев: а — линейная характеристика; б — однозначная нелинейная характеристика типа насыщения; в — характеристика с зоной нечувствительности; г — неоднозначная характеристика — петля люфта; д — релейная характеристика с зоной нечувствительности и с зонами неоднозначности

Приложение к автоматической системе изменяющихся внешних воздействий приводит к переходному режиму ее работы. В переход-

ных режимах связь между входной и выходной величинами какого-либо динамического звена описывается дифференциальным уравнением, которое при одной входной переменной в общем случае можно записать следующим образом:

$$F(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2, \dots) = 0. \quad (2.1)$$

Если функция F линейна по своим аргументам, то звено называется линейным, в противном случае — нелинейным. Наличие в автоматической системе хотя бы одного нелинейного звена делает всю систему нелинейной.

2.3 Линеаризация и форма записи дифференциальных уравнений

Исследование нелинейных автоматических систем аналитическими методами является более сложной задачей, чем исследование линейных систем. Поэтому, когда возможно, стремятся линеаризовать нелинейные уравнения, т.е. заменить их линейными дифференциальными уравнениями, решение которых достаточно близко к решению исходных нелинейных уравнений.

В основе линеаризации лежит предположение о том, что в исследуемом динамическом процессе отклонения переменных от их установившихся значений остаются все время достаточно малыми.

Линеаризация функции одной переменной $y = y(x)$ геометрически заключается в переходе от абсолютных величин x и y к их отклонениям Δx и Δy от установившихся значений x_0, y_0 и замене реальной кривой на касательную, проведенную в точке A установившегося состояния (рис. 2.4).

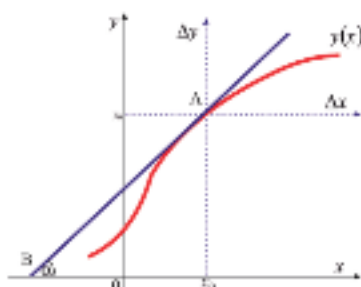


Рис. 2.4. Расчетная схема $y = y(x)$

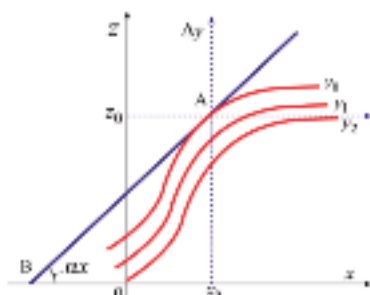


Рис. 2.5. Расчетная схема $z = z[x, y]$

Линеаризованное уравнение имеет вид — $\Delta y = k \Delta x$, где $k = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$ — тангенс угла наклона касательной AB к оси.

Рассмотрим теперь случай функции двух переменных $z = z(x, y)$.

На плоскости эту функцию можно представить в виде семейства кривых $z_i = z(x_i, y_i)$, которые строятся для фиксированных значений переменной y (рис.2.5). Пусть точка A с координатами x_0, y_0, z_0 соответствует установившемуся состоянию звена. Разложим исходную функцию в ряд Тейлора в окрестностях точки A и, отбросив члены ряда выше первого порядка малости, получим следующую приближенную зависимость:

$$z = z_0 + k_x(x - x_0) + k_y(y - y_0),$$

где $k_x = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$ и $k_y = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$ — значения частных производных функции $z[x, y]$, вычисленные при $x = x_0$ и $y = y_0$.

Введя обозначения: $\Delta z = z - z_0, \Delta x = x - x_0, \Delta y = y - y_0$, получим линеаризованное уравнение в окончательном виде: $\Delta z = k_x \Delta x + k_y \Delta y$.

Нетрудно убедиться, что коэффициент k_x равен тангенсу угла наклона касательной в точке A относительно оси абсцисс.

Частным случаем функции двух переменных является произведение $z = xy$, после линеаризации которого получаем $\Delta z = y_0 \Delta x + x_0 \Delta y$.

В общем случае динамическое звено описывается нелинейным дифференциальным уравнением вида (2.1), где x_1 и x_2 — соответственно входная и выходная переменные. Рассматривая $x_1, \dot{x}_1, \dots, x_2, \dot{x}_2, \dots$ как независимые переменные аналогично с приведенным случаем, получим линейное дифференциальное уравнение для отклонений переменных:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)_0 \Delta x_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_1}\right)_0 \Delta \dot{x}_1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)_0 \Delta x_2 + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}_2}\right)_0 \Delta \dot{x}_2 + \left(\frac{\partial F}{\partial \ddot{x}_2}\right)_0 \Delta \ddot{x}_2 = 0, (2.2),$$

где величины вида $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ — значения частных производных функции F , получающиеся при подстановке нулевых значений производных $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ddot{x}_2$ и значений x_{10}, x_{20} , соответствующих установившемуся режиму звена.

Поскольку линеаризация основана на разложении в ряд Тейлора, она применима только к непрерывно дифференцируемым нелинейностям, которые называются **линеаризуемыми** (рис.2.3, б). Нелинейные звенья, не удовлетворявшие этому требованию, называются **существенно нелинейными** (рис.2.3, в, г, д).

В дальнейшем рассматриваются только линеаризованные уравнения звеньев, поэтому значок Δ будем опускать, а под величинами $x(t), f(t)$ и т.д. будем понимать отклонения переменных от их установившихся значений.

При записи дифференциальных уравнений в автоматике принято выходную величину и ее производные записывать в левой части уравнения, а входную и все остальные величины — в правой. Например, при наличии на входе звена сигнала x_1 и действии возмущения f дифференциальное уравнение звена может иметь вид:

$$\alpha_0 \frac{d^3 x_2}{dt^3} + \alpha_1 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \alpha_2 \frac{dx_2}{dt} + \alpha_3 x_2 = \beta_0 \frac{dx_1}{dt} + \beta_1 x_1 + cf. \quad (2.3)$$

Уравнения приводят к виду, при котором коэффициент при выходной величине или при ее низшей производной равен единице. Кроме того, для упрощения записи уравнений используется символ дифференцирования $p = dt$, т.е. пишется:

$$\frac{dx}{dt} = px, \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = p^2 x, \quad \frac{d^3 x}{dt^3} = p^3 x \text{ и т.д.}$$

Используя этот символ и разделив уравнение (2.3) на α_0 , получим дифференциальное уравнение в символьной записи:

$$(T_3^2 p^3 + T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)x_2(t) = (k_1 p + k_2)x_1(t) + k_3 f(t), \quad (2.4)$$

где k_1, k_2, k_3 — коэффициенты передачи, а величины T_1, T_2 и T_3 , имеющие размерность времени, называются постоянными времени звена. Размерность коэффициента передачи равна отношению размерностей соответствующих величин.

В нашем случае

$$[k_1] = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix}; [k_2] = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 \end{bmatrix}; [k_3] = \begin{bmatrix} x_2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Если размерность входных и выходной величин одинакова, то соответствующие коэффициенты — безразмерные и в зависимости от типа элемента, описываемого уравнением, называются **коэффициентами усиления** (для усилителей и т.п.) или **передаточным числом** (для редукторов).

Пример 1. Решение задач линеаризации нелинейных зависимостей

Линеаризовать зависимость, характеризующую взаимосвязи силы резания $P = C_p H^x S^y V^z k$ (ее составляющих) и параметров резания в точке с координатами: $H_0 = 1$ мм — глубина резания, $S_0 = 0,21$ мм/об — подача, $V_0 = 110$ м/мин — скорость резания. Оценить точность линеаризации при отклонении этих параметров: $\Delta H = 0,3$ мм; $\Delta S = 0,03$ мм/об; $\Delta V = 20$ м/мин, $C_p = 3000$; $x = 0,9$; $y = 0,6$; $z = -0,15$; $k = 1$.

Решение

Если функция $F = f(x, y, z)$ является нелинейной относительно переменных x, y и z , то она может быть линеаризована в некоторой точке $[x_0, y_0, z_0]$ (точке линеаризации) в соответствии с зависимостью:

$$\Delta F = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0 \Delta x + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0 \Delta y + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 \Delta z,$$

где $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0$ — значение частной производной от функции F по переменной x , рассчитанное в точке линеаризации. Символ Δ означает малые отклонения функции и переменных от их значений в точке линеаризации.

В соответствии с общей формулой линеаризации, линейная зависимость должна иметь такой вид:

$$\Delta P = k_1 \Delta H + k_2 \Delta S - k_3 \Delta V.$$

Определим коэффициенты, которые являются значениями частных производных в заданной точке линеаризации:

$$k_1 = \left(\frac{\partial P}{\partial H}\right)_0 = C_p x H_0^{x-1} S_0^y V_0^z k = 3000 \times 0,9 \times 1^{-0,1} \times 0,21^{0,6} \times 110^{-0,15} = 523.$$

$$k_2 = \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_0 = C_p y H_0^x S_0^{y-1} V_0^z k = 3000 \times 0,6 \times 1^{0,9} \times 0,21^{-0,4} \times 110^{-0,15} = 891.$$

$$k_3 = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_0 = C_p z H_0^x S_0^y V_0^{z-1} k = 3000 \times (-0,15) \times 1^{0,9} \times 0,21^{0,6} \times 110^{-1,15} = -0,09.$$

Таким образом, линеаризованная зависимость примет вид:

$$\Delta P = 523 \Delta H + 891 \Delta S - 0,09 \Delta V.$$

Теперь оценим точность линеаризации. Для этого сначала рассчитаем силу резания в точке линеаризации по нелинейной зависимости (точка A на рис. 2.6).

$$P_a = C_p H_0^x S_0^y V_0^z k = 3000 \times 1^{0,9} \times 0,21^{0,6} \times 110^{-0,15} \times 1 = 579 (H).$$

Затем рассчитаем силу резания снова по нелинейной зависимости в заданной точке оценки (точка B на рис. 2.6):

$$P_b = C_p H_b^x S_b^y V_b^z k = 3000 \times 1,3^{0,9} \times 0,3^{0,6} \times 130^{-0,15} \times 1 = 903 (H).$$

Определим погрешность по нелинейной зависимости:

$$\Delta P_1 = P_b - P_a = 903 - 579 = 324 (H).$$

Далее рассчитаем погрешность по линейной зависимости:

$$\Delta P_2 = 523 \times 0,3 + 891 \times 0,03 - 0,09 \times 20 = 203 (H).$$

Таким образом, точность этого метода линеаризации при заданных отклонениях составляет:

$$\delta = \frac{324 - 203}{324} \times 100\% = 37,3\%.$$

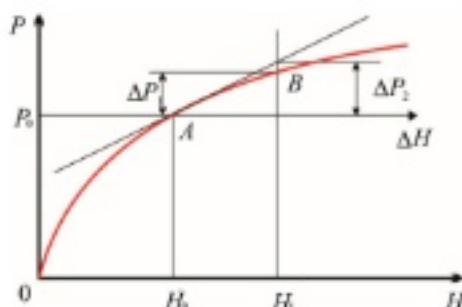


Рис. 2.6. К оценке точности линейаризации

Практические задачи

1. Линейаризовать зависимость силы резания от глубины, подачи и скорости резания в заданной точке линейаризации по выданному варианту — двузначная цифра (варианты заданий приведены в таблице 2.1).

2. Оценить точность линейаризации (для предложенных вариантов) при следующих отклонениях входных параметров вокруг точки линейаризации: $\Delta H = 0,3$ мм; $\Delta S = 0,03$ мм/об; $\Delta V = 20$ м/мин.

3. Дать графическую иллюстрацию полученных результатов.

В таблицах 2.2 и 2.3 приведены описания технологических процессов для основных видов механической обработки, которые представляют собой нелинейные функции и могут быть подвергнуты линейаризации при построении и анализе систем автоматического управления.

Таблица 2.1

Варианты заданий (к задаче 1)

Первая цифра	H_0 , мм	S_0 , мм/об	V_0 , м/мин	Вторая цифра	x	y	z	C_p
0	1,0	0,21	110	0	0,9	0,6	-0,15	3000
1	2,5	0,17	80	1	0,8	0,5	0	3500
2	1,5	0,07	200	2	0,7	0,6	-0,1	2000
3	2,0	0,13	160	3	0,9	0,7	0,1	4000
4	3,0	0,41	50	4	0,8	0,6	-0,2	2600
5	40	0,33	90	5	1,0	0,8	0	3200
6	3,5	0,11	140	6	0,6	0,9	-0,3	3800
7	4,5	0,15	70	7	0,9	0,5	0,1	2800
8	0,8	0,14	180	8	0,8	0,7	-0,2	2200
9	0,5	0,18	100	9	0,7	0,8	0,1	4200

Значения коэффициентов и показателей степеней при определении силы и момента резания

Вид обработки	Формула для определения силы резания в кН или момента в кНм	При обработке деталей из стали						Примечание
		C	x	y	z	n	m	
Точение, растачивание, строгание	$P_z = C_x H^x S^y (HB)^n$	27,9\3,57	1,00	0,75	—	0,35\0,75	HB<170\ HB>170	
	$P_y = C_y H^x S^y (HB)^n$	0,0027	0,9	0,75	—	2,00		
	$P_x = C_x H^x S^y (HB)^n$	0,021	1,2	0,65	—	1,50		
Отрезка и прорезка резцами	$P_z = C_x H^x S^y (HB)^n$	34,42\4,42	1,00	1,00	—	0,35\0,75	HB<170\ HB>170	
	$P_y = C_y H^x S^y (HB)^n$	0,0031	1,20	0,75	—	2,00		
	$P_x = C_x H^x S^y (HB)^n$							
Сверление	$P_x = C_x H^x S^y (HB)^n$	1,50	—	0,70	1,00	0,75		
	$M = C_m D^z S^z (HB)^n$	0,80	—	0,80	2,00	0,70		
Расклевывание	$P_x = C_x H^x S^y (HB)^n$	0,62	1,30	0,70	—	0,75		
	$M = C_m D^z S^z (HB)^n$	1,83	0,90	0,80	1,00	0,70		
Цилиндрическое фрезерование	$P = C_H^x S^y z^z B^z D^n$	68,0	0,86	0,74	1,00	-0,86		
Фрезерование торцовыми, дисковыми и отрезными фрезами	$P = C_H^x S^y z^z B^z D^n$	82,0	1,10	0,80	0,95	-1,10		
Фрезерование фасонными и угловыми фрезами	$P = C_H^x S^y z^z B^z D^n$	47,0	0,86	0,74	1,00	-0,86		

Вид обработки	Формула для определения силы резания в кН или момента в кНм	При обработке деталей из стали					Примечание
		C	x	y	z	n	
<i>При обработке деталей из чугуна и легированных сталей</i>							
Точение, растачивание, строгание	$P = C_x H^x S^y (HB)^z$	6,35; 5,14	1,00	0,75	—	0,55 1,30 1,50	HB < 170, HB > 170 HB < 170, HB > 170 HB < 170, HB > 170
	$P_y = C_y H^x S^y (HB)^z$	0,13\0,045	0,9	0,75	—		
	$P_z = C_z H^x S^y (HB)^z$	0,16\0,051	1,2	0,65	—		
Отрезка, прорезка резцами	$P = C_x H^x S^y (HB)^z$	8,82	1,00	1,00	—	0,55 1,30	
	$P_y = C_y H^x S^y (HB)^z$	0,12	1,20	0,75	—		
	$P_z = C_z H^x S^y (HB)^z$						
Сверление	$P = C_x H^x S^y (HB)^z$	2,60	—	0,80	2,00	0,60	
	$M = C_D D^x S^y (HB)^z$	1,00	—	1,00	2,40		
Расверливание	$P = C_x H^x S^y (HB)^z$	0,92	1,20	0,40	—	0,60	
	$M = C_D D^x S^y (HB)^z$	3,16	0,75	0,80	1,00		
Цилиндрическое фрезерование	$P = CH^x S^y z B^z D^z$	48,0	0,83	0,65	1,00	-0,83	
Фрезерование торц., диск. и отрез. фрезями	$P = CH^x S^y z B^z D^z$	70,0	1,14	0,70	0,90	-1,14	
Фрезерование фасонными и угловыми фрезями	$P = CH^x S^y z B^z D^z$	39,0	0,83	0,65	1,00	-0,83	

Таблица 2.3

Значение коэффициентов и показателей степени при определении скорости резания

Вид обработки	Формулы для расчета скорости резания в мм/мин	Для инструмента из быстрорежущей стали					
		C_v	m	x	y	z	n
Тошение, растачивание, строгание на продольно-строгальных станках	$V = \frac{C_v}{T_v^n H^x S^y} \left(\frac{HB}{200} \right)^z$	96,2	0,125	0,25	0,33	—	1,75
		60,8	0,125	0,25	0,66	—	1,75
		С охлаждением 1) $S < 0,25$ мм/об; 2) $S > 0,25$ мм/об					
		52,5	0,10	0,25	0,50	—	1,75
		42,0	0,10	0,25	0,66	—	1,75
		1) Без охлаждения $S < 0,25$ мм/об; $S > 0,25$ мм/об 2) Без охлаждения $S < 0,25$ мм/об; $S > 0,25$ мм/об					
Отрезка и прорезка канавок	$V = \frac{C_v}{T_v^n H^x S^y} \left(\frac{HB}{200} \right)^z$	21,8	0,25	—	0,66	—	1,75
		20,3	0,20	—	0,40	—	1,75
		1) С охлаждением; 2) без охлаждения					
Довление и строгание на продольно-строгальных станках	$V = \frac{C_v}{T_v^n H^x S^y} \left(\frac{HB}{200} \right)^z$	43,2	0,10	0,25	0,50	—	1,51
		Без охлаждения					
Сверление деталей из стали HB < 155	$V = \frac{C_v D^y (HB)^z}{T_v^n H^x}$	0,04	0,20	—	0,70	0,65	0,90
		0,10	0,20	—	0,50	0,40	0,90
		Сверло 1) D < 10 мм; 2) D > 10 мм					

Вид обработки	Формулы для расчета скорости резания в мм/мин	Для инструмента из быстрорежущей стали					
		C_v	m	x	y	z	n
Сверление деталей из стали HB>155	$V = \frac{C_v D^x}{T_v^n H^y S^z (HB)^n}$	380	0,20	-	0,70	0,65	0,90
		874	0,20	-	0,50	0,40	0,90
Сверло 1) D<10 мм; 2) D>10 мм							
Рассверливание деталей из стали HB<155	$V = \frac{C_v D^x (HB)^n}{T_v^n H^y S^z}$	0,16	0,20	0,20	0,50	0,40	0,90
Рассверливание деталей из стали HB>155	$V = \frac{C_v D^x}{T_v^n H^y S^z (HB)^n}$	1450	0,20	0,20	0,50	0,40	0,90
Зенкерование деталей из малоуглеродистой стали с HB<155	$V = \frac{C_v D^x (HB)^n}{T_v^n H^y S^z}$	0,22	0,30	0,20	0,50	0,30	0,90
Зенкерование деталей из стали с HB>155	$V = \frac{C_v D^x (HB)^n}{T_v^n H^y S^z}$	0,15	0,40	0,20	0,65	0,30	0,90
Торцовое фрезерование	$V = \frac{C_v D^x}{T_v^n H^y S^z z^n B^z}$	64,7	0,20	0,10	0,40	0,15	0,10
		$q = 0,25$					
Цилиндрическое фрезерование	$V = \frac{C_v D^x}{T_v^n H^y S^z z^n B^z}$	616	0,33	0,19	0,28	0,08	0,10
		$q = 0,17$					

Вид обработки	Формулы для расчета скорости резания в мм/мин	Для инструмента из быстрорежущей стали						
		C_v	m	x	y	z	n	
Отрезание и прорезание пазов	$V = \frac{C_v D^m}{T_1^n H^x S^y z^B}$	53,0	0,20	0,30	0,20	0,20	0,10	
$q = 0,25$								
Для инструмента из твердого сплава								
Точение, растачивание, строгание на продольно-строгальных станках	$V = \frac{C_v}{T_1^n H^x S^y} \left(\frac{HB}{200} \right)^m$	257,0	0,125	0,18	0,20	—	—	
		294,0	0,125	0,18	0,35	—	—	
		С охлаждением 1) $S < 0,25$ мм/об; 2) $S > 0,25$ мм/об						—
Отрезка и прорезка канавок	$V = \frac{C_v}{T_1^n H^x} \left(\frac{HB}{200} \right)^m$	52,50	0,10	0,25	0,50	—	—	
		42,00	0,10	0,25	0,66	—	—	
		1) Без охлаждения $S < 0,25$ мм/об; $S > 0,25$ мм/об						—
		2) Без охлаждения $S < 0,25$ мм/об; $S > 0,25$ мм/об						—
Добытие и прорезка канавок	$V = \frac{C_v}{T_1^n H^x} \left(\frac{HB}{200} \right)^m$	72,80	0,15	—	0,35	—	—	
		54,20	0,15	—	0,35	—	—	
Добытие и строгание на продольно-строгальных станках	$V = \frac{C_v}{T_1^n H^x S^y} \left(\frac{HB}{200} \right)^m$	1) С охлаждением 2) Без охлаждения						
		267,0	0,125	0,18	0,35	—	—	
Без охлаждения								

Вид обработки	Формулы для расчета скорости резания в мм/мин	Дан инструмента из твердого сплава					
		C_v	m	x	y	z	n
Торцовое фрезерование	$V = \frac{C_v D^3}{T_1^{0,8} H^2 S^2 z^2 B^2}$	332,0	0,20	0,10	0,40	0,20	-
Цилиндрическое фрезерование	$V = \frac{C_v D^3}{T_1^{0,8} H^2 S^2 z^2 B^2}$	$q = 0,20$					
		443,0	0,33	0,38	0,28	-0,05	0,10
		$q = 0,17$					

Примечание: H — глубина резания в мм; D — диаметр инструмента в мм; B — ширина фрезерования в мм; S — подача в мм/об; S_z — подача в мм/зуб; T_1 — стойкость инструмента в мин.

2.4 ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ ЗВЕНЬЕВ

Для описания динамических свойств линейных звеньев в теории автоматического управления помимо дифференциальных уравнений широко используются передаточные функции.

В основе понятия передаточной функции лежит преобразование Лапласа, сущность которого заключается в переходе от функции времени к функции комплексной переменной $S = \sigma + j\omega$ по формуле:

$$X(S) = L[x(t)] = \int_0^{\infty} x(t)e^{-St} dt. \quad (2.5)$$

Функция $x(t)$ в выражении (2.5) называется оригиналом, а $X(S)$ — изображением. Вычисленные по формуле (2.5) изображения наиболее употребительных функций приведены в литературе [2].

Основные свойства преобразования Лапласа характеризуются следующими соотношениями.

1. Свойство линейности:

$$L[ax(t)] = aL[x(t)]; \quad L[x_1(t) + x_2(t)] = L[x_1(t)] + L[x_2(t)],$$

где a — постоянная.

2. Правило дифференцирования:

$$L\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = SX(S) - x(0),$$

где $X(S) = L[x(t)]$; $x(0)$ — значение функции $x(t)$ при $t = 0$ (начальное условие).

3. Правило интегрирования:

$$L\left[\int_0^t x(t) dt\right] = \frac{1}{S} X(S).$$

В частном, но часто встречающемся случае, когда значения всех производных при $t = 0$ (начальные условия) равны нулю, правило дифференцирования принимает вид:

$$L\left[\frac{d^n x(t)}{dt^n}\right] = L[p^n x(t)] = S^n X(S),$$

где $p = \frac{d}{dt}$ — символ дифференцирования.

Очевидно, что при применении преобразования Лапласа к дифференциальному уравнению при нулевых начальных условиях новое уравнение получается путем замены p^n или $\frac{d^n}{dt^n}$ на S^n и оригиналов $x(t)$ их изображением $X(S)$.

Применим преобразование при нулевых начальных условиях к уравнению (2.4). Получим

$$(T_1^2 S^3 + T_2^2 S^2 + T_1 S) X_2(S) = (k_1 S + k_2) X_1(S) + k_3 F(S). \quad (2.6)$$

Разрешив это алгебраическое уравнение относительно величины $X_2(S)$, приведем его к виду

$$X_2(S) = W_1(S)X(S) + W_2(S)F(S), \quad (2.7)$$

где $W_1(S) = \frac{k_2 S + k_2}{T_1^2 S^3 + T_2^2 S^2 + T_1 S + 1}$; $W_2(S) = \frac{k_2}{T_1^2 S^3 + T_2^2 S^2 + T_1 S + 1}$.

Функции W_1 и W_2 , зависящие исключительно от параметров звена и определяющие связь между изображениями выходной и входных величин, называются передаточными функциями. Функцию $W_1(S)$ можно определить из уравнения (2.7), если положить $F(S) = 0$:

$$W_1(S) = \frac{X_2(S)}{X_1(S)}, \quad F(S) = 0. \quad (2.8)$$

Последнее выражение позволяет дать следующее определение передаточной функции. Передаточной функцией динамического звена называется отношение изображения по Лапласу выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях. При этом все другие внешние воздействия полагаются равными нулю.

Выражения для передаточных функций динамического звена можно получить формально из его дифференциального уравнения, записанного в символическом виде (2.4), что вытекает из рассмотренного ранее правила изображения производной при нулевых начальных условиях. Это же свойство позволяет записать дифференциальное уравнение звена, зная его передаточные функции. Заменяя в них переменную S на $p = \frac{d}{dt}$, можем записать уравнение в виде

$$x_2(t) = W_1(p)x_1(t) + W_2(p)f(t), \quad (2.9)$$

что вытекает из уравнения (2.4).

Пример 1. Построить передаточную функцию системы

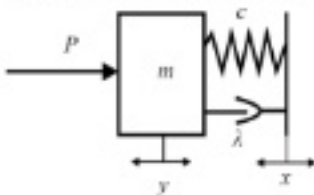


Рис. 2.7. Схема объекта

На рис. 2.7. использованы следующие обозначения: m — масса, кг; c — жесткость, H/m ; λ — коэффициент вязкого трения, $кг/с$; x — входное перемещение, m ; y — выходное перемещение массы, m ; P сила, H .

Составление динамической модели

Уравнение движения динамической модели составляется как уравнение сил сопротивления и движущих сил по правилам теоретической механики:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + \lambda \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt} \right) + c(y - x) = P.$$

Первая составляющая в уравнении — сила инерции, вторая — сила трения, третья — сила упругости.

В стандартной форме уравнение движения будет иметь вид:

$$\frac{m}{c} s^2 y + \frac{\lambda}{c} sy + y = \frac{1}{c} P + \frac{\lambda}{c} sx + x.$$

Отсюда получаем

$$T_1^2 s^2 y + T_2 sy + y = kP + T_2 sx + x,$$

где $T_1^2 = \frac{m}{c}$, $T_2 = \frac{\lambda}{c}$ — постоянные времени динамической системы, $k = \frac{\lambda}{c}$ — коэффициент усиления.

Математическая модель представлена с помощью передаточных функций:

$$Y(S) = W_p(S)P(S) + W_x(S)X(S),$$

где передаточная функция системы по силовому возмущению равна:

$$W_p = \frac{Y(S)}{P(S)} = \frac{k}{T_1^2 S^2 + T_2 S + 1},$$

а передаточная функция системы по кинематическому возмущению:

$$W_x = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{T_2 S + 1}{T_1^2 S^2 + T_2 S + 1}.$$

Практические задачи

Составить динамическую модель и построить передаточную функцию системы.

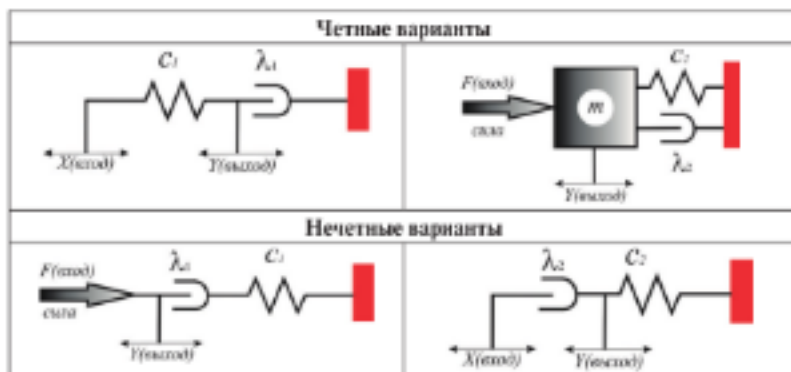


Таблица 2.4

Варианты заданий

Первая цифра	c_1 , Н/м	c_2 , Н/м	Вторая цифра	λ_1 , кг/с	λ_2 , кг/с	m , кг
0	1000	5000	0	100	200	10
1	2000	3000	1	300	50	—
2	4000	1000	2	200	80	8
3	6000	10000	3	500	800	—
4	5000	42000	4	250	400	20
5	8000	14000	5	600	700	—
6	4000	8000	6	400	200	5
7	12000	6000	7	150	120	—
8	3000	1500	8	180	240	12
9	3600	7800	9	360	450	—

2.5 ВРЕМЕННЫЕ И ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Для описания динамических свойств звеньев в теории автоматического управления применяются также графические характеристики — временные и частотные, достоинством которых является возможность экспериментального определения.

Временные характеристики. Эти характеристики представляют собой реакции звена на типовые воздействия.

Переходной характеристикой $h(t)$ называется переходный процесс, возникающий на выходе звена при подаче на его вход воздействия в виде единичной ступенчатой функции (рис. 2.8). Единичная ступенчатая функция представляет собой скачкообразное воздействие, описываемое равенством

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0; \\ 1 & \text{при } t > 0, \end{cases}$$

причем предполагается, что единица имеет ту же размерность, что и физическая величина на входе звена.

Импульсной переходной характеристикой $W(t)$ или функцией веса называется переходный процесс, возникавший на выходе звена при подаче на его вход воздействия в виде единичной импульсной

функции (рис. 2.9). Единичная импульсная функция или дельта функция — это воздействие, описываемое равенством

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 > t > 0; \\ \infty & \text{при } t = 0. \end{cases}$$

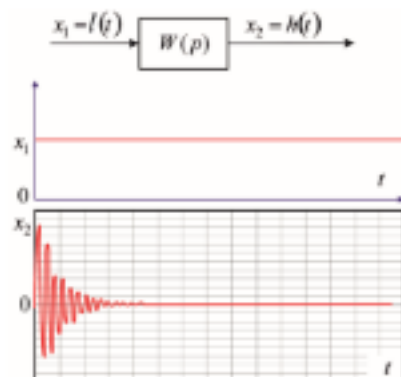


Рис. 2.8. Процесс, возникающий на выходе звена при подаче на его вход воздействия в виде единичной ступенчатой функции

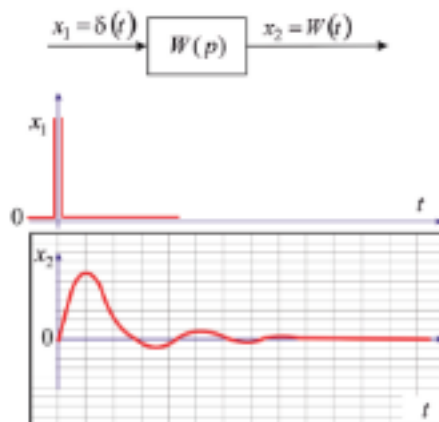


Рис. 2.9. Процесс, возникающий на выходе звена при подаче на его вход воздействия в виде единичной импульсной функции

Дельта-функция связана с единичной функцией соотношением $\delta(t) = \frac{df}{dt}$, откуда следует ее свойство: $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$, т.е. дельта-функция — это импульс, площадь которого равна единице, длительность — нулю, амплитуда — бесконечности.

Реальный импульс может быть описан дельта-функцией, если его длительность весьма мала по сравнению со временем вызываемого им переходного процесса.

Функции $h(t)$ и $W(t)$ связаны с передаточной функцией звена $W(S)$ и между собой соотношениями: $W(S) = L[W(t)]$ и $W(t) = \frac{dh(t)}{dt}$, т.е. передаточная функция звена есть изображение по Лапласу функции веса; последнюю можно определить дифференцированием переходной функции.

Частотные характеристики

Частотные характеристики описывают реакцию звеньев на гармоническое входное воздействие. Если на вход линейного звена подать воздействие $x_1 = A_1 \sin \omega t$, то по окончании переходного процесса на выходе звена также установятся колебания вида $x_2 = A_2 \sin \omega t + \varphi$ (рис. 2.10), где A_2 — амплитуда выходных колебаний, $\Delta\varphi$ — фазовый сдвиг между выходными и входными колебаниями. При фиксированной амплитуде входных колебаний величины A_2 и $\Delta\varphi$ зависят в общем случае от частоты колебаний ω . Это позволяет ввести два вида частотных характеристик.

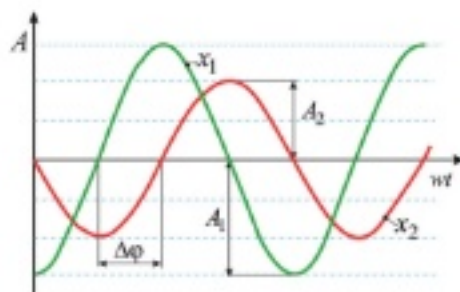


Рис. 2.10. Гармонические сигналы на входе и выходе динамического звена

Амплитудной частотной характеристикой (рис. 2.11, а) называется зависимость отношения амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного гармонического сигнала от частоты: $A(\omega) = \left(\frac{A_2(\omega)}{A_1} \right)$.

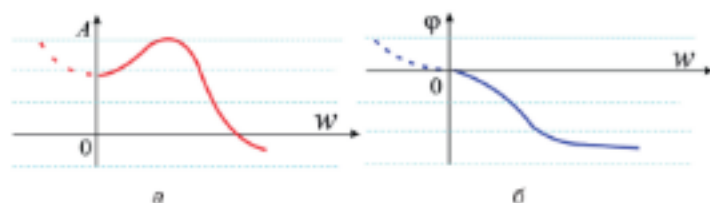


Рис. 2.11. Частотные характеристики: а — амплитудная; б — фазовая

Фазовой частотной характеристикой (рис. 2.11, б) называется зависимость сдвига по фазе между входным и выходным сигналами от частоты входного гармонического сигнала. Применение частотных характеристик для решения задач устойчивости будет рассмотрено в разделе 6.

Раздел 3 ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ СОЕДИНЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ

3.1 ПОНЯТИЕ О ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ И СТРУКТУРНОЙ СХЕМАХ

Для наглядного представления взаимосвязей звеньев автоматической системы прибегают к построению функциональных и структурных схем.

Функциональная схема позволяет представить сложную систему в виде упорядоченной совокупности более простых блоков. Представление любой системы в виде взаимосвязанных функциональных блоков возможно только при четком понимании принципов функционирования, основ системного анализа и определяется общим опытом специалиста. Искусство разработки функциональных схем требует определенного уровня абстрактного мышления и в конечном результате определяет профессиональный уровень инженера в той или иной области.

Функциональная схема представляет графическое изображение системы в виде конструктивно обособленных элементов с обязательным указанием связей между ними и физических величин сигналов, которые протекают по этим связям.

При построении функциональных схем систем и объектов необходимо придерживаться следующих правил. Сначала устанавливают, является ли рассматриваемая система разомкнутой или замкнутой. От этого зависит наличие или отсутствие цепи обратной связи на схеме. Потом определяют вход и выход (цель управления) системы. После этого необходимо, опираясь на принцип действия системы, установить цепь прохождения сигнала от входа к выходу, отмечая последовательно элементы этой цепи. Большое значение имеет определение типа исследуемой системы: прямого или косвенного действия, одномерная или многомерная, слежения или стабилизирующая, имеются ли в ней элементы адаптации и т.п.

Задача построения функциональной схемы не формализуется и потому на этом этапе большое значение имеет опыт, который приобретается на практике.

Пример 1. Разработка функциональной схемы электрогидравлической САУ

Электрогидравлические САУ широко применяются в металлорежущем оборудовании с ЧПУ. Схема такой САУ представлена на рис. 3.1.

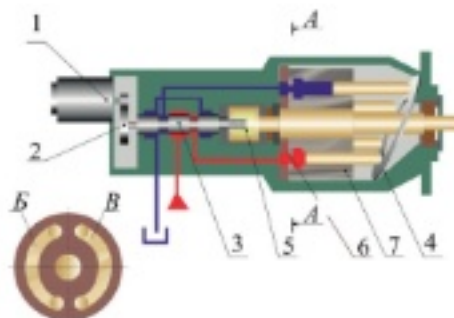


Рис. 3.1. Электрогидравлическая САУ

Система содержит электродвигатель 1 (постоянного тока или шаговый), редуктор 2, гидравлический золотник 3 и аксиально-поршневой гидравлический двигатель 4. Золотник 3 и гидравлический двигатель 4 кинематически связаны между собой парой ходовой винт-гайка качения 5. В исходном состоянии золотник занимает центральное положение, обеспечивая равенство давления в полостях *Б* и *В* распределителя 6. Ротор 7 гидравлического двигателя неподвижен.

При появлении входного сигнала электродвигатель 1 через редуктор 2 поворачивает золотник 3, который при взаимодействии с парой ходовой винт-гайка качения 5 смещается со своей средней позиции, при этом ротор гидравлического двигателя остается неподвижным. Изменяются проходные сечения щелей золотника, нарушается равенство давления в полостях распределителя 6, поворачивается ротор с гайкой пары ходовой винт-гайка качения 5. Золотник 3 возвращается в свою среднюю позицию; равенство давления в полостях *Б* и *В* восстанавливается за счет реализации обратной связи в системе.

Анализ функционирования САУ показывает, что входным сигналом является напряжение шагового двигателя, а выходным — угол поворота вала гидравлического двигателя. При анализе САУ без управляемого объекта можно пренебречь возмущениями. Рассмотренная САУ является замкнутой с обратной связью в виде пары ходовой винт-гайка качения. Осуществляя декомпозицию САУ на основе функциональных признаков, можно составить функциональную схему системы (рис. 3.2.).

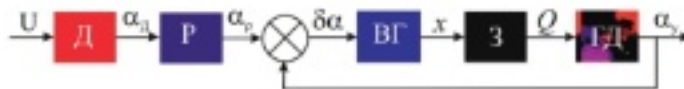


Рис. 3.2. Функциональная схема электрогидравлической САУ
 Д — электродвигатель, Р — редуктор, ВГ — пара ходовой винт-гайка качения,
 З — золотник, ГД — гидравлический двигатель, U — заданное напряжение
 (вход), α_1 — угол поворота ротора, α_2 — угол поворота вала редуктора,
 $\delta\alpha$ — ошибка, x — перемещение, Q — расход, α_2 — выход (цель управления)

Пример 2. Разработка функциональной схемы гидравлической копирующей системы фрезерного станка

Рассмотрим построение функциональной схемы гидравлической копирующей системы фрезерного станка, принципиальная схема которого приведена на рис. 3.3.

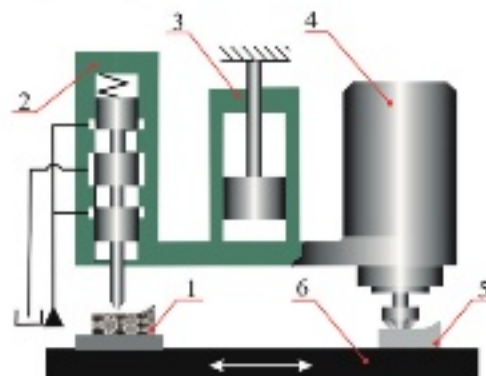


Рис. 3.3. Схема гидравлической копирующей системы фрезерного станка: 1 — копир, 2 — гидравлический золотник (усилитель), 3 — гидроцилиндр, 4 — фрезерная головка, 5 — деталь, 6 — стол станка

Анализ принципа работы системы позволяет установить, что она является системой слежения, замкнутой с обратной связью, передаточная функция которой равняется единице. Входом системы является перемещение плунжера золотника 2, что обеспечивается копиром 1, а выходом — текущая координата детали 5.

Выделяем элементы системы на пути управляющего сигнала: золотник, гидроцилиндр, фрезерная головка, процесс резания. Таким образом, система является одномерной, замкнутой, косвенного действия. Функциональная схема построенной системы представлена на рис. 3.4.

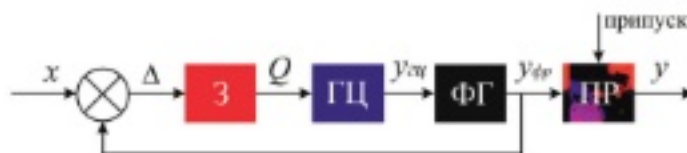


Рис. 3.4. Функциональная схема гидравлической копировальной системы фрезерного станка: x — координата копира (вход), Δ — ошибка, $З$ — золотник, Q — расход масла, ГЦ — гидроцилиндр, $y_{гц}$ — перемещение гидроцилиндра, $y_{фг}$ — перемещение фрезы, ПР — процесс резания, y — координата детали (выход, цель управления)

В теории автоматического управления широко используется изображение математических моделей с помощью структурных схем, которые, вообще говоря, являются наилучшей формой представления. Они представляют не только математические зависимости, по которым функционирует система, но и графически показывают связи между элементами, пути и направления прохождения сигналов. Поэтому структурная схема системы является наиболее наглядной формой представления математической модели и позволяет значительно упростить процесс нахождения разных передаточных функций всей системы.

Структурная схема показывает, из каких звеньев состоит отдельный реальный элемент или система в целом и как соединены эти звенья.

Структурная схема — это графический аналог системы уравнений, описывающих динамические свойства отдельных элементов или автоматической системы, которые получают при замене наименований элементов на функциональной схеме их передаточными функциями.

Динамическое звено на структурной схеме изображают в виде прямоугольника, внутри которого записывают выражение его передаточной функции (рис. 3.5, а). Для обозначения на схемах операции алгебраического суммирования воздействий $x_3(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$ или изображений $X_3(S) = X_1(S) + X_2(S) + X_3(S)$ используют обозначение сумматора, приведенное на рис. 3.5, б. Устройства сравнения двух величин (сигналов), выполняющие операцию $x_3(t) = x_1(t) - x_2(t)$ или $X_3(S) = X_1(S) - X_2(S)$, обозначают знаком сумматора с одним закрашенным сектором (рис. 3.5, в). В тех случаях, когда одна и та же величина $X(S)$ является входной для нескольких звеньев, используется элемент разветвления (рис. 3.5, г).

При построении структурной схемы несколько динамических звеньев, соединенных между собой, могут быть представлены в виде одного динамического звена. Передаточная функция такого звена определяется по определенным правилам, зависящим от вида соединения.

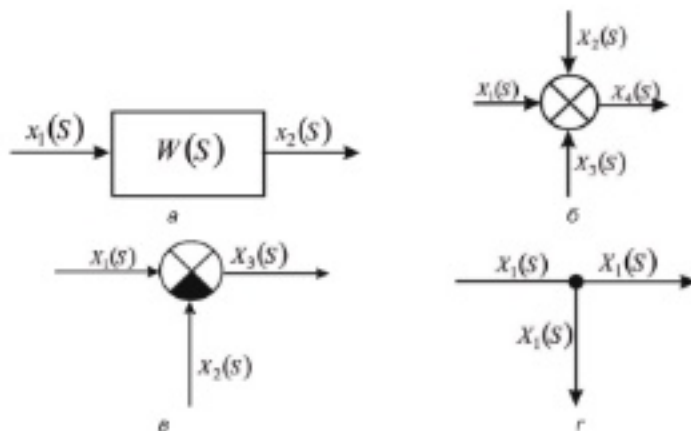


Рис. 3.5. Обозначения элементов САУ на структурных схемах

3.2 ТИПОВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ

К типовым относят следующие три основных вида соединения звеньев: последовательное, параллельное и встречно-параллельное. Передаточная функция последовательного соединения звеньев (рис.3.6) равна произведению передаточных функций этих звеньев:

$$W_{\text{осл}}(S) = \frac{X_{\text{осл}}(S)}{X_{\text{вх}}(S)} = W_1(S)W_2(S)\dots W_n(S) = \prod_i^n W_i(S) \quad (3.1)$$

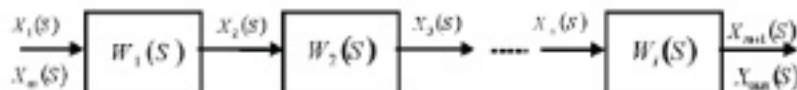


Рис. 3.6. Последовательное соединение звеньев

Передаточная функция параллельного соединения звеньев (рис.3.7) равна сумме передаточных функций этих звеньев:

$$W_{\text{пар}}(S) = \frac{X_{\text{осл}}(S)}{X_{\text{вх}}(S)} = W_1(S) + W_2(S) + \dots + W_n(S) = \sum_i^n W_i(S). \quad (3.2)$$

Встречно-параллельное, или соединение с обратной связью, показано на рис.3.8. В зависимости от вида обратной связи в суммирующем устройстве происходит сложение или вычитание сигналов: $X(S) = X_{\text{вх}}(S) \pm X_{\text{осл}}(S) W_2(S)$.

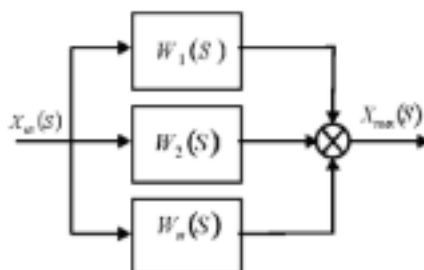


Рис. 3.7. Параллельное соединение звеньев

Знак «плюс» соответствует положительной обратной связи, знак «минус» — отрицательной. Передаточная функция встречно-параллельного соединения:

$$W_{\text{вп}}(S) = \frac{X_{\text{max}}(S)}{X_{\text{в}}(S)} = \frac{W_1(S)}{1 \pm W_1(S)W_2(S)}, \quad (3.3)$$

где $W_1(S)$ — передаточная функция основного звена, $W_2(S)$ — передаточная функция звена обратной связи.

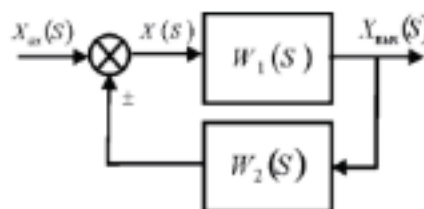


Рис. 3.8. Встречно-параллельное соединение звеньев

В этой формуле знак «плюс» принимается при отрицательной обратной связи, а знак «минус» — при положительной.

В ряде случаев бывает удобно представить структурную схему встречно-параллельного соединения звеньев так, чтобы передаточная функция звена обратной связи была единичной, т.е. $W_2(S) = 1$ (рис. 3.9).

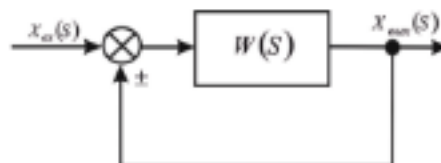


Рис. 3.9. Встречно-параллельное соединение с единичной передаточной функцией звена обратной связи

Передаточная функция такого соединения:

$$W(S) = \frac{W(S)}{1 \pm W(S)}, \quad (3.4)$$

где $W(S)$ — передаточная функция основного звена.

Для того, чтобы обычную схему встречно-параллельного соединения преобразовать в схему с единичной обратной связью, необходимо звено обратной связи с передаточной функцией $W_2(S)$ перенести в цепь передачи основного воздействия (после сумматора), соединив его последовательно с основным звеном, и одновременно перед сумматором ввести звено с передаточной функцией $1/W_2(S)$ (рис. 3.10).

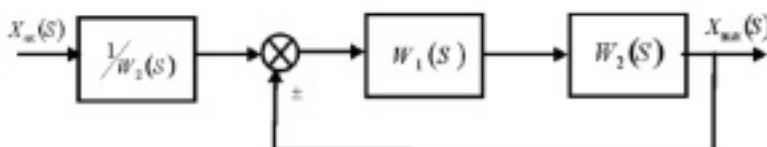


Рис. 3.10. Преобразование встречно-параллельного соединения в схему с единичной обратной связью

3.3 ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Для нахождения передаточной функции автоматической системы необходимо путем последовательного выделения типовых соединений звеньев преобразовать ее сначала в соединение нескольких более сложных по структуре звеньев, а затем представить ее как единое звено. На рис. 3.11 приведена укрупненная структурная схема автоматической системы, построенной на принципе управления по отклонению. Система обеспечивает управление одной выходной величиной $y(t)$. Подобные системы принято называть системами автоматического регулирования. Управляющее воздействие в системе вырабатывает регулятор, который показан на схеме как звено с передаточной функцией $W_{рег}(S)$.

Объект управления (регулирования) на схеме 3.11 представлен в виде двух динамических звеньев с передаточными функциями по управляющему воздействию $W_0(S)$ и внешнему возмущающему воздействию $W_f(S)$. Система считается линейной, а поэтому для нее справедлив принцип суперпозиции, согласно которому выходная величина $y(t)$ может быть представлена как сумма реакций системы на каждое из входных воздействий в отдельности, т.е. $y(t) = y_0(t) + y_f(t)$.

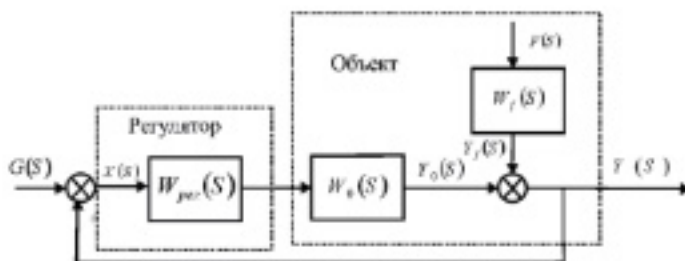


Рис. 3.11. Структурная схема автоматической системы, построенная на принципе управления по отклонению (система автоматического регулирования)

Для осуществления алгебраического суммирования введен сумматор.

Перейдя к изображениям на рис.3.11, имеем:

$$Y(S) = Y_o(S) + Y_f(S), \quad (3.5)$$

где $Y_o(S)$ — отражает реакцию системы на задающее воздействие $G(S)$, а $Y_f(S)$ — на возмущающее $F(S)$. Следовательно, выражение (3.5) можно представить в виде:

$$Y(S) = G(S) \Phi_o(S) + F(S) \Phi_f(S), \quad (3.6)$$

где $\Phi_o(S) = \frac{Y_o(S)}{G(S)}$ — передаточная функция замкнутой системы по задающему воздействию; $\Phi_f(S) = \frac{Y_f(S)}{F(S)}$ — передаточная функция замкнутой системы по возмущающему воздействию.

Передаточную функцию $\Phi(S)$ определим при отсутствии возмущающего воздействия ($F(S) = 0$). При этом сумматор можно исключить из схемы, так как $Y_f(S) = F(S) W_f(S)$, а следовательно $Y(S) = Y_o(S)$. Предварительно в соответствии с формулой (3.6) найдем передаточную функцию последовательного соединения двух звеньев — регулятора с передаточной функцией $W_{pec}(S)$ и объекта с передаточной функцией $W_o(S)$:

$$W(S) = W_{pec}(S) W_o(S).$$

Функцию $W(S)$ называют передаточной функцией разомкнутой системы (по задающему воздействию).

Функцию $\Phi_o(S) = \frac{Y_o(S)}{G(S)}$ найдем как передаточную функцию звена $W(S)$, охваченного единичной отрицательной обратной связью — (см. формулу (3.4)):

$$\Phi(S) = \frac{W(S)}{1 \pm W(S)}.$$

Передаточная функция $\Phi(S)$ называется главным оператором системы.

Передаточную функцию замкнутой системы по возмущающему воздействию, имеющую особое значение для систем стабилизации, определим при отсутствии задающего воздействия ($G(S) = 0$). В этом случае сравнивающее устройство можно рассматривать как звено, имеющее передаточную функцию, равную 1. Для большей наглядности между сумматором и узлом разветвления введем условно звено с передаточной функцией, равной 1, и изобразим структурную схему (рис. 3.12).

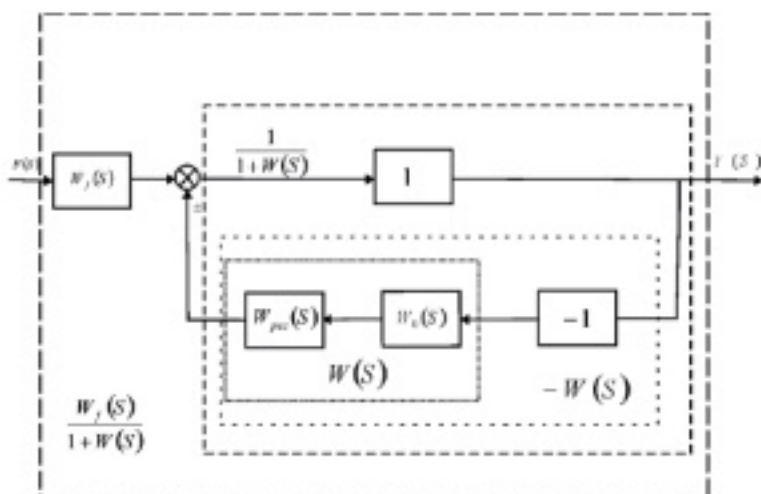


Рис. 3.12. Замкнутая система (по возмущающему воздействию) с передаточной функцией замкнутой системы по возмущающему воздействию

$$\text{Тогда } \Phi_f(S) = \frac{W_f(S)}{1+W(S)}.$$

Подставив полученные значения $\Phi(S)$ и $\Phi_f(S)$ в формулу (3.6), получим

$$Y(S) = G(S) \frac{W(S)}{1+W(S)} + F(S) \frac{W_f(S)}{1+W(S)}. \quad (3.7)$$

Если это уравнение подставить в уравнение сравнивающего устройства

$$X(S) = G(S) - Y(S), \quad (3.8)$$

называемое уравнением замыкания, то получим выражение ошибки:

$$X(S) = G(S) - Y(S) = G(S) \frac{1}{1+W(S)} - F(S) \frac{W_f(S)}{1+W(S)}. \quad (3.9)$$

Это уравнение позволяет найти величину имеющейся в системе ошибки в любой момент времени в зависимости от законов изменения задающего и возмущающего воздействий.

Задачи

ЗАДАЧА 3.1

Разработать функциональную схему газового редуктора, принципиальная схема которого приведена на рис. 3.13.

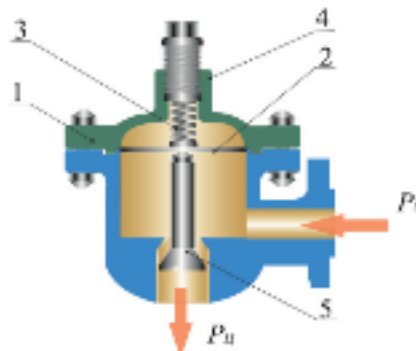


Рис. 3.13. Принципиальная схема газового редуктора: 1 — корпус редуктора; 2 — мембрана; 3 — пружина; 4 — винт для регулирования давления газа на выходе; 5 — клапан; P_1 — давление газа на входе; P_2 — давление газа на выходе из редуктора

ЗАДАЧА 3.2

Разработать функциональную схему процесса резания (точения) с одной степенью подвижности — в направлении поперечной подачи (рис. 3.14).

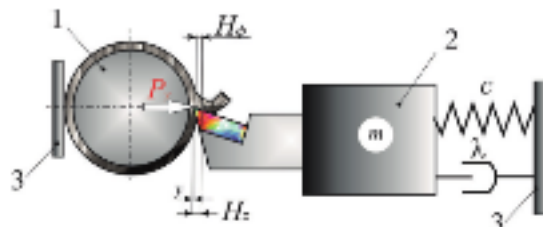


Рис. 3.14. Процесс точения в поперечном направлении: 1 — деталь; 2 — суппорт (m — масса, c — жесткость, λ — коэффициент вязкого трения); 3 — станина станка; P_1 — радиальная составляющая силы резания; H_0 — заданная глубина резания; H_2 — фактическая глубина резания; y — упругая деформация технологической системы

ЗАДАЧА 3.3

Разработать функциональную схему регулятора нагревателя термической печи (рис. 3.15).

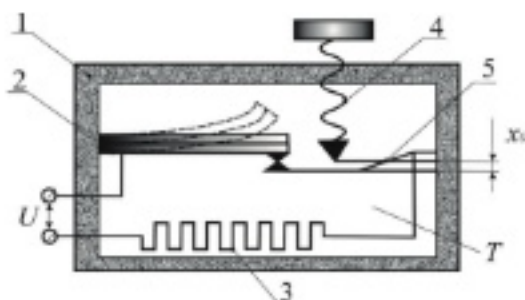


Рис. 3.15. Принципиальная схема регулятора термопечи:

- 1 — корпус; 2 — биметаллическая пластинка; 3 — нагревательный элемент;
4 — винт для регулирования; 5 — упругий контакт; U — напряжение питания
(внешняя энергия); T — температура (исходная величина);
 x_0 — величина установленного зазора

ЗАДАЧА 3.4

Разработать функциональную схему центробежного регулятора скорости (рис. 3.16).

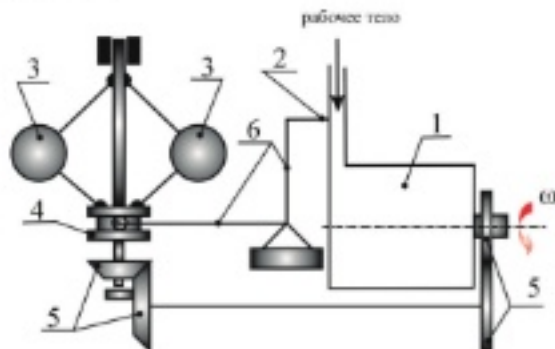


Рис. 3.16. Принципиальная схема регулятора скорости:

- 1 — тепловой двигатель; 2 — заслонка; 3 — груз массой, m ;
4 — кулиса; 5 — кинематическая передача; 6 — рычажная система;
 ω — угловая скорость (исходная величина)

ЗАДАЧА 3.5

Разработать функциональную схему процесса резания в направлении продольной подачи (рис. 3.17).

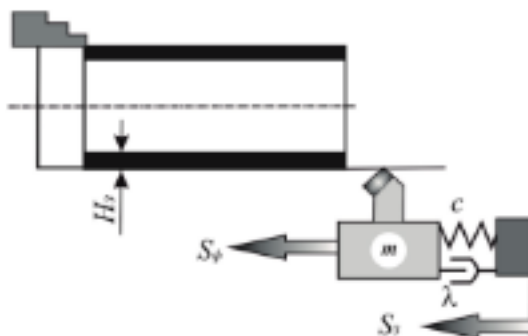


Рис. 3.17. Схема продольного точения H_s — заданная глубина резания; m — масса суппорта; c — приведенная жесткость технологической системы; λ — коэффициент вязкого трения; S_p — фактическая величина продольной подачи; S_0 — заданная величина продольной подачи

ЗАДАЧА 3.6

Разработать функциональную схему электромеханической системы (рис. 3.18).

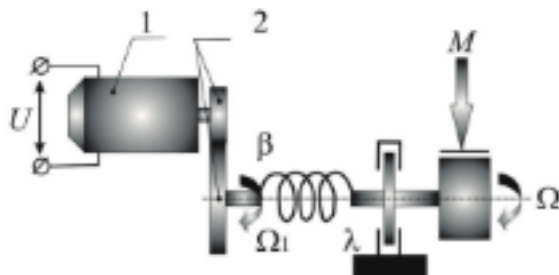


Рис. 3.18. Схема электромеханической системы: 1 — двигатель постоянного тока; 2 — редуктор; β — крутильная жесткость; λ — коэффициент вязкого трения; M — момент нагрузки

ЗАДАЧА 3.7

Разработать функциональную схему одностороннего мембранного регулятора управления, схема которого приведена на рис. 3.19.

Мембранный односторонний регулятор содержит корпус, входное и выходное сопла и мембрану, на которой выполнен якорь в виде утолщения, входное сопло является сердечником катушки индуктивности и соединено с корпусом резьбовым соединением и зафиксировано гайкой. Контакты катушки индуктивности связаны с контактами датчиков, установленных на планшайбе. В зависимости от изменения электрического тока на контактах катушки изменяется напряженность магнитного поля, и, как следствие, толщина щели между мембраной и торцом входного сопла.

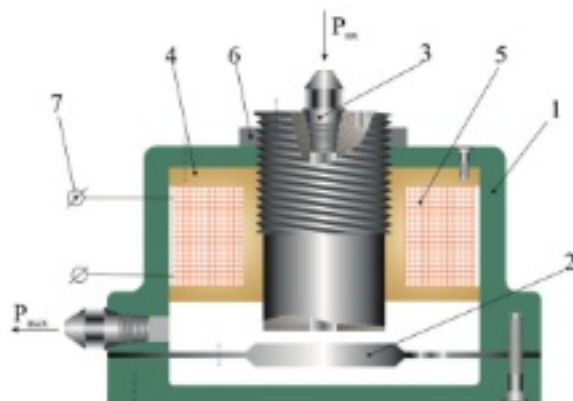


Рис. 3.19. Схема одностороннего мембранного регулятора

Мембранный односторонний регулятор состоит из корпуса 1, мембраны 2, входного сопла 3, катушки индуктивности 4, обмотки 5, гайки 6, контактов 7. Катушка закреплена в корпусе 1 с помощью болтов. Для грубой настройки давления в кармане гидростатического подшипника есть возможность изменения толщины дросселирующей щели за счет того, что сердечник (входное сопло 3) может заворачиваться в корпус 1. Для фиксации положения входного сопла в катушке предусмотрена гайка 6. Входной канал регулятора связан с общей гидросистемой станка, исходный канал — с соответствующим карманом гидростатического подшипника.

Мембранный регулятор работает таким образом.

Перед включением подачи масла выполняется предварительная настройка регулятора на диапазон давления путем регулировки толщины дросселирующей щели между торцом входного сопла 3 и мембраной 2 с помощью гайки 6. При изменении нагрузки на планшайбу изменяется ток в цепи питания катушки индуктивности 4, мембрана 2 при этом прогибается, что влечет за собой изменения

величины дросселирующей щели и сопротивления регулятора, а следовательно, величины расхода смазочного материала через полость регулятора. Масло подается в корпус 1 по каналу в отверстии входного сопла 3, дросселируется через щель и уходит из регулятора через выходной канал. В мембране 2 выполнены отверстия, необходимые для создания слоя масла под мембраной. Расход жидкости, протекающей через регулятор, зависит от толщины дросселирующей щели. Прогиб мембраны 2 зависит только от напряженности магнитного поля, а не от скорости и давления потока жидкости, что позволяет регулировать малые затраты жидкости. Использование предлагаемого устройства позволяет упростить конструкцию регулятора расхода и повысить его надежность. Применение мембранного одностороннего регулятора позволяет адаптивно изменять давление в соответствующем кармане гидростатического подшипника и благодаря этому регулировать положение оси шпинделя.

ЗАДАЧА 3.8

Разработать функциональную схему регулятора для шпиндельного узла станка. Для управления положением шпиндельного узла используют золотниковый регулятор расхода смазочного материала, управляемый по электрическому сигналу (рис. 3.20).

Для управления положением шпиндельного узла с гидростатическими опорами используют регулятор расхода смазочного материала в системе питания гидростатических опор, чтобы перераспределять расходы и давления через соответствующие карманы за счет изменения координат опорных реакций, что позволяет уменьшить деформацию шпиндельного узла.

Золотниковый регулятор состоит из корпуса 1, в котором перемещается золотник 2 с винтовой канавкой 3, имеются входное 4 и выходное сопла 5. Золотник связан с якорем 6 линейного электродвигателя 7, который имеет обмотку возбуждения на постоянных магнитах 8 в неподвижном статоре 9 и обмотку 10 в подвижном якоре.

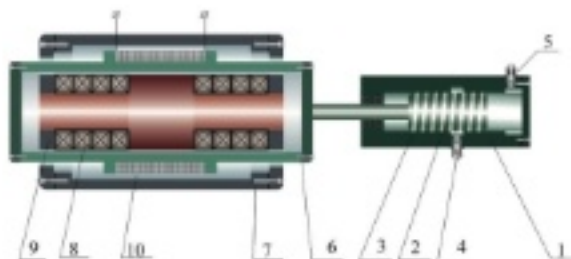


Рис. 3.20. Схема регулятора с линейным двигателем

Регулятор с линейным двигателем работает следующим образом.

Смазочный материал от насоса подается через входное сопло 4, дросселируется в винтовой канавке золотника 2 и через сопло 5 поступает в гидростатическую опору. Расход смазки через регулятор зависит от расположения золотника относительно сопла 4.

Постоянные магниты 8 создают магнитное поле в полости статора, в которой перемещается обмотка якоря. Якорь с золотником перемещается в соответствующую сторону, уменьшая или увеличивая расход смазки через регулятор. Такая система позволяет использовать расход или давление смазочного материала в качестве физической величины для разработки систем автоматического управления точностью станков.

ЗАДАЧА 3.9

Разработать структурную схему динамической модели процесса резания (точения) с компенсатором колебаний в направлении поперечной подачи (рис. 3.21). Варианты заданий приведены в табл. 3.1.

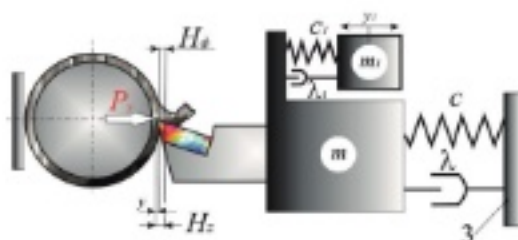


Рис. 3.21. Динамическая модель процесса точения с компенсатором колебаний в направлении поперечной подачи: m — масса суппорта (или борштанги); λ — коэффициент вязкого трения; y — деформация технологической системы; P — сила резания (ее нормальная составляющая); H_z, H_e — соответственно заданная и фактическая глубины резания; k — коэффициент линеаризованной зависимости силы резания от глубины; m, c, λ — одноименные параметры динамического компенсатора колебаний

Варианты заданий (к задаче 3.9)

Таблица 3.1

Исходные данные

Вариант	m , кг	c , Н/мм	k , Н/мм	λ , кг/с	m , кг	c , Н/мм	λ , кг/с
0	100	10000	500	700	2.0	3000	70
1	130	17500	600	950	3.5	5000	95
2	80	11000	700	600	4.0	4000	60
3	150	20000	800	700	5.0	6000	70
4	170	15500	900	950	6.0	7000	95

Окончание табл. 3.1

Вариант	m , кг	c , Н/мм	k , Н/мм	λ , кг/с	m_1 , кг	c_1 , Н/мм	λ_1 , кг/с
5	120	14000	500	750	5,5	4500	75
6	60	9000	300	650	4,5	3500	65
7	200	16000	400	900	3,0	5500	90
8	220	12000	550	800	2,5	6500	80
9	160	13000	650	600	7,0	7000	60

В соответствии с номером варианта выполнить выбор оптимальных параметров. Для всех вариантов принять глубину резания 1 мм и коэффициент вязкого трения динамического компенсатора колебаний, который равняется коэффициенту вязкого трения основной системы.

ЗАДАЧА 3.10

Разработать структурную схему системы автоматического дистанционного управления манипулятором.

Манипулятор (рис. 3.22) состоит из силового цилиндра 1 с устройством захвата 2 заготовки 3 и связан с преобразователем перемещения 4, в качестве которого использован потенциометр. Для управления перемещением гидравлического цилиндра 1 применен двухкаскадный гидравлический усилитель. Первый каскад усиления содержит два сопла 5 и 6 с заслонкой 7 и два дросселя с постоянными проходными сечениями, которые включены по дифференциальной схеме. Заслонка 7 поворачивается на определенный угол электромеханическим преобразователем 8, который подключен к выходу электронного усилителя 9 с входным сигналом, равным разности потенциалов на бегунках потенциометра 4 обратной связи и задающего потенциометра 10, соединенных между собой по мостовой схеме. Второй каскад усиления выполнен в виде гидравлического усилителя с четырехканальным золотником, плунжер 11 которого размещен в корпусе и находится под воздействием пружин в нейтральном положении.

В исходном состоянии САУ заслонка 7 размещена так, что зазоры между нею и соплами 5 и 6 одинаковы, а давления в камерах А и Б золотника равны, поэтому плунжер 11 также находится в нейтральном положении и рабочий цилиндр 1 неподвижен.

При смещении бегунка задающего потенциометра 10 на входе усилителя 9 возникает электрический сигнал. Заслонка 7 поворачивается электромеханическим преобразователем 8, и давление в камерах А и Б золотника изменяется, что приводит к перемещению плунжера 11 и открытию щелей золотника. Силовой цилиндр 1 приходит в движение из-за разности давлений в его полостях и перемещает бегунок потенциометра обратной связи 4 до тех пор, пока не восстановится равновесие, т.е. пока разность потенциалов между бегунками потен-

циметров 4 и 10 не станет меньше порога чувствительности САУ. В этом случае сигнал на выходе усилителя 9 близок к нулю, заслонка 7 , а следовательно и плунжер L золотника занимают нейтральное положение, и движение гидравлического цилиндра 1 прекращается.

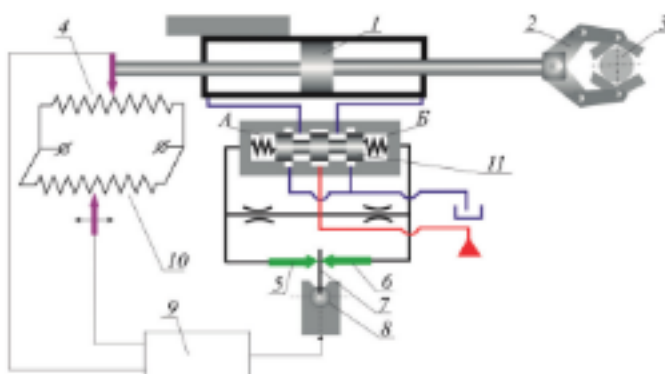


Рис. 3.22. САУ дистанционного управления манипулятором

Таким образом, силовой цилиндр 1 с заготовкой 3 «следит» за перемещением бегунка задающего потенциометра 10 . Варианты заданий приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2

Исходные данные (к задаче 3.10)

Вариант	Электронный усилитель		Электромеханический преобразователь	
	k_v	T_v, c	$K_{\text{пер}}, \text{мм/В}$	$T_{\text{пер}}, c$
0	200	0,020	2,4	0,060
1	400	0,030	3,6	0,090
2	360	0,015	4,5	0,075
3	120	0,045	1,0	0,045
4	250	0,030	0,7	0,060
5	200	0,018	1,2	0,085
6	85	0,040	0,8	0,045
7	120	0,035	0,9	0,065
8	80	0,025	0,5	0,040
9	60	0,010	1,4	0,050

Вариант	Двухкаскадный гидросистемитель			Гидроцилиндр	Потенциометры	
	k_p , мм ² /с	ω , рад/с	ϵ		F_p , см	k_{ω} , В/мм
0	$3 \cdot 10^7$	280	0,80	100	6	2
1	$1 \cdot 10^8$	350	0,85	120	3	6
2	$2 \cdot 10^8$	400	0,55	80	4	4
3	$3 \cdot 10^8$	500	0,65	140	2	6
4	$4 \cdot 10^8$	600	0,70	200	5	3
5	$5 \cdot 10^8$	450	0,75	180	6	2
6	$6 \cdot 10^8$	550	0,90	250	1	5
7	$8 \cdot 10^8$	650	0,45	130	2	6
8	$9 \cdot 10^8$	350	0,55	90	4	2
9	$7 \cdot 10^8$	200	0,60	160	3	5

ЗАДАЧА 3.11

Разработать структурную схему электрогидравлической САУ, представленной на рис. 3.1. Варианты заданий приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3

Исходные данные (к задаче 3.11)

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Гидравлический двигатель		Двигатель			Шаг винтовой пары	Золотник
	k_D	k_M	k_{ω} , рад/сВ	T_d , с	T_M , с		
0	20	300	2,5	0,08	0,30	1	0,02
1	50	0	4,0	0,05	0,25	2	0,01
2	10	500	1,5	0	0,20	3	0,003
3	70	300	6,0	0	0,45	4	0,008
4	20	200	7,0	0,03	0,15	5	0,03
5	30	100	2,0	0	0,35	5	0,01
6	00	300	3,5	0,10	0,40	3	0,004
7	40	200	5,5	0	0,55	2	0,005
8	10	500	4,5	0	0,10	4	0,06
9	40	600	9,0	0,90	0,65	3	0,07

Примечание. Для всех вариантов принять:

- 1) коэффициент передачи редуктора $K_f=0,07$;
- 2) момент инерции на валу электродвигателя $J = 5 \cdot 10^{-4}$ кг·м².

ЗАДАЧА 3.12

Разработать структурную схему системы САУ подачи фрезерного станка.

Система состоит из детали 1, инструмента 2, стола 3 (рис. 3.23). Главное движение резания осуществляется от двигателя 4, в цепь питания которого включен преобразователь тока (токовый трансформатор) 5, который через усилитель—преобразователь 7 связан с двигателем постоянного тока 8 и коробкой подачи 9.

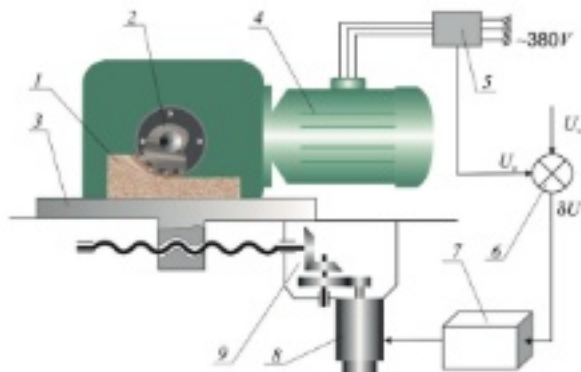


Рис. 3.23. Следящий привод фрезерного станка

Преобразователь тока 5, включенный в цепь питания двигателя 4, вырабатывает сигнал, пропорциональный моменту, а, следовательно, и силе резания. Сигнал U_p поступает на вход сравнительного приспособления 6, где сравнивается с заданным сигналом U_r . Сигнал в виде напряжения δU , которое образовалось в результате сравнения, поступает на вход усилителя—преобразователя 7 комплексного электропривода и вызывает изменение напряжения питания электродвигателя постоянного тока 8, следовательно, и подачи стола 3. В качестве динамического звена в САУ также входит процесс резания. Варианты заданий приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4

Исходные данные (к задаче 12)

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Эл. двигатель главного движения		Двигатель подачи			Усилитель—преобразователь	
	k_p , мм ² /с	T_p , с	k_p , рад/сВ	T_p , с	T_m , с	k_m	T_m , с
0	0,2	0,03	2,6	0	0,20	45	0
1	0,5	0	2,8	0	0,25	50	0,01

Окончание табл. 3.4

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Эл. двигатель главного движения		Двигатель подачи			Усилитель—преобразователь	
	k_p , мм ² /с	T_p , с	k_p , рад/сВ	T_p , с	T_{ω} , с	k_m	T_m , с
2	0,4	0,05	2,4	0	0,31	90	0
3	0,6	0	3,8	0,08	0,43	12	0
4	0,7	0,02	3,0	0,03	0,18	24	0,04
5	1,0	0,01	3,2	0,06	0,13	35	0,03
6	1,5	0	4,0	0,10	0,24	95	0,02
7	1,8	0	2,4	0	0,22	30	0
8	0,5	0	4,2	0	0,10	70	0
9	0,8	0,04	5,3	0,90	0,06	80	0
Вариант	Параметры процесса резания			Эквивалентная упругая система			
	T_p , с	Фреза		ω_p , рад/с	ζ	c , Н/м	
		D , мм	z				
0	0,010	100	20	270	0,6	$9 \cdot 10^7$	
1	0,015	200	16	300	0,5	$7 \cdot 10^6$	
2	0,014	150	20	400	0,7	$2 \cdot 10^6$	
3	0,005	160	24	200	0,6	$3 \cdot 10^6$	
4	0,007	300	20	240	0,7	$4 \cdot 10^5$	
5	0,013	220	14	220	0,4	$5 \cdot 10^6$	
6	0,012	400	16	250	0,6	$6 \cdot 10^6$	
7	0,003	120	18	320	0,8	$8 \cdot 10^6$	
8	0,008	180	20	370	0,5	$9 \cdot 10^6$	
9	0	200	24	350	0,4	$7 \cdot 10^6$	

Примечание. Для всех вариантов принять: коэффициент $C_p = 1000$ и показатели степени $k = 0,25$, $\mu = 0,35$ в расчетной формуле при определении силы резания.

Раздел 4 ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

4.1 ПОНЯТИЕ О ТИПОВОМ ЗВЕНЕ

Типовыми звеньями принято называть динамические звенья, которые описываются обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями не выше второго порядка. В общем случае уравнение типового звена можно представить в следующем виде:

$$\alpha_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \alpha_1 \frac{dx_2}{dt} - \alpha_2 x_2 = \beta_0 \frac{dx_1}{dt} + \beta_1 x_1, \quad (4.1)$$

или в символической форме:

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)x_2(t) = (k_1 p + k_0)x_1(t).$$

Придавая отдельным коэффициентам α_i и β_i в уравнении (4.1) значения, равные нулю, можно получить уравнения, которые будут соответствовать различным типовым звеньям. Каждое типовое звено обладает характерными свойствами, которые зависят от структуры уравнения. Элементарными называют звенья, имеющие простейшую структуру. Эти звенья не могут быть представлены как соединение других более простых по структуре звеньев. Неэлементарные звенья имеют дифференциальное уравнение и передаточную функцию, которые можно получить путем соединения других типовых звеньев. Из типовых звеньев выделяют группу позиционных звеньев. Позиционными называют звенья, правая часть уравнения которых не содержит производных, а в левую часть обязательно входит сама выходная величина (т.е. ее нулевая производная). При постоянном значении входной величины выходная величина позиционного звена устанавливается на определенном уровне. Уравнение статической характеристики у всех позиционных звеньев имеет вид:

$$x_{20} = kx_{10}. \quad (4.2)$$

Рассмотрим наиболее характерные из типовых звеньев автоматических систем.

4.2 БЕЗЫНЕРЦИОННОЕ ЗВЕНО

Безынерционным называют звено, описываемое уравнением:

$$x_2 = kx_1(t). \quad (4.3)$$

Это уравнение является частным случаем общего дифференциального уравнения (4.1), если его коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0$ равны нулю. Передаточная функция звена:

$$W(s) = k.$$

Динамические свойства безынерционного звена (как и любого другого) можно оценить по переходной характеристике (рис. 4.1). Безынерционное звено мгновенно реагирует на входной сигнал, изменяя его величину в k раз.

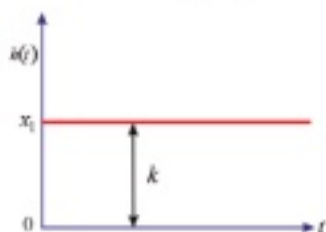


Рис. 4.1. Переходная характеристика безынерционного звена



Рис. 4.2. Пара ходовой винт-гайка качения

Звено является позиционным, уравнение его статической характеристики совпадает с уравнением динамики звена. Следовательно, и в статическом, и в динамическом режиме работы выходная величина звена пропорциональна входной величине. В связи с этим безынерционное звено называют также пропорциональным и идеальным усилительным.

Примерами реальных элементов систем, которые могут быть представлены как безынерционные звенья, являются пара ходовой винт-гайка качения (рис. 4.2), делитель напряжения (рис. 4.3), потенциометрический датчик перемещения (рис. 4.4).

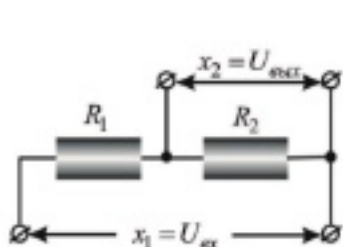


Рис. 4.3. Делитель напряжения

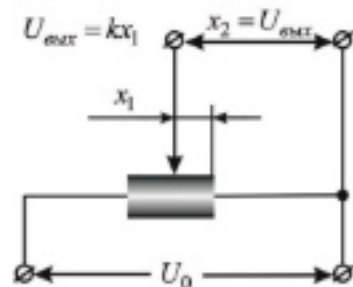


Рис. 4.4. Потенциометрический датчик перемещения

4.3 АПЕРИОДИЧЕСКОЕ ЗВЕНО ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Апериодическим звеном первого порядка называют типовое звено, имеющее дифференциальное уравнение:

$$Tpx_2 + x_2 = kx_1.$$

Это уравнение получается из уравнения (4.1), когда коэффициенты α_{p1}, β_0 равны нулю.

Передаточная функция звена:

$$W(S) = \frac{k}{T(S) + 1}.$$

Переходная характеристика (рис.4.5) представляет собой экспоненту:

$$h(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) 1(t).$$

Множитель $1(t)$ указывает, что экспонента существует при $t \geq 0$. Отрезок асимптоты между касательной и нормалью, опущенной к асимптоте из точки касания, равен постоянной времени T . Чем больше инерционность звена, тем больше T и время переходного процесса. Обычно для апериодического звена принимают время переходного процесса t_p равным $3T$.

Апериодическое звено является звеном позиционным, его статическая характеристика описывается уравнением (4.2). Инерционность элементов, описываемых апериодическим звеном, связана с наличием у них какой-либо емкости энергии. Например, в электрических цепях конденсатор является емкостью, в которой накапливается энергия электрического поля, а индуктивность — емкостью, в которой накапливается энергия магнитного поля.

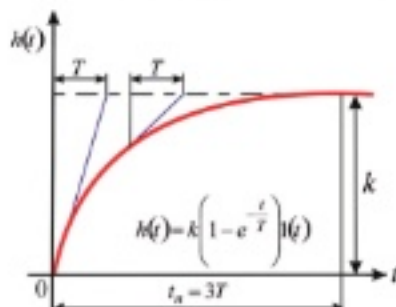


Рис. 4.5. Переходная характеристика апериодического звена

В механических системах емкостями энергии являются пружины, движущиеся массы и т.д. При изменении входного воздействия про-

процесс накопления или рассеивания энергии происходит не мгновенно, а в течение некоторого времени. Это и является причиной инерционности подобных элементов. Примерами аperiodических звеньев могут служить: асинхронный двигатель (без учета явлений второго порядка) (рис. 4.6), электрическая цепь (рис. 4.7) и гидравлический демпфер (рис. 4.8), если за его входное воздействие x_1 принять перемещение точки A пружины, а за выходное x_2 — перемещение штока (точка B).



Рис. 4.6. Асинхронный двигатель

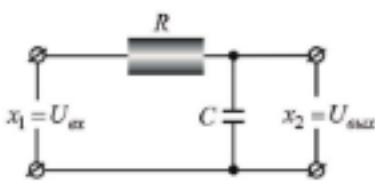


Рис. 4.7. Электрическая цепь

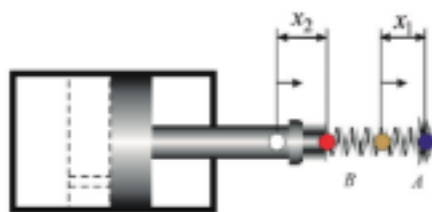


Рис. 4.8. Гидравлический демпфер

4.4 КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ЗВЕНО

Колебательным называют звено, имеющее дифференциальное уравнение:

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)x_2 = kx_1, \quad (4.4)$$

Путем замены $T_1 = 2\xi T$ и $T_2 = T$ уравнение можно привести к виду:

$$T^2 p^2 x_2 + 2\xi T p x_2 = kx_1,$$

где ξ — коэффициент затухания со значениями, находящимися в пределах $0 < \xi < 1$. Передаточная функция колебательного звена:

$$W(S) = \frac{k}{T^2 S^2 + 2\xi T S + 1}.$$

Переходная характеристика звена (рис. 4.9) отражает характерный для этого звена переходный процесс в виде затухающих гармонических колебаний с круговой частотой:

$$w = \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2}.$$

Колебательное звено также является звеном позиционного типа. Колебательным звеном обычно описывают элемент автоматической системы, если он содержит как минимум две емкости различных видов энергии: в одной емкости накапливается потенциальная энергия, в другой — кинетическая. Канал, по которому емкости обмениваются энергией, имеет сопротивление. В нем происходит безвозвратное для элемента рассеивание энергии, характеризуемое коэффициентом ξ .

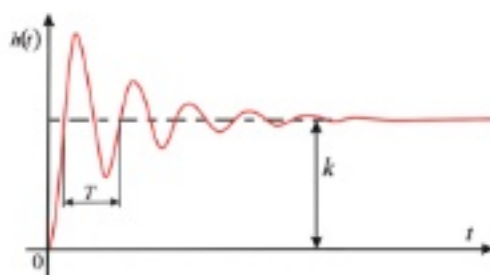


Рис. 4.9. Переходная характеристика колебательного звена

Примерами колебательного звена являются электрическая цепь (рис. 4.10) и механическая система (рис. 4.11). В электрической цепи емкость C накапливает энергию электрического поля (потенциальную энергию), а индуктивность L — энергию электрического поля (кинетическую энергию). Рассеивание энергии происходит на сопротивлении R .

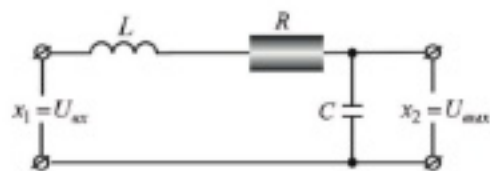


Рис. 4.10. Электрическая цепь с емкостью и индуктивностью

В механической системе движущаяся масса накапливает кинетическую энергию, а пружина — потенциальную. Рассеивание энергии происходит в демпфере.

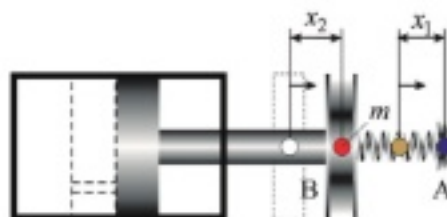


Рис. 4.11. Механическая система

Чем меньше рассеивание энергии, тем меньше значение коэффициента ξ и тем больше время переходного процесса. В идеальном случае, если рассеивание энергии отсутствует ($\xi = 0$), переходный процесс будет представлять собой незатухающие гармонические колебания (рис. 4.12). Уравнение колебательного звена превращается в уравнение:

$$T^2 p^2 x_2 + x_2 = kx_1.$$

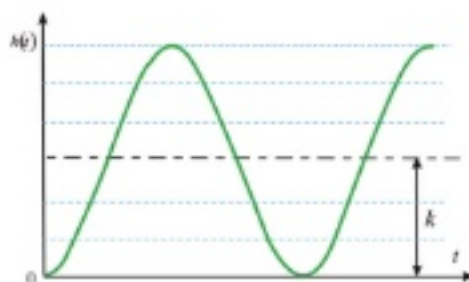


Рис. 4.12. Переходная характеристика консервативного звена

Типовое звено, соответствующее этому уравнению, называют консервативным, так как оно сохраняет первоначальный запас энергии неограниченное время.

Если коэффициент $\xi \geq 1$, то переходный процесс перестает быть колебательным. В этом случае график переходной характеристики (рис. 4.13) по своей форме приближается к экспоненте, колебательное звено превращается в аperiodическое звено второго порядка.

При значениях коэффициента $\xi \geq 1$ уравнение (4.4) может быть заменено эквивалентным ему уравнением:

$$(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)x_2 = kx_1.$$

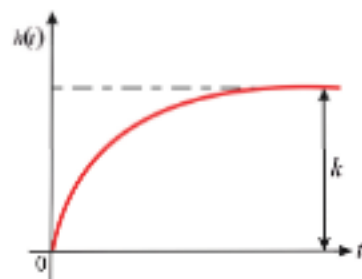


Рис. 4.13. График переходной характеристики апериодического звена второго порядка

Передаточная функция звена, описываемого этим уравнением:

$$W = \frac{k}{(T_s p + 1)(T_d p + 1)}$$

Она может быть получена при последовательном соединении двух апериодических звеньев первого порядка.

4.5 ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИЕ ЗВЕНЬЯ

Идеальным дифференцирующим звеном называют звено, имеющее уравнение:

$$x_2 = k p x_1$$

Это уравнение соответствует частному случаю общего дифференциального уравнения (4.1), когда его коэффициенты a_2, a_1, b_1 равны нулю.

Выходная величина идеального дифференцирующего звена пропорциональна скорости изменения входной величины. Передаточная функция звена:

$$W = k s.$$

Переходная характеристика идеального дифференцирующего звена $h(t)$ (рис. 4.14) есть производная от $1(t)$ единичной ступенчатой функции.

$$\text{Как было показано ранее, } \delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$$

При установившемся значении входной величины ($x_1 = \text{const}$) выходная величина x_2 равна нулю.

В качестве идеального дифференцирующего звена можно представить тахогенератор (рис. 4.15), если за входное воздействие у него принять угол поворота ротора α , а за выходное — напряжение $U_{\text{вых}}$ на щетках.

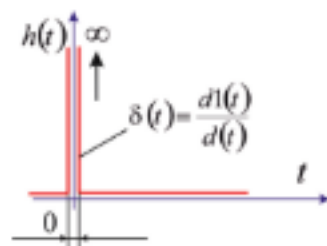


Рис. 4.14. Переходная характеристика идеального дифференцирующего звена



Рис. 4.15. Тахогенератор

В отличие от рассмотренного дифференцирующего звена, не учитывающего инерционность реальных элементов, типовое звено, имеющее уравнение $T^2 p^2 x_2 + x_2 = k p x_1$, называют реальным дифференцирующим, или дифференцирующим с замедлением. Передаточная функция звена:

$$W = \frac{ks}{TS + 1}$$

Переходная характеристика имеет вид, показанный на рис. 4.16.

Данное звено можно представить как последовательное соединение двух звеньев: идеального дифференцирующего и апериодического первого порядка.

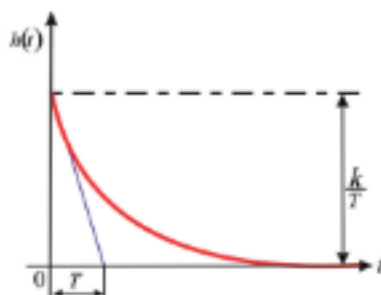


Рис. 4.16. Переходная характеристика реального дифференцирующего звена

Примером дифференцирующего звена с замедлением может служить электрическая цепь (рис. 4.17, а) и демпфер с пружиной (рис. 4.17, б).

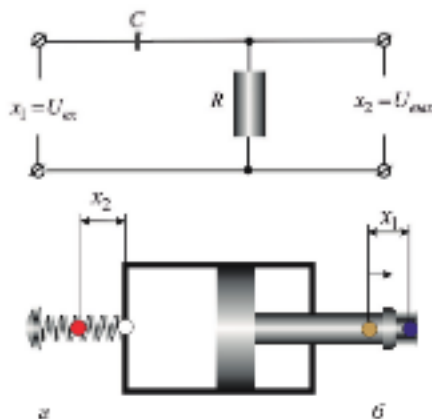


Рис. 4.17. Дифференцирующее звено с замедлением: а — электрическая цепь, б — демпфер с пружиной

4.6 ИНТЕГРИРУЮЩИЕ ЗВЕНЬЯ

Идеальным интегрирующим называют звено, имеющее дифференциальное уравнение:

$$p x_2 = k x_1,$$

которое соответствует общему дифференциальному уравнению (4.1), если коэффициенты его a_1, a_2, b_0 принять равными нулю. Проинтегрировав левую и правую части уравнения, получим:

$$x_2(t) = \int_0^t x_1(t) dt, \quad (4.5)$$

т.е. у идеального интегрирующего звена выходная величина пропорциональна интегралу по времени от входной величины. Передаточная функция звена:

$$W(S) = \frac{k}{S}.$$

Переходная характеристика представляет собой линию 1 (рис. 4.18), наклоненную к оси абсцисс под углом α , причем $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Это значит, что при постоянном входном воздействии выходное воздействие изменяется с постоянной скоростью. На рис. 4.19, а показана форма входного воздействия в виде прямоугольного импульса со временем действия τ , а на рис. 4.19, б — реакция звена на этот импульс.

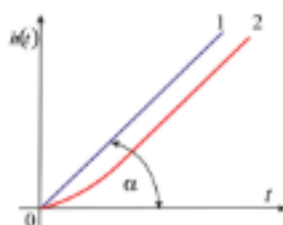


Рис. 4.18. Переходная характеристика интегрирующего звена

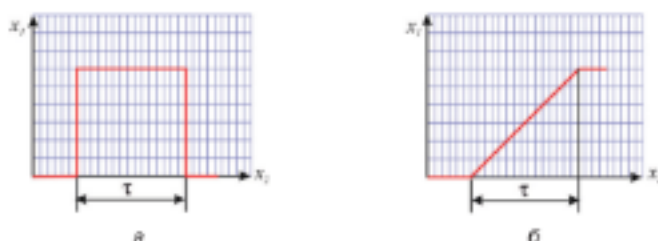


Рис. 4.19. Воздействие прямоугольного импульса на вход интегрирующего звена — (а) и реакция звена на прямоугольный импульс — (б)

Пренебрегая массой поршня, в качестве идеального интегрирующего звена можно представить демпфер (рис. 4.20), для которого справедливы соотношения:

$$\frac{dx_2}{dt} = V(t) \frac{F(t)}{C} \quad \text{и} \quad x_2(t) = \frac{1}{C} \int_0^t F(t) dt,$$

где $F(t)$ — сила, $V(t)$ — скорость движения, C — коэффициент вязкого трения.

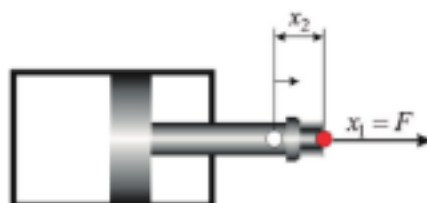


Рис. 4.20. Демпфер в виде идеального интегрирующего звена

Примером также может служить емкость постоянного сечения, заполняемая жидкостью (рис. 4.21). В этом случае звено описывается уравнением:

$$H(t) = k \int_0^t Q(t) dt,$$

где $H(t)$ — уровень жидкости, $Q(t)$ — расход жидкости в трубопроводе.

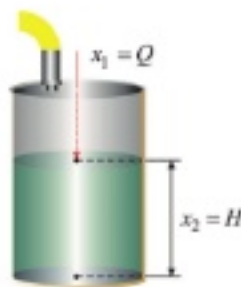


Рис. 4.21. Емкость постоянного сечения в виде идеального интегрирующего звена

В отличие от идеального интегрирующего, звено, имеющее уравнение

$$Tp^2x_2 + \rho x_2 = kx_1, \quad (4.6)$$

называют реальным интегрирующим, или интегрирующим с замедлением.

Передаточная функция этого звена

$$W(S) = \frac{k}{S(TS + 1)}. \quad (4.7)$$

Звено можно представить как последовательное соединение идеального интегрирующего звена и апериодического звена первого порядка.

Переходная характеристика реального интегрирующего звена показана на рис. 4.18 (линия 2). Примером этого звена является демпфер (рис. 4.20), если учитывать массу его поршня.

4.7 ИЗОДРОМНОЕ ЗВЕНО

Изодромным называют звено, имеющее дифференциальное уравнение:

$$\rho x_2 = k_1 p x_1 + k_2 x_1.$$

Это уравнение представляет собой частный случай уравнения (4.1) при значениях коэффициентов a_0, a_1 , равных нулю. Передаточная функция звена равна:

$$W(S) = k_1 + \frac{k_2}{S}.$$

Это означает, что изодромное звено может быть представлено как параллельное соединение безынерционного и идеального интегрирующего звеньев. Переходная характеристика $h(t)$ (рис. 4.22) может

быть получена путем алгебраического суммирования переходных характеристик указанных звеньев.

Примером изодромного звена является демпфер с пружиной (рис. 4.23), если за входную величину принять силу F , а за выходную — перемещение точки А.

Перемещение точки А является суммой двух величин — деформации пружины и перемещения поршня:

$$x_1(t) = x_2(t) = \frac{F(t)}{b} + \frac{1}{C} \int_0^t F(t) dt,$$

где C — коэффициент вязкого трения демпфера, b — жесткость пружины.

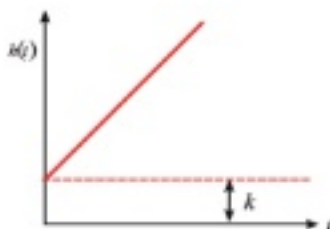


Рис. 4.22. Переходная характеристика изодромного звена

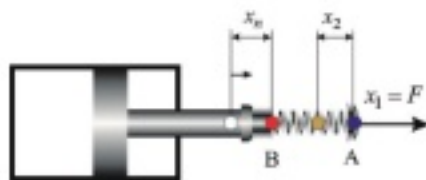


Рис. 4.23. Пример изодромного звена — демпфер с пружиной

4.8 ЗВЕНО ЧИСТОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Уравнение, связывающее выходную и входную величины:

$$x_{\text{вых}}(t) = x_{\text{вх}}(t - \tau).$$

Передаточная функция звена:

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = e^{-p\tau}.$$

Амплитудно-фазовая характеристика (АФХ):

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= e^{-j\omega\tau} = \cos \omega\tau - j \cdot \sin \omega\tau = \\ &= \sqrt{\cos^2 \omega\tau + \sin^2 \omega\tau} \cdot e^{-j \arctg \frac{\sin \omega\tau}{\cos \omega\tau}} = e^{j\omega\tau}, \end{aligned}$$

АФХ представляет на комплексной плоскости окружность единичного радиуса с центром в начале координат.

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) сливается с осью абсцисс, а фазо-частотная характеристика (ФЧХ) есть линейная функция $\phi(\omega) = \omega \cdot \tau$, проходящая через начало координат.

Раздел 5 ЗАКОНЫ ФОРМИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

5.1 ПОНЯТИЕ О ЗАКОНАХ УПРАВЛЕНИЯ И РЕГУЛИРОВАНИЯ

Законом управления для автоматической системы называют функциональную зависимость, в соответствии с которой входные воздействия в автоматизированном узле управления (АУУ) преобразуются в управляющие воздействия:

$$u = F(f, x).$$

Для линейных систем управляющее воздействие u можно представить как сумму реакций на каждое из воздействий в отдельности:

$$u = F_1(f) + F_2(x).$$

Функции $F_1(f)$ и $F_2(x)$ отражают законы управления по возмущающему воздействию f и по ошибке (отклонению) x . Используемые законы управления по каждому из входных воздействий строятся по одним и тем же принципам, поэтому рассмотрим только управление по отклонению на примере простейших систем автоматического регулирования. Законом управления, или законом регулирования для подобных систем называют зависимость между входной и выходной величинами регулятора, составленную без учета инерционности его элементов.

В наиболее общем случае закон регулирования по отклонению может быть представлен в таком виде:

$$u(t) = \left(k_1 + \frac{k_2}{p} + \frac{k_3}{p^2} + \dots + k_n p + k_{n+1} p^n \right) x(t),$$

где $x(t)$ — отклонение или ошибка.

Большинство практически используемых регуляторов построены на использовании закономерностей, уравнение которых является частным случаем приведенного выше выражения закона.

5.2 ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ

Уравнение закона пропорционального регулирования имеет вид:

$$u(t) = kx(t).$$

Регулятор, осуществляющий этот закон регулирования, называется пропорциональным регулятором, или П-регулятором. приме-

ром является регулятор давления газа, приведенный на рис. 5.1. Данный регулятор предназначен для снижения давления p_0 газа, поступающего из подводящего трубопровода, до заданного значения q , которое должно поддерживаться на выходе регулятора независимо от расхода Q . В данной системе расход газа является возмущающим воздействием. Заданное значение давления q при номинальном расходе $Q_{\text{ном}}$ обеспечивается регулировочным винтом, который через пружину устанавливает необходимую величину открытия заслонок H . Когда фактическое давление на выходе системы достигает заданного ($p = q$), то пружина окажется сжатой действующей на нее со стороны поршня силой:

$$F_s = qS_c,$$

где S_c — площадь поршня.

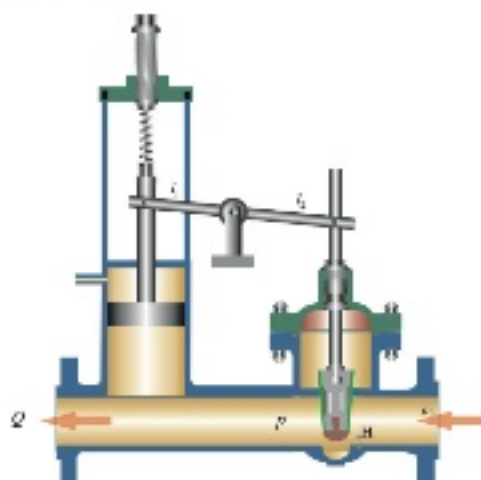


Рис. 5.1. Пропорциональный регулятор

Сила сжатия F_s задающей пружины пропорциональна задающему воздействию q и не зависит от значения расхода, принятого за номинальный при настройке регулятора. При изменении расхода по отношению к номинальному на величину ΔQ происходит приращение давления на величину $\Delta p = q - p$. Это приводит к приращению действующей на поршень силы $Fp = Fq + \Delta pS_c = Fq + \Delta F$, что вызывает дополнительную деформацию пружины и приращение зазора:

$$\Delta H = \Delta psb^{-1}k_p = k_1 \Delta p,$$

где b — жесткость задающей пружины, k_p — коэффициент передачи рычага, k_1 — коэффициент передачи регулятора.

Если жесткость пружины принять равной бесконечности ($b = \infty$), то обратная связь окажется разомкнутой, и приращение давления не будет влиять на величину зазора H . Статическую характеристику разомкнутой системы по возмущающему воздействию $p = f(Q)$ можно представить в виде прямой линии 1 (рис. 5.2). В замкнутой системе за счет обратной связи изменение давления на выходе системы приводит к нарушению равновесия сил, действующих на поршень, в результате происходит его перемещение, приводящее к изменению зазора H .

Статическая характеристика замкнутой системы представлена прямой линией 2 (рис. 5.2). Смысл этой характеристики состоит в следующем.

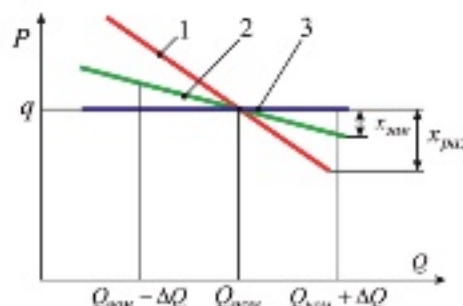


Рис. 5.2. Статическая характеристика замкнутой системы

При увеличении расхода (и падении давления) регулятор открывает заслонки, но при этом его поршень должен несколько опуститься. В новом установившемся положении усилие задающей пружины будет несколько меньше, следовательно, оно уравновесивается меньшим давлением под поршнем.

Статическая ошибка в разомкнутой системе, как следует из структурной схемы на рис. 3.11:

$$x_{от} = k_f \Delta Q,$$

где k_f — коэффициент передачи объекта по возмущению.

Статическую ошибку по возмущению в замкнутой системе можно определить из формулы (3.9), заменив выражения передаточных функций соответствующими коэффициентами передачи:

$$x_{от} = \frac{k_f}{1-k} \Delta Q,$$

где k — коэффициент передачи разомкнутой системы по задающему воздействию.

Коэффициент k равен произведению коэффициента передачи регулятора по задающему воздействию на коэффициент передачи

объекта по управляющему воздействию. Таким образом, хотя при пропорциональном регулировании статическая ошибка полностью не устраняется, ее величина уменьшается в $(K + 1)$ раз. Системы, в которых имеет место статическая ошибка, принято называть статическими. Преимуществом П-регуляторов является их простота и достаточно высокое быстродействие, недостатком — наличие статической ошибки.

5.3 ИНТЕГРАЛЬНОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ

Уравнение закона интегрального регулирования:

$$u(t) = \frac{k}{p} x(t), \text{ или } u(t) = k \int_0^t x(t) dt.$$

Регулятор в этом случае называют П-регулятором. Пример интегрального регулятора давления приведен на рис. 5.3. Задающее воздействие осуществляется путем создания постоянного давления q в полости над измерительным поршнем. Для получения интегрального закона регулирования в конструкцию регулятора введено интегрирующее звено в виде гидравлического демпфера.

Если не учитывать инерционность регулятора, то условие его равновесия можно записать так:

$$\Delta p s_i = c k_s^{-1} \frac{d\Delta H}{dt} = c V_0,$$

где c — коэффициент вязкого трения в демпфере; V_0 — скорость движения поршня демпфера. После интегрирования получим:

$$\Delta H(t) = s_i c^{-1} k_s \int_0^t \Delta p(t) dt = k \int_0^t \Delta p(t) dt.$$

Преимуществом П-регулятора является то, что он полностью устраняет ошибку. В данном регуляторе перемещение поршня будет продолжаться до тех пор, пока фактическое давление не сравняется с заданным.

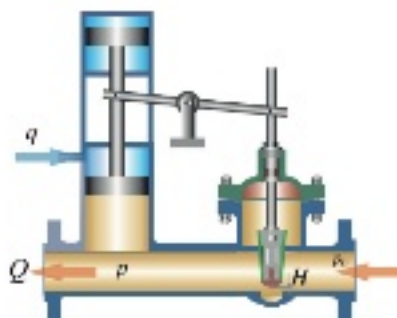


Рис. 5.3. Интегральный регулятор давления

Недостатком является повышенная инерционность регулятора и склонность его к колебаниям.

Системы, в которых статическая ошибка в процессе регулирования стремится к нулю, называют астатическими. В данном случае система регулирования является астатической, ее статическая характеристика (без учета зоны нечувствительности) изображается прямой 3 (рис. 5.2), параллельной оси абсциссе.

5.4 ПРОПОРЦИОНАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ

Данный закон называют также изодромным. Уравнение закона имеет вид:

$$u(t) = k_1 x(t) + k_2 \frac{x(t)}{p}.$$

Регулятор, осуществляющий такой закон, называют пропорционально-интегральным, или П-регулятором, а также изодромным регулятором.

На рис. 5.4 приведен П-регулятор давления.

Он отличается от И-регулятора наличием пружины, через которую присоединен к регулятору гидравлический демпфер. Без учета инерционности для данного регулятора можно записать:

$$\Delta H(t) = s_0 \Delta p b^{-1} k_p + s_0 c^{-1} k_p \int \Delta p(t) dt.$$

Первая составляющая обусловлена сжатием пружины, имеющей жесткость b , а вторая отражает влияние демпфера, имеющего коэффициент вязкого трения c .

Использование изодромного закона регулирования позволяет в одном регуляторе совместить положительные свойства пропорционального и интегрального регулирования: высокое быстродействие и высокую статическую точность.

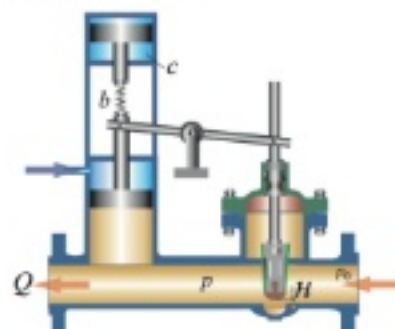


Рис. 5.4. Изодромный регулятор

При изменении расхода Q и появлении разности давлений $\Delta p = q - p$ перемещение заслонок происходит в основном за счет деформации пружины, регулятор работает как пропорциональный (статический). Однако деформация пружины (статическая ошибка) будет устраняться перемещением поршня демфера. Это приведет к дополнительному перемещению измерительного поршня и заслонок. Система «найдет» такое установившееся положение, при котором величина H обеспечит равенство $p = q$ при новом значении расхода. Таким образом, система регулирования П-регулятором является астатической.

5.5 РЕГУЛИРОВАНИЕ ПО ПРОИЗВОДНЫМ

Для улучшения динамических свойств АС прибегают к выбору таких законов регулирования, при которых управляющее воздействие регулятора формируется не только в зависимости от текущей величины ошибки $x(t)$, но и с учетом скорости ее изменения в данный момент времени $\frac{dx}{dt}$.

Регулирование только по производной от ошибки, т.е. по закону $u = k_{рх}$ не применяется, так как регулятор с таким законом не реагирует на постоянную составляющую ошибки, которая может накапливаться со временем и оказаться достаточно большой.

При введении управления по первой производной от ошибки в пропорциональный закон регулирования получается пропорционально-дифференциальный (ПД) закон.

При использовании ПД-регулятора учитывается не только наличие ошибки, но и тенденция к ее росту или уменьшению. Управляющее воздействие формируется с упреждением (теоретически уже в тот момент, когда $x = 0$, но $px \uparrow 0$), в результате чего повышается быстродействие системы, снижаются динамические ошибки. Системы с ПД-регуляторами являются статическими.

Пример ПД-регулятора приведен на рис. 5.5.

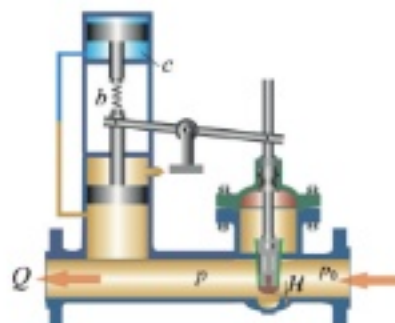


Рис. 5.5. Пропорционально-дифференциальный регулятор

Дополнительное усилие, деформирующее пружину и влияющее на перемещение заслонки, развивается поршнем верхнего цилиндра, узкий канал в котором препятствует мгновенному выравниванию давлений.

Это усилие пропорционально скорости приращения давления ($F = c \frac{d\Delta p}{dt}$). При подходе к установившемуся состоянию оно исчезает. В практике регулирования применяются также и ПИД-регуляторы с пропорционально-интегрально-дифференциальным законом регулирования:

$$u(t) = k_1 x(t) + k_2 \frac{x(t)}{p} + k_3 px(t),$$

в котором слагаемые $k_1 x(t) + k_3 px(t)$ обеспечивают быстроедействие, а слагаемое $k_2 \frac{x(t)}{p}$ — отсутствие статической ошибки.

Система регулирования получается астатической. Кроме рассмотренных, применяются и более сложные законы регулирования.

Раздел 6 УСТОЙЧИВОСТЬ И КАЧЕСТВО ЛИНЕЙНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

6.1 ПОНЯТИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ

Необходимым условием работоспособности любой автоматической системы является ее устойчивость. Устойчивость — это свойство системы возвращаться в исходное состояние равновесия после прекращения действия возмущений, которые вывели ее из исходного состояния.

Если система неустойчива, то достаточно любого толчка, чтобы в ней начался необратимый процесс ухода из исходного состояния. В случае устойчивой системы переходный процесс, вызванный каким-либо воздействием, со временем затухает, и система вновь возвращается в установившееся состояние. Наглядно устойчивость иллюстрирует рис. 6.1, на котором показаны различные положения равновесия шара.

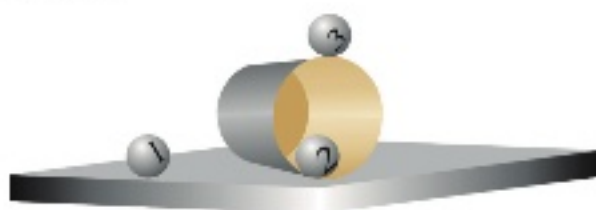


Рис. 6.1. Различные положения равновесия шара

Неустойчивыми могут быть только замкнутые системы или объекты с особенными внутренними обратными связями, содержащие элементы, способные запасать энергию.

В механических системах такими элементами являются массы и упругие передачи, в гидравлических и пневматических — емкости сосудов, в электрических цепях — аккумулярующие элементы — индуктивности катушек и емкости конденсаторов.

Из определения устойчивости следует, что о ней можно судить по виду переходного процесса $y(t)$ на выходе замкнутой системы, при подаче на ее вход какого-либо внешнего воздействия. Величина $y(t)$ является решением дифференциального уравнения замкнутой системы и при нулевых начальных условиях может быть найдена по ее изображению $Y(S)$ из уравнения (3.7).

Решение линейного дифференциального уравнения складывается из вынужденной $y_b(t)$ и переходной $y_a(t)$ составляющих, т.е.

$$y(t) = y_b(t) + y_a(t).$$

Вынужденная составляющая соответствует установившемуся режиму после окончания переходного процесса и поэтому нас не интересует. Переходная составляющая, которая с течением времени затухает в устойчивой системе и не затухает в неустойчивой, находится из дифференциального уравнения системы. Для ее отыскания необходимо решить линейное однородное дифференциальное уравнение:

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p^1 + a_0 p^0) y(t) = 0. \quad (6.1)$$

Решением этого дифференциального уравнения является функция:

$$y(t) = C_1 e^{p_1 t} + \dots + C_k e^{p_k t}, \quad (6.2)$$

где C_1, C_2, \dots, C_k — постоянные, определяемые из начальных условий, p_1, p_2, \dots, p_n — корни характеристического (алгебраического) уравнения замкнутой системы, имеющего вид:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p^1 + a_0 p^0 = 0, \quad (6.3)$$

которое соответствует дифференциальному уравнению (6.1).

Поскольку в понятие устойчивости входит только факт затухания переходного процесса независимо от его формы, то устойчивость линейной системы определяется только характеристическим уравнением (6.3), т.е. видом его корней, которые могут быть вещественными, комплексными и мнимыми.

При вещественном корне соответствующее слагаемое в формуле (6.2) представляет собой экспоненту, затухающую при $p < 0$ и расходящуюся при $p > 0$ (рис. 6.2, а).

Если характеристическое уравнение имеет комплексные корни, которые всегда являются попарно сопряженными $p_{1,2} = \alpha_0 \pm j\beta$, то в переходной составляющей будет слагаемое колебательного вида:

$$C_1 e^{(\alpha + j\beta)t} + C_2 e^{(\alpha - j\beta)t} = A e^{\alpha t} \sin(\beta t + \phi),$$

где A и ϕ — новые постоянные интегрирования.

При $\alpha < 0$ колебания затухающие (рис. 6.2, б), а при $\alpha > 0$ — расходящиеся (рис. 6.2, в). Чисто мнимые корни $\alpha = 0$ соответствуют незатухающим гармоническим колебаниям, что следует из последнего выражения.

Из проведенного анализа видно, что условием затухания переходного процесса $y_a(t)$ является отрицательность вещественных частей всех корней характеристического уравнения системы. Корни уравнения можно представить в виде точек на комплексной плоскости. Отрицательным значениям вещественных частей соответствуют точки, расположенные слева от оси мнимых. Это позволяет сформулировать следующее математическое условие устойчивости.

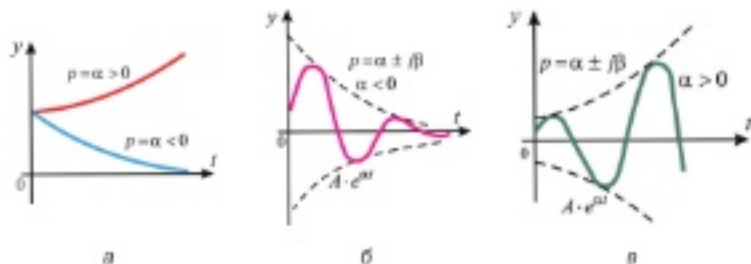


Рис. 6.2. Разновидности переходных процессов

Для устойчивой линейной системы необходимо и достаточно, чтобы все корни ее характеристического уравнения лежали слева от оси мнимых плоскости корней. Если хотя бы один корень окажется справа от оси мнимых, то система будет неустойчивой.

Необходимым условием устойчивости системы является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения. Если не все коэффициенты уравнения положительны, то система наверняка неустойчива и никаких дополнительных исследований не требуется. Необходимое условие устойчивости является и достаточным только для систем первого и второго порядка, в чем можно убедиться прямым нахождением корней уравнения.

В большинстве практических случаев вычисление корней характеристического уравнения весьма затруднено. Поэтому разработаны правила, пользуясь которыми можно судить об устойчивости системы, не вычисляя корней ее характеристического уравнения. Эти правила называются критериями устойчивости.

6.2 ЛОГАРИФИЧЕСКИЕ ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ (ЛЧХ). АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПО ЛЧХ

В установившемся режиме свойства звена или системы характеризуют коэффициентом передачи, под которым для линейной системы понимают отношение выходного сигнала к входному $K = \frac{X_{\text{вых}}}{X_{\text{вх}}}$.

Одной из форм описания динамических свойств звеньев и систем являются частотные характеристики. Если на вход линейной системы (звена) подать синусоидальный сигнал амплитуды A_1 и частоты ω :

$$X_{\text{вх}}(t) = A_1 \cdot \sin(\omega t),$$

то после окончания переходного процесса выходной сигнал также будет изменяться по гармоническому закону:

$$X(t) = A_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$

В общем случае сигнал $X(t)$ имеет другую амплитуду A_2 и сдвигнут относительно входного сигнала по фазе на угол φ . Относительная амплитуда выходного сигнала $A = \frac{A_2}{A_1}$ может рассматриваться как «коэффициент передачи» при заданной частоте. Изменения «коэффициента передачи» и фазового сдвига от частоты характеризуют динамические свойства системы (звена).

Зависимость «коэффициента передачи» от частоты $A(\omega)$ в режиме установившихся гармонических колебаний называют амплитудной частотной характеристикой (АЧХ) системы (звена). Изменение фазового сдвига выходного сигнала относительно входного в функции частоты $\varphi(\omega)$ называют фазовой частотной характеристикой.

Амплитудная частотная характеристика и фазовая характеристика, выполненная в логарифмическом масштабе по оси частот, соответственно называются логарифмической амплитудной (ЛАХ) и логарифмической фазовой характеристикой (ЛФХ). При построении ЛАХ по оси ординат откладывают величину $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$. Единицей измерения ординат ЛАХ служит децибел (дБ). Представление о взаимосвязи «коэффициента передачи» в натуральных $A(\omega)$ и логарифмических единицах $L(\omega)$ показано в таблице 6.1.

Таблица 6.1

Взаимосвязи «коэффициента передачи» в натуральных $A(\omega)$ и логарифмических единицах $L(\omega)$

$A(\omega)$	0,01	0,1	1	10	100	1000
$L(\omega), \text{дБ}$	-40	-20	0	20	40	60

По оси абсцисс в плоскости ЛЧХ откладывают значения логарифма частоты $\lg \omega$. Единицей измерения частоты в логарифмическом масштабе служит декада (дек). Одна декада соответствует изменению частоты в 10 раз. Как следует из таблицы 6.2, показывающей взаимосвязь значений частоты в натуральных и логарифмических единицах, на плоскости ЛЧХ невозможно показать значение частоты $\omega = 0$.

Таблица 6.2

Взаимосвязь значений частоты в натуральных и логарифмических единицах

$\omega, \text{с}^{-1}$	0 ...	0,01	0,1	1	10	100
$\lg \omega, \text{дек}$	$-\infty \dots$	-2	-1	0	1	2

Начальные значения частоты в точке пересечения осей координат целесообразно выбирать так, чтобы все интересующие частоты лежали правее оси ординат. Например, требуется в логарифмическом масштабе отложить значения частот $\omega_1 = 0,5 \text{ с}^{-1}$ и $\omega_2 = 60 \text{ с}^{-1}$. Находим

$\lg \omega_1 = -0,3$ дек, $\lg \omega_2 = -1,78$ дек; принимаем начальное значение частоты равным -1 декаде (рис. 6.3). Откладывая рассчитанные значения логарифмов частот, учитываем, что шкала $\lg \omega$ — равномерная. Значения частоты в логарифмическом масштабе принято указывать над осью абсцисс. Под этой осью обычно показывают также значения ω в натуральных единицах, причем эта шкала — неравномерная. Асимптотические ЛАХ звеньев и систем изображаются в виде отрезков прямых, имеющих определенный наклон. Под наклоном понимают изменение ординаты ЛАХ при изменении частоты на одну декаду. Способ построения ЛАХ с заданным наклоном следует из самого понятия наклона. В качестве примера на рис. 6.3 показано построение участка ЛАХ с наклоном -40 дБ/дек, проходящего через заданную точку A . При построениях можно также использовать то обстоятельство, что характеристики с одинаковыми наклонами представляют собой параллельные прямые (рис. 6.3).

Для построения логарифмических фазовых характеристик используют ту же ось частот, что и для ЛАХ. Фазовые сдвиги откладывают по оси ординат в обычном масштабе. Шкалу фазовых сдвигов принято располагать справа от оси ординат (рис. 6.3).

Для анализа устойчивости замкнутой системы по ЛЧХ [1, 3–8, 17], необходимо построить логарифмическую амплитудную (ЛАХ) и логарифмическую фазовую (ЛФХ) характеристики разомкнутой

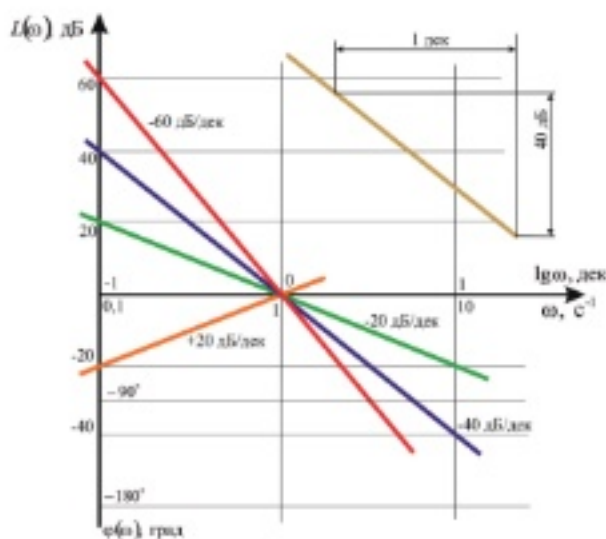


Рис. 6.3. Пример построения участка ЛАХ

системы. Исходными данными для построения являются вид и параметры передаточной функции разомкнутой системы.

Передаточная функция одноконтурной разомкнутой статической системы обычно имеет вид:

$$W_s(s) = \frac{(T_1s+1) \cdot (T_2s+1) \dots}{(T_s+1) \dots (T^2s^2 + 2\xi_s \cdot T_s + 1) \dots} \quad (6.4)$$

В выражении (6.4) множители (T_s+1) в числителе соответствуют форсирующим звеньям, множители (T_s+1) в знаменателе — аperiodическим звеньям, множители $(T^2s^2 + 2\xi_s \cdot T_s + 1)$ в знаменателе — колебательным звеньям. Построение асимптотической ЛАХ ведут в следующем порядке:

1) по выражению для $W_p(s)$ выясняют, какие звенья входят в систему;

2) находят частоту сопряжения каждого звена в натуральных и логарифмических единицах ($\omega_c = \frac{1}{T}$, c^{-1} ; $\lg \omega_c$, дек) и делают соответствующие отметки на оси абсцисс;

3) подсчитывают значение $20 \lg K_p$, дБ и проводят низкочастотный участок ЛАХ (участок, расположенный слева от наименьшей частоты сопряжения) параллельно оси абсцисс на расстоянии $20 \lg K_p$ от нее;

4) дальнейшее построение ведут, изменяя наклон ЛАХ на каждой частоте сопряжения. На частотах сопряжения форсирующих звеньев наклон изменяют на $+20$ дБ/дек, на частотах сопряжения аperiodических звеньев — на -20 дБ/дек и на частотах сопряжения колебательных звеньев — на -40 дБ/дек. Следует обратить внимание, что наклон ЛАХ изменяют дополнительно к существующему, т.е. после частоты сопряжения наклон ЛАХ определяется как алгебраическая сумма наклона на предыдущем участке и необходимого изменения наклона.

Если система является астатической, передаточную функцию разомкнутой системы записывают в виде

$$W_p(s) = \frac{(T_1s+1) \cdot (T_2s+1) \dots}{T_n s (T_1s+1) \cdot (T_{i+1}s+1) \dots (T_n^2s^2 + 2\xi_n \cdot T_n s + 1)}$$

Сравнивая приведенное выражение с (6.4), можно заметить, что отличительным признаком астатических систем является множитель $T_n s$ в знаменателе передаточной функции, где T_n — постоянная времени интегрирующего (астатического) звена.

Для построения ЛАХ астатической системы кроме частот сопряжения подсчитывают также частоту среза интегрирующего звена в натуральных и логарифмических единицах ($\omega_\alpha = \frac{1}{T}$, c^{-1} ; $\lg \omega_{\alpha, n}$, дек) и делают соответствующие отметки на оси абсцисс.

Низкочастотный участок ЛАХ астатической системы, в отличие от статической, проводят с наклоном -20 дБ/дек. Причем, если $\omega_{\alpha, n}$

меньше частот сопряжения ω_c , то низкочастотный участок должен пересекать ось абсцисс в точке $\omega_{c,a}$. Если же имеются частоты сопряжения, расположенные левее $\omega_{c,a}$, то участок с наклоном -20 дБ/дек проводят до наименьшей частоты сопряжения так, чтобы его воображаемое продолжение пересекало ось абсцисс в точке $\omega_{c,a}$ (см. пример 6.2). При каждой частоте сопряжения, начиная с наименьшей, наклон ЛАХ дополнительно изменяют, руководствуясь правилами, изложенными выше.

Построенная асимптотическая ЛАХ будет незначительно отличаться от действительной, если коэффициенты демпфирования колебательных звеньев лежат в пределах $0,4 \leq \xi \leq 0,7$. Если это условие не выполняется, действительная ЛАХ должна строиться с поправками, учитывающими величину коэффициента ξ [9–11, 18–20].

Для построения ЛФХ системы предварительно строят ЛФХ отдельных звеньев. Логарифмические фазовые характеристики типовых звеньев представляют собой кососимметричные кривые, что облегчает их построение. На рис. 6.4. приведена ЛФХ апериодического звена $\varphi_1(\omega)$. Эта кривая кососимметрична относительно точки с координатами $(\omega_c, -45^\circ\text{C})$.

При построении принято $\omega_c = \frac{1}{T} = 1 \text{ с}^{-1}$, соответственно, $\lg \omega_c = 0$ дек. ЛФХ форсирующего звена $\varphi_2(\omega)$ приведена на этом же рисунке; она является зеркальным отражением ЛФХ апериодического звена, имеет центр симметрии в точке с координатами $(\omega_c, +45^\circ\text{C})$. Вид ЛФХ апериодических и форсирующих звеньев при выбранном масштабе по осям координат не зависит от частоты сопряжения звена. Частота сопряжения определяет только местоположение кривой на логарифмической плоскости.

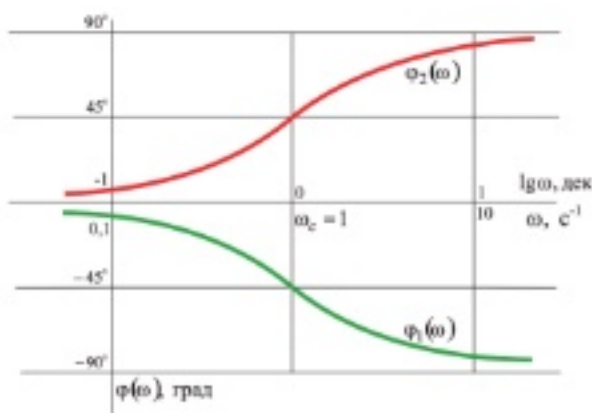


Рис. 6.4. ЛФХ апериодического звена

Поэтому для построения ЛФХ аperiodических и форсирующих звеньев, особенно когда звеньев несколько, целесообразно пользоваться шаблоном. Причем, благодаря зеркальной симметрии ЛФХ этих звеньев можно использовать один и тот же шаблон.

Шаблон можно выполнить, используя таблицу 6.3, где приведены данные для одной ветви ЛФХ аperiodического звена. Величины фазовых сдвигов можно также рассчитать по выражениям:

для аperiodического звена

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}(\omega T),$$

для дифференцирующего звена

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}(\omega T).$$

Логарифмическая фазовая характеристика колебательного звена (кривая $\varphi_c(\omega)$ на рис. 6.5) кососимметрична относительно точки с координатами $(\omega_c, -90^\circ\text{С})$.

Таблица 6.3

Данные для ветви ЛФХ аperiodического звена

Сдвиг влево относительно частоты сопряжения, дек	2	1,5	1	0,75	0,5	0,25	0
Значение фазового сдвига, град	-0,5	-2	-6	-10	-18	-29	-45

Вид этой кривой зависит от коэффициента ξ . Данные для построения левой ветви характеристики приведены в таблице 6.4. Они рассчитаны по выражению:

$$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{2\xi \cdot T \cdot \omega}{1 - T^2 \cdot \omega^2}.$$

Фазовые сдвиги для построения правой ветви можно находить, вычитая из -180° значения фазовых сдвигов, указанные в таблице 6.4. Например, для $\xi = 0,4$ при сдвиге вправо на 0,5 дек относительно ω_c значения $\varphi(\omega) = -180^\circ - (-16^\circ) = -164^\circ$.

Таблица 6.4

Значения фазовых сдвигов

Сдвиг влево относительно частоты сопряжения, дек	2	1,5	1	0,75	0,5	0,25	0	
Значения фазового сдвига при различных коэффициентах ξ , град	$\xi=0,4$	-0,5	-1	-5	-8	-16	-33	-90
	$\xi=0,5$	-0,6	2	-6	-10	-19	-39	-90
	$\xi=0,6$	-0,7	-2	-7	-12	-23	-45	-90
	$\xi=0,7$	-0,8	-2	-8	-14	-26	-49	-90

Логарифмическая фазовая характеристика интегрирующего звена $\varphi_n(\omega)$ на рис. 6.5 представляет собой прямую, параллельную оси частот.

Это звено вносит постоянный фазовый сдвиг, равный -90° . Логарифмическая фазовая характеристика системы определяется как алгебраическая сумма ЛФХ звеньев, входящих в систему:

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega).$$

Т.е. для построения ЛФХ системы необходимо задаться рядом фиксированных значений частоты и при каждом значении частоты просуммировать ординаты ЛФХ отдельных звеньев. Для решения вопроса об устойчивости замкнутой системы анализируют взаимное расположение ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы. Если все корни характеристического уравнения разомкнутой системы имеют отрицательную вещественную часть или наряду с корнями с отрицательной вещественной частью содержится не более одного нулевого корня, то условия устойчивости по ЛЧХ сводятся к следующему. Замкнутая линейная система устойчива, если ЛАХ разомкнутой системы достигает оси частот раньше (при меньшем значении частоты), чем ЛФХ разомкнутой системы достигает фазового сдвига -180° .

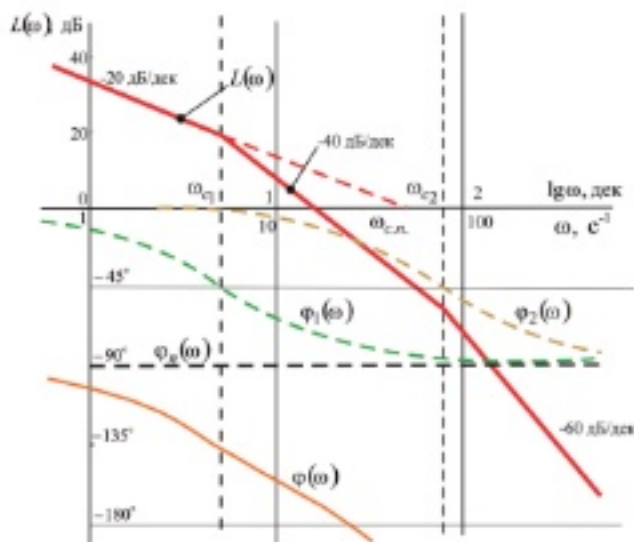


Рис. 6.5. Логарифмическая фазовая характеристика интегрирующего звена

Пример 6.1

Имеется замкнутая автоматическая система, структурная схема которой показана на рис. 6.6.

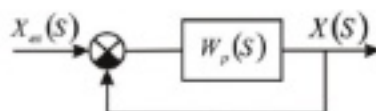


Рис. 6.6. Замкнутая автоматическая система

Необходимо:

- исследовать систему на устойчивость в разомкнутом состоянии;
- исследовать на устойчивость замкнутую систему, используя условия устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам (ЛЧХ);

Анализ устойчивости системы в разомкнутом состоянии целесообразно вести по необходимому и достаточному условию устойчивости [1], [4], [12, 21]. Для применения этого условия должны быть определены знаки вещественной части корней характеристического уравнения разомкнутой системы. Указанное характеристическое уравнение можно получить, приравняв к нулю знаменатель передаточной функции разомкнутой системы.

Пусть передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W_p(s) = \frac{K_p}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)},$$

где K_p — коэффициент усиления разомкнутой системы; T_1, T_2, T_3 — постоянные времени, с; ξ — коэффициент демпфирования; S — оператор Лапласа, $K_p = 600$; $T_1 = 0,75$ с; $T_2 = 0,15$ с; $T_3 = 0,08$ с.

По виду передаточной функции можно утверждать, что система статическая и содержит 3 апериодических звена. Для построения ЛЧХ находим:

$$20 \lg K_p = 20 \lg 600 = 55,6 \text{ дБ};$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,75} = 1,33 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c1} = \lg 1,33 = 0,125 \text{ дек};$$

$$\omega_{c2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,15} = 6,6 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c2} = \lg 6,6 = 0,82 \text{ дек};$$

$$\omega_{c3} = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0,08} = 12,5 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c3} = \lg 12,5 = 1,1 \text{ дек}.$$

Логарифмические частотные характеристики системы приведены на рис. 6.7.

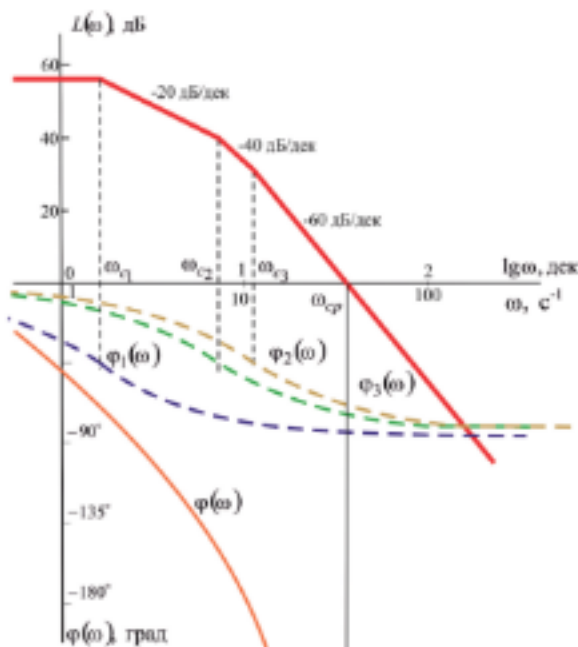


Рис. 6.7. Иллюстрация оценки устойчивости системы

Низкочастотный участок ЛАХ проведен на расстоянии $20 \lg K_p$ от оси частот. При каждой частоте сопряжения наклон ЛАХ дополнительно изменен на -20 дБ/дек, т.к. это частоты сопряжения апериодических звеньев. Логарифмическая фазовая характеристика $\varphi(\omega)$ получена суммированием фазовых характеристик отдельных звеньев $\varphi_1(\omega), \varphi_2(\omega), \varphi_3(\omega)$. Характеристическое уравнение разомкнутой системы:

$$(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1) = 0.$$

Корни уравнения вещественные, отрицательные.

$$S_1 = -\frac{1}{T_1}; S_2 = -\frac{1}{T_2}; S_3 = -\frac{1}{T_3}.$$

Следовательно, можно воспользоваться наложенными выше условиями устойчивости.

Из рис. 6.7 следует, что ЛАХ системы $L(\omega)$ пересекает ось частот позже (при частоте ω_{cp}), чем ЛФХ достигает фазового сдвига -180° . Следовательно, исследуемая замкнутая система неустойчива.

Пример 6.2

Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_p(s) = \frac{1}{T_s s (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$T_s = 0,025 \text{ с}; T_1 = 0,2 \text{ с}; T_2 = 0,0125 \text{ с}.$$

Из выражения передаточной функции следует, что система содержит интегрирующее звено (система астатическая) и два апериодических звена.

Определяем частоту среза интегрирующего звена:

$$\omega_{c, \text{и}} = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c, \text{и}} = \lg 40 = 1,6 \text{ дек};$$

и частоты сопряжения апериодических звеньев:

$$\omega_{c1} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c1} = \lg 5 = 0,7 \text{ дек};$$

$$\omega_{c2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,0125} = 80 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c2} = \lg 80 = 1,9 \text{ дек}.$$

Низкочастотный участок ЛАХ (рис. 6.7) приведен так, чтобы его продолжение пересекало ось частот в точке ω .

При каждой частоте сопряжения наклон ЛАХ дополнительно изменяется на -20 дБ/дек, т.е. это частоты сопряжения апериодических звеньев. ЛФХ системы $\varphi(\omega)$ получена суммированием ЛФХ интегрирующего звена $\varphi_{\text{и}}(\omega)$ и ЛФХ апериодических звеньев $\varphi_1(\omega)$ и $\varphi_2(\omega)$.

Характеристическое уравнение разомкнутой системы:

$$T_s s (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) = 0$$

имеет один нулевой корень $S_1 = 0$ и два отрицательных вещественных корня, т.е. можно воспользоваться изложенными выше условиями устойчивости по ЛЧХ. Логарифмическая амплитудная характеристика системы $L(\omega)$ пересекает ось частот раньше, чем (при частоте $\omega_{c, \text{и}}$) ЛФХ достигает фазового сдвига -180° . Следовательно, замкнутая система устойчива.

Пример 6.3

Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_p(s) = \frac{K_p \cdot (T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3^2 s^2 + 2\xi \cdot T_3 s + 1)}$$

$$K_p = 100; T_1 = 0,8 \text{ с}; T_2 = 0,1 \text{ с}; T_3 = 4 \text{ с}; \xi = 0,5.$$

По выражению для передаточной функции устанавливаем, что в систему входят форсирующее, аperiodическое и колебательное звенья; система статическая.

Рассчитываем

$$20 \lg K_p = 20 \lg 100 = 40 \text{ дБ};$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c1} = \lg 1,25 = 0,007 \text{ дек};$$

$$\omega_{c2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,1} = 10 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c2} = \lg 10 = 1 \text{ дек};$$

$$\omega_{c3} = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ с}^{-1}; \lg \omega_{c3} = \lg 0,25 = 0,6 \text{ дек}.$$

Низкочастотный участок ЛАХ системы проведен (рис. 6.8.) на расстоянии $20 \lg K_p$ от оси частот. При частотах сопряжения наклон ЛАХ дополнительно изменен в соответствии с вышеизложенными

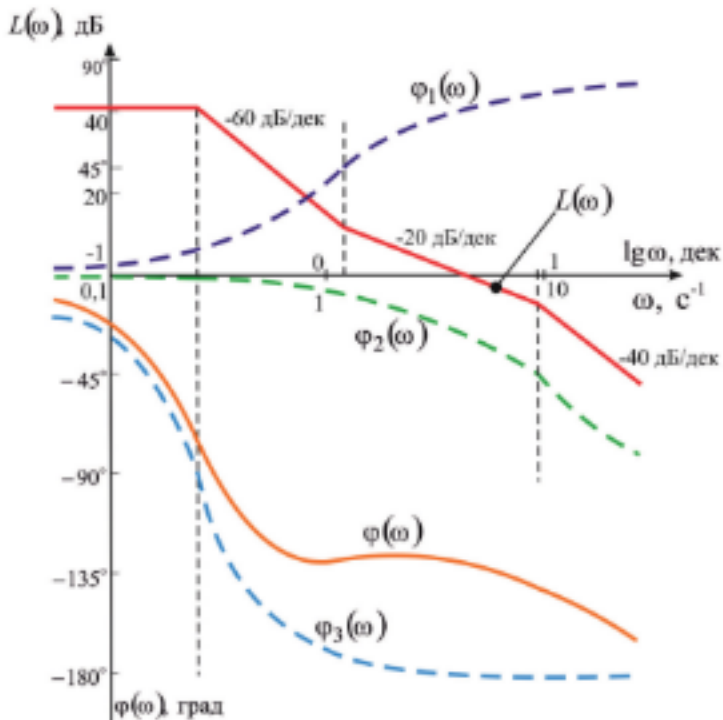


Рис. 6.8. Иллюстрация оценки устойчивости системы

правилами. Логарифмические фазовые характеристики отдельных звеньев: $\varphi_1(\omega)$ — форсирующего, $\varphi_2(\omega)$ — аperiodического и $\varphi_3(\omega)$ — колебательного после алгебраического суммирования дают ЛФХ системы $\varphi(\omega)$.

Решая характеристическое уравнение разомкнутой системы

$$(T_2 s + 1)(T_3^2 s^2 + 2\xi \cdot T_3 s + 1) = 0,$$

можно убедиться, что его корни имеют отрицательную вещественную часть. Учитывая это, используем вышеизложенное условие устойчивости. Из рис. 6.8 следует, что ЛАХ разомкнутой системы $L(\omega)$ пересекает ось частот раньше (при частоте ω_{φ}), чем ЛФХ достигает -180° (в данном случае ЛФХ стремится к -180° при $\omega \rightarrow \infty$). Следовательно, исследуемая замкнутая система устойчива.

6.3 КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГУРВИЦА

Этот критерий позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по коэффициентам ее характеристического уравнения и заключается в следующем. Если система имеет характеристическое уравнение вида (6.3), причем $a_0 > 0$, то для ее устойчивости необходимо и достаточно, чтобы были положительными все n диагональные определители Гурвица $-\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$.

Для вычисления определителей Гурвица составляют квадратную матрицу n -го порядка в такой последовательности:

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \dots & 0 & 0 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{n-2} & \alpha_n \end{vmatrix}$$

По диагонали из левого верхнего угла записывают по порядку коэффициенты от α_1 до α_n . В каждый столбец дописывают коэффициенты уравнения: вверх — с возрастающими индексами, вниз — с убывающими по порядку. На месте отсутствующих коэффициентов ставятся нули.

Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства для определителей:

$$\Delta_1 = \alpha_1 > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 \\ \alpha_0 & \alpha_2 \end{vmatrix} > 0; \quad \dots; \quad \Delta_n = |n \times n| > 0.$$

Если $\Delta_n = 0$, то система находится на границе области устойчивости.

В теории автоматического управления существуют и другие критерии устойчивости систем.

Пример 6.4

Проверить на устойчивость замкнутую систему, структурная схема которой показана на рис. 6.6. Передаточная функция разомкнутой системы:

$$W_p(s) = \frac{K_p}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3^2 s^2 + 2\xi \cdot T_3 s + 1)}$$

$$K_p = 50T_1 = 1,6 \text{ с}; T_2 = 0,4 \text{ с}; T_3 = 0,1 \text{ с}; \xi = 0,5 \text{ с}.$$

Записываем выражение для передаточной функции замкнутой системы, показанной рис. 6.6.

$$W_z(s) = \frac{W_p(s)}{1 + W_p(s)}.$$

Подставляя в него выражение для $W_p(s)$, после преобразований получим

$$W_z(s) = \frac{K_p}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3^2 s^2 + 2\xi \cdot T_3 s + 1) + K_p}.$$

Приравнивая знаменатель нулю, получим характеристическое уравнение замкнутой системы, которое после преобразований приводится к виду:

$$a_0 \cdot S^4 + a_1 \cdot S^3 + a_2 \cdot S^2 + a_3 \cdot S + a_4 = 0,$$

$$\text{где } a_0 = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 = 1,6 \cdot 0,4 \cdot (0,1)^2 = 6,4 \cdot 10^{-3};$$

$$a_1 = T_1 \cdot T_2 \cdot 2\xi \cdot T_3 + T_1 \cdot T_3^2 = 1,6 \cdot 0,4 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 0,1 + 1,6 \cdot (0,1)^2 = 0,4 \cdot (0,1)^2 = 8,4 \cdot 10^{-3};$$

$$a_2 = T_3^2 + T_1 \cdot 2\xi \cdot T_3 + T_2 \cdot 2\xi \cdot T_3 + T_1 \cdot T_2 = (0,1)^2 + 1,6 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 0,1 + 0,4 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 0,1 + 1,6 \cdot 0,4 = 8,5;$$

$$a_3 = T_1 + T_2 + 2\xi \cdot T_3 = 1,6 + 0,49 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,1 = 2,1;$$

$$a_4 = 1 + K_p = 1 + 50 = 51.$$

Из коэффициентов характеристического уравнения 4-го порядка составляем таблицу:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \end{vmatrix}.$$

Находим определители:

$$\Delta_1 = a_1 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 = 8,4 \cdot 10^{-2} \cdot 0,85 - 2,1 \cdot 6,4 \cdot 10^{-3} = 5,80 \cdot 10^{-2};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ a_0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_3 \cdot \Delta_2 - a_1 \cdot \begin{vmatrix} a_4 & 0 \\ a_0 & a_4 \end{vmatrix} = 2,1 \cdot 5,80 \cdot 10^{-2} - (8,4 \cdot 10^{-2})^2 =$$

$$= 5,80 \cdot 10^{-2} \cdot 51 = 2,18 \cdot 10^{-2} - 35,98 \cdot 10^{-2} < 0;$$

$$\Delta_4 = a_4 \cdot \Delta_3 < 0.$$

Таким образом условия устойчивости не выполняются — замкнутая система неустойчива.

6.4 ЧАСТОТНЫЙ КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ НАЙКВИСТА

Американским ученым Г. Найквистом в 1932 году были сформулированы необходимые и достаточные условия, с помощью которых можно исследовать устойчивость замкнутых систем автоматического управления по виду амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы.

Будем считать, что структурная схема системы управления приведена к расчетной структурной схеме, которая показана на рис. 6.9.

На рис. 6.9 обозначено: $W(S)$ — передаточная функция разомкнутой системы; $G(S), E(S), X(S)$ — изображения по Лапласу соответственно сигнала на входе системы, сигнала ошибки и сигнала на выходе системы. Пусть далее передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(S) = \frac{R(S)}{Q(S)} = \frac{b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \dots + b_0}{c_n S^n + c_{n-1} S^{n-1} + \dots + c_0}, \quad m < n. \quad (6.5)$$

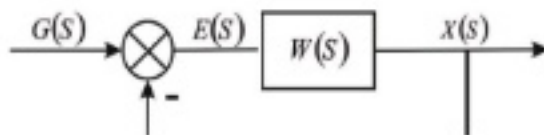


Рис. 6.9. Структурная схема САУ

В равенстве (6.5) осуществим замену переменной $S = j\omega$, в результате чего получаем частотную передаточную функцию разомкнутой системы:

$$W(s) = \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} = \frac{b_n(j\omega)^n + b_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + b_0}{c_m(j\omega)^m + c_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + c_0} = U(\omega) + jV(\omega) = \quad (6.6)$$

$$A(\omega)\exp(j\varphi(\omega)),$$

где $U(\omega)$ и $V(\omega)$ — действительная и мнимая части частотной передаточной функции соответственно; модуль $A(\omega)$ и фаза $\varphi(\omega)$ частотной передаточной функции равны:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}; \quad \varphi(\omega) = \frac{U(\omega)}{V(\omega)}. \quad (6.7)$$

На координатной плоскости с началом в точке O и координатными осями $U(\omega)$ и $V(\omega)$ комплексное число $W(j\omega)$ представляется вектором с началом в точке O и координатами $\{U(\omega), V(\omega)\}$. Если изменять частоту ω от $-\infty$ до $+\infty$, то вектор $W(j\omega)$ будет меняться по величине и фазе. Кривую, описываемую концом этого вектора плоскости, называют амплитудно-фазовой характеристикой разомкнутой системы (рис. 6.10).

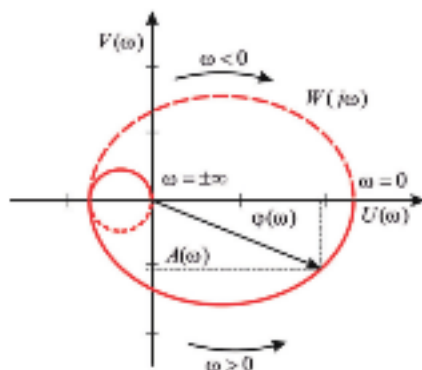


Рис. 6.10. Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы

Амплитудно-фазовая характеристика симметрична относительно действительной оси $U(\omega)$. Физический смысл имеют только положительные частоты, поэтому вычерчивают только ту часть амплитудно-фазовой характеристики, которая соответствует положительным частотам $\omega \geq 0$ (сплошная линия на рис. 6.10). Пунктирная линия на рис. 6.10 соответствует отрицательным частотам.

Введем в рассмотрение вспомогательную функцию:

$$W_1(s) = 1 + W(s) = 1 + \frac{R(s)}{Q(s)} = \frac{Q(s) + R(s)}{Q(s)} = \frac{P(s)}{Q(s)}. \quad (6.8)$$

Из формулы (6.8) следует, что

$$P(\lambda) = P(S)|_{S=\lambda} = Q(\lambda) + R(\lambda) = a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots + a_n,$$

это характеристический полином замкнутой системы, а

$$Q(\lambda) = Q(S)|_{S=\lambda} = c_0 \lambda^m + c_1 \lambda^{m-1} + \dots + b_m$$

– характеристический полином разомкнутой системы.

$$R(\lambda) = Q(S)|_{S=\lambda} = b_0 \lambda^n + b_1 \lambda^{n-1} + \dots$$

$$+ b_m = Q(S)|_{S=\lambda} = b_0 \lambda^n + b_1 \lambda^{n-1} + \dots + b_m$$

– полином степени m .

Заметим, что в реальных условиях степень полинома $R(\lambda)$ не выше степени полинома $Q(\lambda)$, то есть $m < n$. Поэтому степени числителя и знаменателя дроби (6.8) одинаковы и равны n .

Подставляя в (6.8) – $S = j\omega$, получим:

$$W_1(j\omega) = 1 + W(j\omega) = \frac{Q(j\omega) + R(j\omega)}{Q(j\omega)} = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)}. \quad (6.9)$$

Пусть характеристическое уравнение замкнутой системы $P(\lambda) = 0$ имеет m корней с положительными действительными частями и $m - n$ корней с отрицательными действительными частями, а характеристическое уравнение разомкнутой системы $Q(\lambda) = 0$ имеет l корней с положительными действительными частями и $n - l$ корней с отрицательными действительными частями.

При изменении частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$ изменение угла поворота вектора $W_1(j\omega)$ на основе принципа аргумента будет:

$$\begin{aligned} \Delta \text{Arg} W_1(j\omega) &= \Delta \text{Arg} P(j\omega) - \Delta \text{Arg} Q(j\omega) = \\ &= \pi[(n - m) - m] - \pi[(n - l) - l] = 2\pi(l - m). \end{aligned} \quad (6.10)$$

Для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы все ее корни характеристического уравнения были с отрицательными действительными частями, то есть $m = 0$. Отсюда суммарный поворот вектора $W_1(j\omega)$ устойчивой системы вокруг начала координат должен быть равен

$$\Delta \text{Arg} W_1(j\omega) = 2\pi \cdot l, \quad (6.11)$$

где l – число корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительными действительными частями.

Физический смысл имеют только положительные частоты $\omega \geq 0$, поэтому в этом случае угол поворота вектора $W_1(j\omega)$ будет вдвое меньше, т.е:

$$\Delta \text{Arg} W_1(j\omega) = \pi \cdot l. \quad (6.12)$$

Таким образом, если разомкнутая система неустойчива и имеет l корней с положительными действительными частями, то замкнутая система будет устойчивой тогда и только тогда, когда амплитудно-фазовая характеристика вспомогательной функции $W_1(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до $+\infty$ охватывает начало координат в положительном направлении $l/2$ раз. Здесь следует отметить, что число оборотов вектора $W_1(j\omega)$ вокруг начала координат равно числу оборотов вектора $W(j\omega)$ вокруг точки $\{-1, j0\}$.

На основании сказанного вытекает следующая формулировка критерия устойчивости Найквиста.

Если разомкнутая автоматическая система управления неустойчива, то для того, чтобы замкнутая система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы амплитудно-частотная характеристика разомкнутой системы $W(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до $+\infty$ охватывала точку $\{-1, j0\}$ в положительном направлении $l/2$ раз, где l — число корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительными действительными частями.

На рис. 6.11 показана амплитудно-фазовая характеристика $W_1(j\omega)$, а на рис. 6.12 — амплитудно-фазовая характеристика $W(j\omega)$, соответствующая устойчивой замкнутой системе, которая в разомкнутом состоянии была неустойчивой и имела число правых корней $l = 2$.

При сложной форме характеристики $W(j\omega)$ могут возникнуть затруднения при определении числа ее оборотов вокруг критической точки $\{-1, j0\}$. В этом случае для суждения об устойчивости удобно применять «правило переходов», предложенное Я.З. Цыпкиным [13].

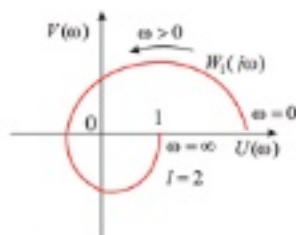


Рис. 6.11. Амплитудно-фазовая характеристика $W_1(j\omega)$

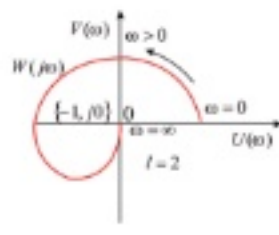


Рис. 6.12. Амплитудно-фазовая характеристика $W(j\omega)$, соответствующая устойчивой замкнутой системе

Назовем переход характеристики $W(j\omega)$ через отрезок вещественной оси слева от точки $\{-1, j0\}$, т.е. через отрезок $[-\infty, -1]$, при возрастании ω положительным, если он происходит сверху вниз, и отрицательным, если он происходит снизу вверх. Если характеристика $W(j\omega)$ начинается на отрезке $[-\infty, -1]$ при $\omega = 0$ или заканчивается на нем при $\omega = \infty$, то в этих случаях считают, что она совершает полперехода.

Тогда критерий Найквиста можно сформулировать так. Если разомкнутая система автоматического управления неустойчива, то для того, чтобы замкнутая система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы разность между числом положительных и отрицательных переходов амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы $W(j\omega)$ через отрезок вещественной оси $[-\infty, -1]$ при изменении частоты ω от 0 до $+\infty$ была равна $l/2$ раз, где l — число корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительными действительными частями.

Пример 6.5

На рис. 6.13 изображен годограф Найквиста для системы автоматического управления, которая неустойчива в разомкнутом состоянии, причем $l = 3$. Начальная точка характеристики левее точки $[-1, j0]$ считается за $1/2$ положительного перехода. Левее точки $[-1, j0]$ число положительных переходов $1/2 + 1 = 3/2$. Число отрицательных переходов 0, их разность $3/2 = l/2$. Следовательно, система устойчива в замкнутом состоянии.

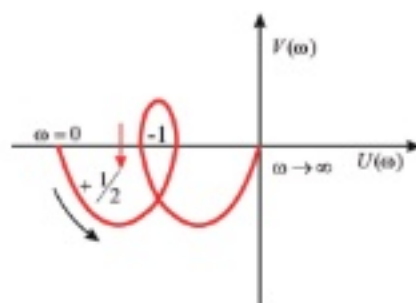


Рис. 6.13. Годограф Найквиста

Рассмотрим теперь случай, когда система автоматического управления устойчива в разомкнутом состоянии, а передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{kB(s)}{C(s)} = \frac{kb_0s^m + b_1(s)^{m-1} + \dots + b_m}{c_0s^n + c_1s^{n-1} + \dots + c_n}, \quad m < n. \quad (6.13)$$

Так же, как и в предыдущем случае, введем в рассмотрение вспомогательную функцию:

$$W_1(s) = 1 + W(s) = \frac{C(s) + kB(s)}{C(s)} = \frac{P(s)}{C(s)}. \quad (6.14)$$

Из равенства (6.14) следует, что $P(\lambda) = P(s)|_{s=\lambda} = C(\lambda) + kB(\lambda)$ — характеристический полином замкнутой системы; $C(\lambda) = C(S)|_{s=\lambda}$ — характеристический полином разомкнутой системы.

Подставив в (6.14) $S = j\omega$, получим:

$$W_1(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{C(j\omega)}$$

По критерию Михайлова изменение аргумента $C(j\omega)$ при $0 \leq \omega \leq \infty$ равно $\frac{\pi \cdot n}{2}$, т.к. предполагается, что разомкнутая цепь устойчива. С другой стороны, требуется, чтобы система была устойчива в замкнутом состоянии. Для этого нужно потребовать, чтобы изменение аргумента $P(j\omega)$ при $0 \leq \omega \leq \infty$ также равнялось $\frac{\pi \cdot n}{2}$. Отсюда следует, что изменение аргумента $W_1(j\omega)$ должно быть равно:

$$\Delta \text{Arg} W_1(j\omega) = \Delta \text{Arg} A(j\omega) - \Delta \text{Arg} C(j\omega) = 0. \quad (6.15)$$

Это значит, что годограф $W_1(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ не должен охватывать начало координат (см. рис. 6.14, а, б).

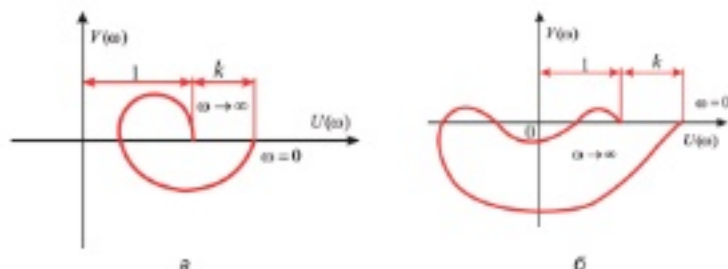


Рис. 6.14. Годограф Найквиста, не охватывающий начало координат

Вернемся теперь к функции $W(j\omega) = W_1(j\omega) - 1$, которая представляет собой амплитудно-фазовую частотную характеристику разомкнутой системы (рис. 6.15 а, б).

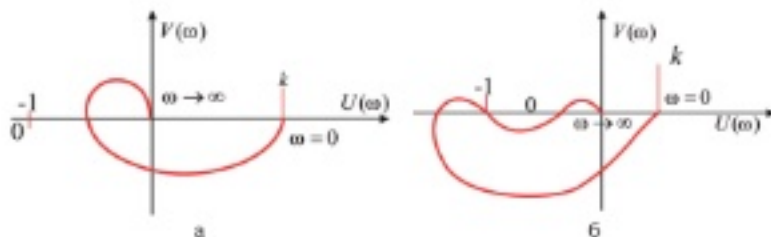


Рис. 6.15. Амплитудно-фазовые частотные характеристики разомкнутой системы

Итак, если система автоматического управления в разомкнутом состоянии устойчива, т.е. $l=0$, то приращение аргумента вектора $W_1(j\omega)$ равно нулю:

$$\Delta \text{Arg} W_1(j\omega) = 2\pi \cdot l = 0. \quad (6.16)$$

Это означает, что для устойчивости замкнутой системы необходимо, чтобы амплитудно-фазовая характеристика $W_1(j\omega)$ не охватывала начало координат (рис. 6.16), а амплитудно-фазовая характеристика $W(j\omega)$ не охватывала точку с координатами $\{-1, j0\}$ (рис. 6.17).

Таким образом, для этого наиболее часто встречающегося на практике случая получаем следующую формулировку критерия Найквиста.

Если разомкнутая автоматическая система управления устойчива, то для того, чтобы замкнутая система автоматического управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы амплитудно-частотная характеристика разомкнутой системы $W(j\omega)$ при изменении частоты ω от 0 до $+\infty$ не охватывала точку $\{-1, j0\}$.

Отметим следующее обстоятельство. График, представленный на (рис. 6.16), соответствует случаю, когда устойчивость системы нарушается только с увеличением общего коэффициента усиления k разомкнутой системы. График, представленный на рис. 6.17, соответствует случаю, когда уменьшение k может привести к неустойчивости замкнутой системы (с уменьшением k меняются радиусы-векторы всех точек характеристики).

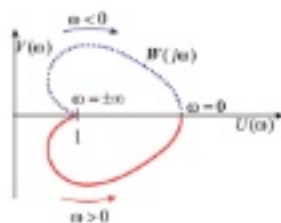


Рис. 6.16. Амплитудно-фазовая характеристика $W(j\omega)$, не охватывающая начало координат

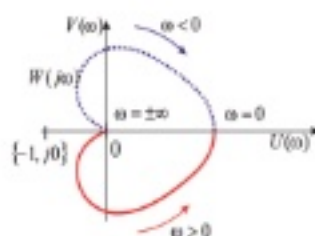


Рис. 6.17. Амплитудно-фазовая характеристика $W(j\omega)$, не охватывающая точку с координатами $\{-1, j0\}$

На рис. 6.18 *a, б* представлены годографы Найквиста для неустойчивых систем.

Рассмотрим случай, когда система нейтральна в разомкнутом состоянии. Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид:

$$W(S) = \frac{kB(S)}{C(S)} = \frac{k(b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + 1)}{S^r (c_q s^{q-r} + \dots + c_{q-r} s + 1)}, \quad m < n. \quad (6.17)$$

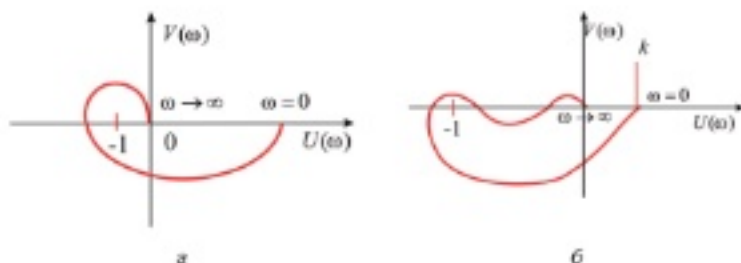


Рис. 6.18. Годографы Найквиста для неустойчивых систем

Характеристический полином разомкнутой системы

$$C(\lambda) = \lambda^v (c_0 s^{n-v} + \dots + c_{n-v} s + 1) \quad (6.18)$$

имеет нулевые корни кратности v , а все остальные корни имеют отрицательные вещественные части.

Частотная передаточная функция разомкнутой системы получается, если в равенстве (6.18) осуществить замену переменных $s = j\omega$

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= W(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{kB(j\omega)}{C(j\omega)} = \\ &= \frac{k(b_n(j\omega)^n + b_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + 1)}{(j\omega)^v (c_0(j\omega)^{n-v} + \dots + c_{n-v}(j\omega) + 1)}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Подстановка $S = j\omega$ в равенство (6.17) при изменении частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$ означает перемещение вдоль оси $\omega = \text{Im}s$ снизу вверх. Для рассматриваемого случая, в отличие от предыдущих случаев, амплитудно-фазовые характеристики уже не образуют замкнутого контура. При $\omega = 0$ частотная передаточная функция астатической системы обращается в $+\infty$, а ее амплитудно-фазовая характеристика претерпевает разрыв. Поэтому в этом случае трудно решить вопрос об устойчивости замкнутой системы, так как неясно, охватывает ли амплитудно-фазовая характеристика $W(j\omega)$ точку $\{-1, j0\}$.

Векторы $j\omega$ при изменении частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$ изменяют при переходе через начало координат фазовый угол скачком с $-\pi/2$ до $\pi/2$, но в каком направлении происходит их поворот в момент перехода через начало координат, сказать невозможно. Чтобы освободиться от этой неопределенности, идя по мнимой оси при изменении частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$, обходят начало координат в плоскости корней справа по полуокружности бесконечно малого радиуса r (см. рис. 6.19), то есть считают не S , а $S = re^{j\varphi}$ ($r \rightarrow 0, -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$).

Тогда все нулевые корни дадут точно такой же угол поворота, как корни характеристического полинома с отрицательными действительными частями, то есть каждый из векторов повернется на π . Об-

ходу начала координат по малой дуге $re^{j\varphi}$ в плоскости корней соответствует передаточная функция разомкнутой системы

$$W(s) = \frac{kB(s)}{C(s)} \Big|_{s=0} = \frac{k}{(re^{j\varphi})} = \frac{1}{r'} e^{-j\varphi} = Re^{-j\psi}. \quad (6.20)$$

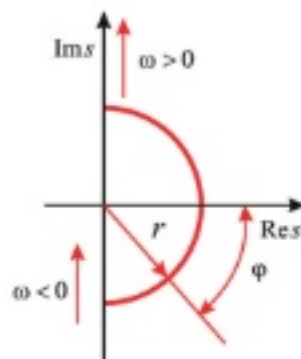


Рис. 6.19. Изменение вектора $j\omega$ при варьировании частоты ω от $-\infty$ до $+\infty$

При $r \rightarrow 0$ модуль $R \rightarrow \infty$, а аргумент ψ меняется от $-\pi\nu/2$ до $\pi\nu/2$ при изменении φ от $-\pi/2$ до $\pi/2$. Таким образом, во время движения по полуокружности бесконечно малого радиуса в плоскости корней частотная передаточная функция $W(j\omega)$ может быть представлена в виде вектора бесконечно большой длины, поворачивающегося на комплексной плоскости по часовой стрелке на угол, равный $-\pi\nu$ (от $-\pi\nu/2$ до $\pi\nu/2$).

При изменении ω от 0 до $-\infty$ и от 0 до $+\infty$, т.е. при ($r \rightarrow 0, -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$), частотная передаточная функция $W(j\omega)$ будет изменяться по дуге бесконечно большого радиуса, описывая угол от 0 до $-\pi\nu/2$. На рис. 6.20 показана амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой астатической системы с астатизмом первого порядка $\nu = 1$.

Таким образом, для определения устойчивости систем автоматического управления с передаточной функцией вида:

$$W(s) = \frac{kB(s)}{C(s)} = \frac{k(b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + 1)}{s^r (c_0 s^r + \dots + c_{n-\nu} s + 1)} \quad (6.21)$$

достаточно построить одну ветвь амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы, соответствующую положительным частотам, дополнить ее дугой $-\pi\nu/2$ окружности бесконечно большого радиуса и затем применить критерий устойчивости Найквиста, т.е. годограф Найквиста не должен охватывать точку $\{-1, j0\}$.

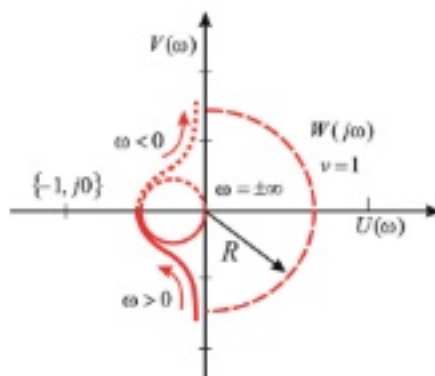


Рис. 6.20. Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой астатической системы с астатизмом первого порядка $v = 1$

Например, если разомкнутая система с передаточной функцией вида (6.21) неустойчива, то замкнутая система будет устойчива, если при изменении частоты ω от 0 до ∞ амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы $W(j\omega)$, дополненная дугой $-\pi v / 2$ бесконечно большого радиуса, охватывает точку $\{-1, j0\}$ в положительном направлении $l / 2$ раз, где l — число правых корней характеристического уравнения разомкнутой системы.

На рис. 6.21 приведена амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы с астатизмом второго порядка $v = 2$. Замкнутая система в этом случае будет неустойчива, так как амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы $W(j\omega)$, дополненная дугой $-\pi$ бесконечно большого радиуса, всегда охватывает точку $\{-1, j0\}$ в отрицательном направлении (по часовой стрелке).

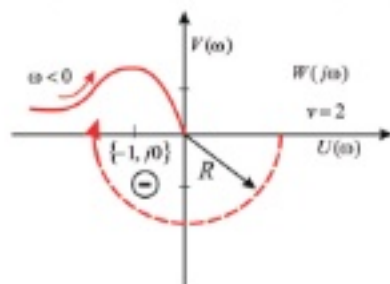


Рис. 6.21. Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы с астатизмом второго порядка $v = 2$

На рис. 6.22 приведена амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы с астатизмом второго порядка, которая после

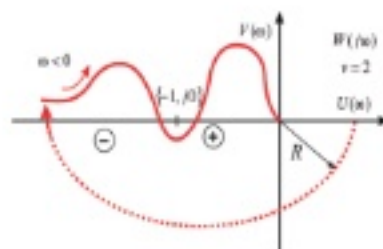


Рис. 6.22. Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы с астатизмом второго порядка, которая после дополнения ее дугой $-\pi$ бесконечно большого радиуса не охватывает точку $\{-1, j0\}$

дополнения ее дугой $-\pi$ бесконечно большого радиуса не охватывает точку $\{-1, j0\}$ (число положительных и отрицательных переходов через отрезок $\{-\infty, -1\}$ равно нулю). Следовательно, замкнутая система будет устойчива.

Одним из достоинств критерия Найквиста является то, что он может быть применен и в тех практически важных случаях, когда неизвестны уравнения некоторых звеньев системы либо даже неизвестно уравнение всей разомкнутой системы в целом, но амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы может быть получена экспериментально. Кроме того, критерий Найквиста позволяет, как это будет показано ниже, достаточно просто исследовать устойчивость систем с запаздыванием.

Так как параметры системы определяют обычно приближенно и в процессе работы они могут изменять свое значение, то важна оценка удаления амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы $W(j\omega)$ от точки $\{-1, j0\}$. Это удаление определяет запас устойчивости, который характеризуется двумя величинами: запасом устойчивости по фазе и запасом устойчивости по амплитуде.

Запас устойчивости по фазе определяют как величину угла $\varphi = \pi - \varphi(\omega_c)$ для частоты ω_c , при которой $|W(j\omega)| = 1$, а по амплитуде — как величину отрезка оси абсцисс h , заключенного между критической точкой $\{-1, j0\}$ и амплитудно-фазовой характеристикой (рис. 6.23).

С ростом коэффициента усиления разомкнутой системы модуль амплитудно-фазовой характеристики также растет и при некотором значении коэффициента усиления $k = k_{cr}$, называемого критическим коэффициентом усиления, амплитудно-фазовая характеристика пройдет через точку $\{-1, j0\}$, то есть система будет на границе устойчивости. При $k > k_{cr}$ система будет неустойчива.

Однако встречаются системы (с внутренними обратными связями), в которых потеря устойчивости может произойти не только при увеличении коэффициента усиления, но также и при его уменьшении. В этих случаях запас устойчивости по амплитуде определяется

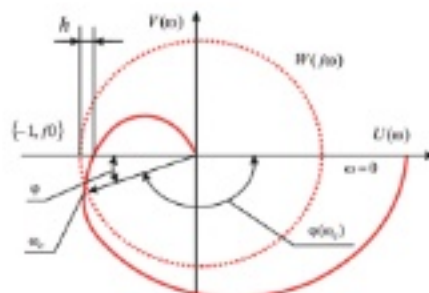


Рис. 6.23. Оценка запаса устойчивости по фазе

величинами двух отрезков h оси абсцисс, заключенных между критической точкой $\{-1, j0\}$ и амплитудно-фазовой характеристикой (рис. 6.24).

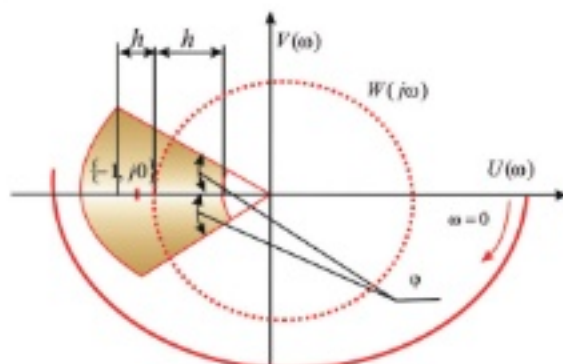


Рис. 6.24. Оценка запаса устойчивости по фазе для систем с внутренними обратными связями

Чтобы система обладала требуемым запасом устойчивости при заданных величинах h и φ , около критической точки $\{-1, j0\}$ вычерчивается некоторая запретная область в виде сектора, ограниченно-го величинами $\pm h$ и $\pm \varphi$, в которую амплитудно-фазовой характеристика $W(j\omega)$ не должна входить (рис. 6.25).

Практические задания

ЗАДАЧА № 6.1

Имеется замкнутая автоматическая система, структурная схема которой показана на рис. 6.6. Выражение для передаточной функции системы в разомкнутом состоянии $W = \rho(S)$; численные значения

параметров приведены в таблице 6.5, где: K_p — коэффициент усиления разомкнутой системы; T, T_1, \dots, T_n — постоянные времени, с; ξ — коэффициент демпфирования; S — оператор Лапласа.

Таблица 6.5

Исходные данные

Вариант №	$W_p(s)$	K_p	T_s	T_1	T_2	T_3	T_4	ξ
0		10	—	1,00	0,50	0,04	—	—
1	$\frac{K_p}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1) \cdot (T_3 s + 1)}$	40	—	2,20	0,35	0,90	—	—
2		100	—	3,50	0,45	0,15	—	—
3		250	—	1,60	0,95	0,06	—	—
4		700	—	1,40	0,06	—	—	0,5
5	$\frac{K_p}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2^2 s^2 + 2\xi \cdot T_2 s + 1)}$	220	—	0,80	0,02	—	—	0,6
6		40	—	0,25	1,35	—	—	0,4
7		60	—	0,30	1,80	—	—	0,6
8		560	—	0,06	0,20	1,20	0,90	—
9	$\frac{K_p (T_1 s + 1)}{(T_1 s + 1) \cdot (T_3 s + 1) \cdot (T_4 s + 1)}$	25	—	0,70	1,80	0,90	0,02	—
10		90	—	0,25	2,40	1,50	0,04	—
11		180	—	0,10	2,20	0,75	0,03	—
12		20	—	4,50	0,90	0,45	—	0,4
13	$\frac{K_p}{(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1) + (T_3^2 s^2 + 2\xi \cdot T_3 s + 1)}$	80	—	2,80	0,80	0,06	—	0,6
14		100	—	0,55	0,02	3,20	—	0,5
15		45	—	0,04	0,55	1,90	—	0,6
16	$\frac{K_p}{T_4 s (T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)}$	—	0,55	1,65	0,04	—	—	—
17		—	1,60	0,75	0,03	—	—	—
18		—	0,40	0,03	2,80	—	—	—
19		—	3,40	0,08	0,40	—	—	—
20		—	1,60	0,70	0,02	—	—	0,4
21	$\frac{K_p}{T_5 s (T_1 s + 1) \cdot (T_2^2 s^2 + 2\xi \cdot T_2 s + 1)}$	—	3,80	0,40	0,01	—	—	0,6
22		—	4,35	0,03	0,25	—	—	0,6
23		—	2,40	0,03	0,70	—	—	0,5
24	$\frac{1}{T_2 s (T_1^2 s^2 + 2\xi \cdot T_1 s + 1)}$	—	0,95	0,04	—	—	—	0,6
25		—	1,75	0,06	—	—	—	0,6
26		—	0,25	1,40	—	—	—	0,5
27		—	0,45	1,95	—	—	—	0,5

Необходимо:

- исследовать систему на устойчивость в разомкнутом состоянии;
- исследовать на устойчивость замкнутую систему, используя условия устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам (ЛЧХ);
- исследовать на устойчивость замкнутую систему, используя алгебраический критерий устойчивости Гурвица.

Раздел 7 ПЕРЕХОДНАЯ ФУНКЦИЯ СИСТЕМЫ

7.1 ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА

Основной задачей автоматической системы управления является как можно более точное воспроизведение изменений входного сигнала и наиболее полное подавление возмущающих воздействий. В реальных условиях работы входные сигналы и возмущения могут иметь произвольный характер. Для сравнительной оценки динамических свойств систем рассматриваются переходные процессы при действии определенных типовых воздействий. В качестве типового воздействия часто используется ступенчатое воздействие (рис. 7.1).

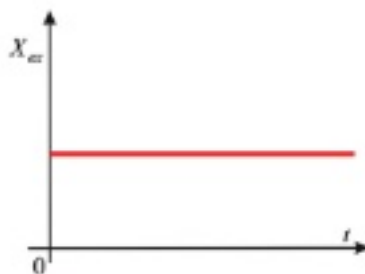


Рис. 7.1. Типовое ступенчатое воздействие

Такое воздействие представляет собой быстрое (в пределе мгновенное) изменение входного сигнала $X_{вх}$ или возмущения от одного значения (в частности, нулевого) до другого. Изменение выходной величины системы $X(t)$, возникающее в результате единичного ступенчатого воздействия на входе, называют переходной функцией или переходной характеристикой системы. Переходная функция устойчивой системы может быть колебательной (рис. 7.2) или монотонной (рис. 7.3).

Устойчивость автоматической системы — необходимое, но не достаточное условие ее практической пригодности. Весьма важно также обеспечить требуемое качество управления, которое в конечном счете определяется величиной ошибки, равной разности между требуемым и действительным значениями выходной величины: $y(t) = q(t) - x(t)$.

Качество работы системы оценивают по виду переходного процесса, возникающего на ее выходе при подаче на вход типового воздействия.

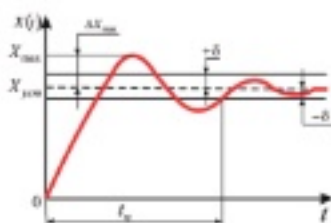


Рис. 7.2. Колебательный переходный процесс устойчивой системы

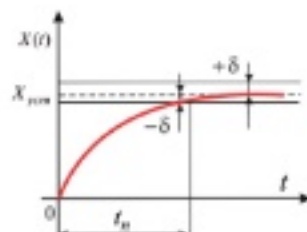


Рис. 7.3. Монотонный переходный процесс устойчивой системы

Наиболее часто анализируется реакция системы на воздействие в виде скачка $1(t)$.

Качество переходных процессов проверяется отдельно для задающего и возмущающего воздействий. При этом одно воздействие выбирается типовым, а другое предполагается постоянным или равным нулю.

Показатели качества переходного процесса определяются по графику изменения регулируемой величины $x(t)$ и по графику ошибки $y(t)$. Переходный процесс $x(t)$, вызванный задающим воздействием $q(t) = 1(t)$, который является переходной характеристикой замкнутой системы, характеризуется следующими показателями качества (рис. 7.2, 7.3):

1. Время переходного процесса t_n , которое характеризует быстроту действия системы и определяется как интервал времени от начала процесса до момента, после которого отклонение выходной величины от ее установившегося значения $X_{уст}$ всегда меньше назначаемой величины $X(t)$, то есть при $t > t_n$:

$$|X(t) - X_{уст}| \leq |\delta|.$$

Переходный процесс в идеальной линейной системе длится бесконечно долго, поэтому временем переходного процесса условно считают промежуток времени, в течение которого выходная величина входит в зону допустимых отклонений $\pm\delta$. Значение $|\delta|$ обычно выбирают равным 5% от $X_{уст}$.

2. Перерегулирование $\sigma\%$ — отношение разности между максимальным X_{max} и установившимся значениями регулируемой величины к ее установившемуся значению, выраженное в процентах:

$$\sigma\% = \frac{X_{max} - X_{уст}}{X_{уст}} \cdot 100 = \frac{\Delta X_{max}}{X_{уст}} \cdot 100,$$

где X_{max} — максимальное значение выходной величины. Эта величина характеризует склонность системы к колебаниям — ее запас устойчивости. Обычно стремятся при расчете системы обеспечить:

$$\sigma \leq (10...30)\%.$$

3. Статическая ошибка

$$\delta_{ст} = \frac{(X_{зад} - X_{уст})}{X_{уст}} \cdot 100\% = \frac{X_{ст}}{X_{уст}} \cdot 100\%, \quad (7.1)$$

где $X_{зад}$ — заданное значение регулируемой величины.

Статическая ошибка характеризует статическую точность системы. Ее удобнее определять по графику для ошибки $y(t)$.

4. Колебательность — число полуциклов кривой переходного процесса за время t_n . Этот показатель характеризует быстроту затухания колебаний в системе и обычно не должен превышать 1,5–2 колебаний. Для переходной функции, приведенной на рис. 7.2, колебательность равна 2. Для монотонно переходного процесса $\sigma, \%$ и колебательность равны 0.

5. Время достижения максимального значения t_M . Оно дополнительно характеризует колебательный процесс.

Для переходного процесса по ошибке $y(t)$ (рис. 7.4), вызванного возмущающим воздействием, вместо перерегулирования используется другой показатель — максимальное значение ошибки y_{max} в переходный период, которое характеризует динамическую точность системы. Статическая точность определяется величиной статической ошибки $y_{ст}$, выраженной в процентах от величины $y_{уст}$ по формуле (7.1).

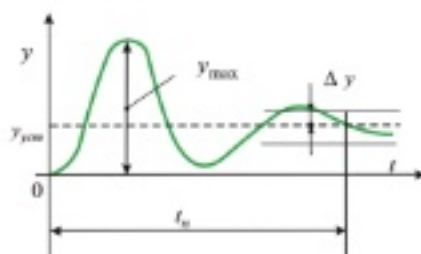


Рис.7.4. Переходный процесс по ошибке

Остальные показатели для переходного процесса $y(t)$ аналогичны показателям для переходного процесса $X(t)$.

7.2 ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА ПЕРЕХОДНОЙ ФУНКЦИИ

7.2.1 Приближенное построение графика переходной функции с помощью типовых трапецевидных ВЧХ (высоко-частотных характеристик)

Рассматриваемый метод основывается на однозначной связи переходной функции с ВЧХ системы и заключается в следующем [6], [9], [14–18]. Исходную ВЧХ системы $P(\omega)$ (рис. 7.5) аппроксимируют сум-

мой типовых ВЧХ $P_i(\omega)$, для которых переходные функции заранее рассчитаны. Тогда переходный процесс в системе $X(t)$ можно найти как сумму составляющих $X_i(t)$, соответствующих аппроксимирующим ВЧХ. В качестве типовых, наиболее часто используются единичные трапецевидные ВЧХ (рис. 7.5). Высота P_0 и частота положительности ω_n такой ВЧХ равны единице, а ее наклон может быть различным и характеризуется коэффициентом наклона:

$$\zeta = \frac{\omega_n}{\omega_n},$$

где ω_n — частота излома.

Переходные функции, соответствующие типовым единичным ВЧХ, получили название $h(\bar{t})$ -функций и приводятся в виде таблиц в литературе [15, 20–23].

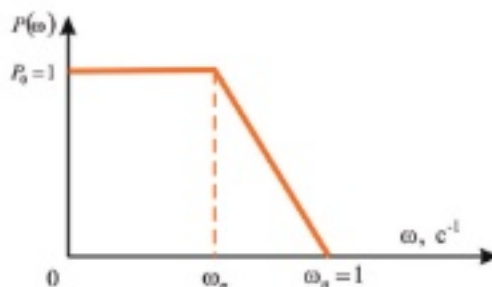


Рис. 7.5. Типовые единичные трапецевидные ВЧХ

Следовательно, если ВЧХ совпадает с единичной трапецией, соответствующий переходный процесс $X_i(t)$ можно сразу построить по известным значениям $h(\bar{t})$. В большинстве случаев высота P_0 и частота положительности ω_n аппроксимирующих трапеций отличаются от единицы, при этом действительное значение выходной величины X_i и действительное время t_i рассчитывают по выражениям:

$$X_i = h \cdot P_0; t_i = \frac{\bar{t}}{\omega_n}. \quad (7.2)$$

Замена исходной ВЧХ трапециями должна выполняться так, чтобы сумма ординат трапеций при каждом значении частоты приблизительно равнялась ординате исходной ВЧХ. Причем ординаты трапеций, расположенных ниже оси частот, считаются отрицательными (рис. 7.6). При выборе трапеций следует также учитывать, что высокочастотный участок ВЧХ не оказывает существенного влияния на вид переходного процесса, поэтому той частью высокочастотного участка, где $P(\omega) < 0,1 \cdot P_0$, можно пренебречь.

Для построения переходного процесса по управляющему воздействию в замкнутой системе с помощью рассматриваемого метода необходимо использовать ВЧХ замкнутой системы по управляющему воздействию. Она может быть получена по ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы с помощью специальной номограммы.

Метод построения переходного процесса с помощью типовых трапециевидных ВЧХ можно использовать только для устойчивых систем.

Пример 7.1

Построить переходную функцию системы, параметры которой приведены в примере 6.3.

На рис. 6.8 построены ЛАХ и ЛФХ разомкнутой системы по управляющему воздействию. Используем их для построения ВЧХ замкнутой системы.

Определяем по рис. 6.8 для ряда частот ω (удобнее задаваться значениями $\lg \omega$, а затем рассчитывать ω) значения ординаты ЛАХ $L(\omega)$ и фазового сдвига $\varphi(\omega)$ и сводим полученные данные в таблицу 7.1.

Далее по значениям $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ с помощью номограммы для определения ВЧХ замкнутой системы по ЛЧХ разомкнутой системы [1], [2], [7] ищем значения ординат ВЧХ. По осям указанной номограммы приведены величины L и φ . Чтобы найти значение ВЧХ P_v , соответствующее определенным L_v и φ_v , нужно отложить эти значения по осям, найти на плоскости номограммы точку с координатами φ и L_v и по кривым, ближайшим к этой точке, определить величину P_v . Следует иметь в виду, что показатели переходного процесса зависят от максимального и минимального значений $P(\omega)$, поэтому указанные величины должны быть найдены достаточно точно. Чтобы избежать ошибки, исходные данные для построения ВЧХ — значения $L_v(\omega)$ и $\varphi_v(\omega)$ — нужно задавать достаточно подробно, с малым шагом изменения частоты, особенно вблизи частоты среза системы ω_{σ} .

Начальное значение ВЧХ удобнее определять не по номограмме, а по аналитическому выражению:

$$P_0 = \frac{K_p}{1 + K_p}.$$

Нужно учитывать, что в астатической системе $K_p \rightarrow \infty$.

В рассматриваемом примере (рис. 7.6, а) $P_0 = \frac{100}{1+100} = 0,99$. Найденные для ВЧХ данные приведены в таблице 7.1.

ВЧХ может быть приближенно заменена тремя трапециями, показанными отдельно на рис. 7.6, б. Параметры трапеций указаны в таблице 7.2.

Таблица 7.1

Данные для построения ВЧХ

$\lg \omega$, дек	-0,3	-0,1	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,6
ω , с^{-1}	0,5	0,8	1	1,6	2,5	4,0	6,3	10	12,6	16	30	25	40
$L(\omega)$, дБ	29	21	17	11	7	3	-1	-5	-9	-11	-16	-19	-27
$\varphi(\omega)$, град	-110	-120	-122	-122	-122	-124	-128	-136	-140	-144	-150	-152	-162
$\gamma(\omega)$	1,01	1,04	1,05	1,08	1,03	0,85	0,45	-0,15	-0,22	-0,20	-0,14	-0,10	-0,05

Таблица 7.2

Данные найденные для ВЧХ

Номер трапеции	I	II	III
$P_{\text{н}}$	-0,09	1,31	0,23
$\omega_{\text{н}}$, с^{-1}	1,4	10,4	30
$\omega_{\text{к}}$, с^{-1}	0,7	2,4	14,8
ζ	0,50	0,23	0,49

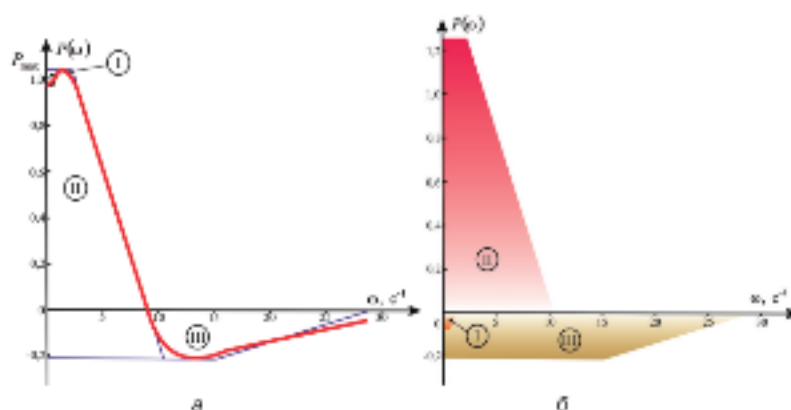


Рис. 7.6. Вещественные частотные характеристики: основная (а); замененная трапециями (б)

Для проверки правильности аппроксимации рекомендуется алгебраически просуммировать значения P_{oc} . Сумма должна быть равна начальному значению ВЧХ P_0 . Далее для каждой из трапеций по таблицам h -функций с учетом коэффициента c определяют значения $h(\bar{t})$.

При использовании таблиц шаг изменения \bar{t} следует выбирать так, чтобы в расчетные данные вошли максимальные и минимальные значения $h(\bar{t})$. Это особенно важно для трапеции (трапеций) с большим значением, т.к. соответствующая этой трапеции переходная функция $X_i(\bar{t})$ в основном определяет показатели качества. Если значение коэффициента наклона какой-либо трапеции не совпадает с табличным, значения h -функции нужно рассчитывать, используя данные для ближайших коэффициентов c .

Результаты определения $h(\bar{t})$ для трапеций, полученных в рассматриваемом примере, сведены в таблицы 7.3, 7.4, 7.5, там же приведены значения составляющих переходного процесса $X_i(\bar{t})$, рассчитанные по выражениям (7.2). Составляющие $X_i(\bar{t})$ построены на рис. 7.7. График переходной функции $X(t)$ получен алгебраическим суммированием значений $X_i(\bar{t})$ при фиксированных значениях t .

Таблица 7.3

Результаты определения $h(\bar{t})$

\bar{t}	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	∞
$h(\bar{t})$	0,000	0,240	0,461	0,665	0,833	0,967	1,061	1,115	1,142	1,000
t, c	0,00	0,35	0,71	1,07	1,42	1,78	2,14	2,50	2,86	∞
$-X_i(t)$	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08	0,09	0,10	0,10	0,10	0,09

Следует учитывать, что при правильно выполненных расчетах и построениях установившееся значение выходной величины $X_{уст} = X(\infty)$ совпадает с начальным значением ВЧХ. В рассматриваемом примере, учитывая данные таблиц 7.3–7.5, получаем:

$$X(\infty) = X_1(\infty) + X_2(\infty) + X_3(\infty) = -0,09 + 1,31 - 0,23 = 0,99,$$

что совпадает с величиной $P_0 = 0,99$.

Таблица 7.4

Результаты определения $h(\bar{t})$

\bar{t}	0,0	2,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10
$h(\bar{t})$	0,000	0,700	1,027	1,057	1,043	1,023	1,028
t, c	0,00	0,19	0,38	0,48	0,58	0,77	0,96
$-X_i(t)$	0,00	0,92	1,34	1,38	1,37	1,34	1,35
\bar{t}	12	14	16	18	20		∞
$h(\bar{t})$	1,019	1,000	0,998	0,993	0,993		1,000
t, c	1,15	1,35	1,73	1,92	1,92		∞
$-X_i(t)$	1,33	1,31	1,31	1,30	1,30		1,31

Таблица 7.5.

Результаты определения $h(\bar{t})$

\bar{t}	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10
$h(\bar{t})$	0,000	0,829	1,139	1,053	0,969	0,983
t, c	0,00	0,06	0,13	0,20	0,27	0,33
$-X_s(t)$	0,00	0,19	0,26	0,24	0,22	0,23
\bar{t}	12	14	16	18	20	∞
$h(\bar{t})$	0,996	0,998	0,010	1,008	0,987	1,000
t, c	0,40	0,47	0,53	0,6	0,67	∞
$-X_s(t)$	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23

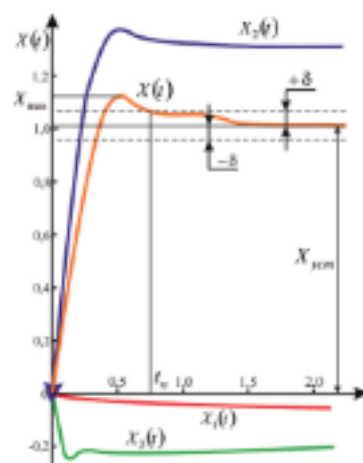


Рис. 7.7. Пример построения переходной характеристики

По графику определяем показатели качества переходного процесса: время переходного процесса $t_x = 0,9$ с; перерегулирование $\sigma\% = \frac{X_{max} - X_{уст}}{X_{уст}} \cdot 100 = \frac{1,12 - 0,99}{0,99} \cdot 100 = 13\%$; колебательность — 1.

7.2.2 Определение переходной функции системы с помощью обратного преобразования Лапласа

Использование обратного преобразования Лапласа позволяет найти оригинал функции, в частности переходную функцию системы $X(t)$, по ее изображению. Изображение переходной функции замкнутой системы можно записать в виде:

$$X_p = W_3(s) \cdot \frac{1}{s}, \quad (7.3)$$

где $W_3(s)$ — передаточная функция замкнутой системы по управляющему воздействию; $1/s$ — изображение ступенчатого воздействия по Лапласу.

Чтобы воспользоваться таблицами обратных преобразований Лапласа [1], необходимо знаменатель передаточной функции системы разложить на сомножители, т.е. необходимо найти корни характеристического уравнения замкнутой системы. Если порядок уравнения превышает 2-ой, для расчета его корней используются различные итерационные способы [16, 17–21].

Пример 7.2

Требуется рассчитать переходный процесс в замкнутой системе. Известна передаточная функция $W_3(s)$ разомкнутой системы и ее параметры.

$$W_p(s) = \frac{K_p}{(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4^2s^2 + 2\xi \cdot T_4s + 1)}$$

$$K_p = 100; T_1 = 0,1c; T_2 = 2c; T_3 = 1c; T_4 = 0,05c; \xi = 0,5.$$

По методике, изложенной в примере 7.1, находим передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_3(s) = \frac{K_p(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4^2s^2 + 2\xi \cdot T_4s + 1)K_p(T_1s+1)}$$

и приводим ее знаменатель к виду

$$D^1(s) = a_0' \cdot s^4 + a_1' \cdot s^3 + a_2' \cdot s^2 + a_3' \cdot s + a_4', \quad (7.4)$$

где $a_0' = T_2 \cdot T_3 \cdot T_4^2 = 2 \cdot 1 \cdot (0,05)^2 = 5 \cdot 10^{-3}$;

$$a_1' = T_2 \cdot T_3 \cdot 2\xi \cdot T_4 + T_1 \cdot T_4^2 + T_3 \cdot T_4^2 = 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0,05 + 2 \cdot (0,05)^2 + 1 \cdot (0,05)^2 = 0,1;$$

$$a_2' = T_2 \cdot T_3 \cdot 2\xi \cdot T_4 + T_3 \cdot 2\xi \cdot T_4 + T_4^2 = 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 0,05 + 1 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 0,05 + (0,05)^2 = 2,2;$$

$$a_3' = T_2 + T_3 + 2\xi \cdot T_4 + K_p \cdot T_1 = 2 + 1 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,05 + 100 \cdot 0,1 = 13;$$

$$a_4' = K_p + 1 = 100 + 1 = 101.$$

Если коэффициенты a_i при высоких степенях S в выражении для $D^1(S)$ на 2–3 порядка меньше коэффициента при S в первой степени, то этими слагаемыми можно без большого ущерба для точности расчетов пренебречь [4]. В рассматриваемом примере:

$$\frac{a'_0}{a'_5} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{1,3} = 0,4 \cdot 10^{-3} < 10^{-3}.$$

Пренебрегаем слагаемыми $a'_0 \cdot S$ и, вынося за скобки коэффициент a'_4 , приводим выражение (7.4) к виду, удобному для вычисления корней по методу Лина [1].

$$D(s) = a'_4 (a_0 \cdot s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + 1), \quad (7.5)$$

где

$$a_0 = \frac{a'_0}{a'_4} = \frac{0,1}{101} = 0,001; a_1 = \frac{a'_1}{a'_4} = \frac{2,2}{101} = 0,022; a_2 = \frac{a'_2}{a'_4} = \frac{13}{101} = 0,129.$$

Расчетные формулы при использовании метода Лина зависят от вида корней уравнения. Поскольку заранее вид корней неизвестен, попытаемся воспользоваться первым вариантом формул для уравнения третьей степени [1]. На первом шаге вычисляют $b_{31} = \frac{a_2}{a_1}$, $b_{11} = \frac{a_1}{a_2}$.

На последующих шагах расчеты ведут по формулам:

$$r_i = a_2 - b_{1,i-1}; P_i = a_1 - b_{3,i-1}; b_{3i} = \frac{a_2}{r_i}; b_{1i} = \frac{P_i}{r_i}; i = 2, 3, \dots$$

Как показывают результаты расчетов, сведенные в таблицу 7.5, вычислительный процесс расходится — значения коэффициентов не стремятся к определенной величине. Поэтому переходим ко второму варианту формул. На первом шаге находят $C_1 = \frac{a_0}{a_1}$, на последующих шагах вычисления ведут по выражениям

$$q_{2j} = a_2 - c_{1,j-1}; q_{1j} = a_1 - q_{2,j-1}; c_{1j} = \frac{q_{2j}}{q_{1j}}; j = 2, 3, \dots$$

Вычислительный процесс, как следует из данных, приведенных в таблице 7.6, сходится, и можно принять

$$C = 0,0618; q_1 = 0,0672; q_2 = 0,0171.$$

Полном $D(s)$ в этом случае согласно [1] записывается в виде:

$$D(s) = a'_4 \cdot (C \cdot s + 1) \cdot (a_0 \cdot s^2 + q_1 \cdot s + 1)$$

или

$$D(s) = a'_2 \cdot (T_{10}^2 s^2 + 2\xi \cdot T_{10} s + 1) \cdot (T_{20} s + 1),$$

где

$$T_{10} = \sqrt{q_1} = \sqrt{0,0171} = 0,131; \xi = \frac{q_2}{2 \cdot T_{10}} = \frac{0,0672}{2 \cdot 0,131} = 0,256;$$

$$T_{20} = C = 0,0618 \text{ сек.}$$

Таблица 7.6

Исходные данные

№ шага	b_i	b_i	r	p
1	0,0075	0,170		
2	-0,0244	-0,354	-0,041	0,0145
3	0,0021	0,096	0,483	0,0464
№ шага	C_i	q_{1i}	q_{2i}	
1	0,0498			
2	0,0611			
3	0,0618	0,0679	0,172	
4	0,0618	0,0672	0,0171	

Для проверки правильности проведенных вычислений рекомендуется убедиться, что полученное выражение для $D(s)$ при подстановке значений T_{10} , T_{20} , ξ совпадает с соотношением (7.5).

После проведенных преобразований знаменателя передаточной функции (7.3) изображение переходной функции замкнутой системы в соответствии с выражением (7.2) можно записать в виде:

$$X(s) = \frac{1}{s} \cdot K_3 \cdot \frac{T_1 s + 1}{(T_{10}^2 s^2 + 2\xi \cdot T_{10} s + 1) \cdot (T_{20} s + 1)}$$

Здесь $K_3 = \frac{K_f}{a_4} = \frac{K_p}{1 + K_p} = \frac{100}{1 + 100} = 0,99$ — коэффициент передачи

замкнутой системы; $\tau = T_1 = 0,1$.

Оригинал, соответствующий полученному изображению, находим по таблицам обратных преобразований Лапласа [1]:

$$X(t) = K_3 \cdot [1 + C_1 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \sin(\lambda t + \theta) + C_2 \cdot e^{-\alpha t}], \quad (7.6)$$

где $\gamma = \frac{\xi}{T_{10}} = \frac{0,256}{0,131} = 1,954$,

$$C_1 = -\frac{1}{\lambda \cdot T_{10}} \cdot \frac{T_{10}^2 \cdot (1 - 2\gamma\tau) + \tau^2}{T_{10}^2 \cdot (1 - 2\gamma \cdot T_{20}) + T_{20}^2} =$$

$$= -\frac{1}{7,379 \cdot 0,131} \cdot \frac{(0,131)^2 \cdot (1 - 2 \cdot 1,954 \cdot 0,1) + (0,1)^2}{(0,131)^2 \cdot (1 - 2 \cdot 1,954 \cdot 0,0618) + (0,0618)^2} = -1,140,$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{T_{10}} = \frac{\sqrt{1 - (0,256)^2}}{0,131} = 7,379, \alpha = \frac{1}{T_{20}} = \frac{1}{0,0618} = 16,181,$$

$$C_2 = \frac{T_{20} \cdot (\tau - T_{20})}{T_{10}^2 \cdot (1 - 2\gamma \cdot T_{20}) + T_{20}^2} = \frac{0,0618 \cdot (0,1 - 0,0618)}{(0,131)^2 \cdot (1 - 2 \cdot 1,954 \cdot 0,0618) + (0,0618)^2} = 0,14,$$

$$\begin{aligned} \theta &= -\arctg \frac{\lambda \cdot T_{20}}{1 - \gamma \cdot T_3} + \arctg \frac{\lambda \cdot T_{30}^2}{\gamma \cdot T_{10}^2 - \tau} = -\arctg \frac{7,379 - 0,0618}{1 - 1,954 \cdot 0,0618} + \\ &+ \arctg \frac{7,379 \cdot (0,131)^2}{1,954 \cdot (0,131)^2 - 0,1} = -\arctg 0,519 + \arctg \frac{0,127}{-0,0665} = \\ &= -27,43^\circ + (180^\circ - 62,36^\circ) = 90,21^\circ. \end{aligned}$$

При вычислении углов нужно учитывать, что в выражении для \arctg знак числителя соответствует знаку синуса угла, а знак знаменателя — знаку косинуса. Во втором слагаемом для вычисления угла θ в числителе — знак плюс, в знаменателе — знак минус. Поэтому из двух возможных значений угла: $-62,36^\circ$ и $(180^\circ - 62,36^\circ)$ взято второе значение. Угол $(180^\circ - 62,36^\circ)$ принадлежит второму квадранту, где синусы углов положительны, а косинусы — отрицательны.

В выражении (7.5) для $X(t)$ величина λ подсчитана в радианах. Найдем значение λ в градусах:

$$\lambda = \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot 7,379 = 422,79^\circ.$$

С учетом полученных значений коэффициентов выражение для переходной функции примет вид:

$$x(t) = 0,22 [1 - 1,140 \cdot \sin((422,79t)^\circ + 90,21^\circ) \cdot e^{-1,954t} + 0,140 \cdot e^{-16,18t}].$$

Проверим правильность вычислений. Начальное значение $X(0)$ должно быть равно нулю:

$$X(0) = 0,99 \cdot [1 - 1,140 \cdot \sin 90,21^\circ + 0,14] = 0,277.$$

Ошибка на десятые доли процента здесь вполне допустима, в данном примере она получилась значительно меньше.

Далее, задавая значение времени t , подсчитаем выходную величину $X(t)$.

В таблицу с расчетными данными рекомендуется заносить также значения отдельных составляющих, входящих в расчетную формулу, что облегчает контроль правильности вычислений и нахождение максимальных и минимальных значений $X(t)$. Следует также учитывать, что установившееся значение выходной величины $X_{\text{уст}} = X(\infty)$ должно совпадать со значением K_r .

Результаты расчета переходной функции для рассматриваемой системы приведены в таблице 7.7. График переходного процесса представлен на рис. 7.8.

Показатели качества переходного процесса:

- время переходного процесса $t_0 = 1,38$ с;
- перерегулирование

$$\sigma = \frac{X_{\max} - X_{\text{уст}}}{X_{\text{уст}}} \cdot 100 = \frac{1,498 - 0,99}{0,99} \cdot 100 = 50\%;$$

— колебательность — 3.

Таблица 7.7

Результаты расчета переходной функции

$t, \text{с}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$X(t)$	0,333	0,926	1,370	1,498	1,352	1,087	0,863
$t, \text{с}$	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
$X(t)$	0,770	0,808	0,917	1,025	1,081	1,078	1,035
$t, \text{с}$	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	∞
$X(t)$	0,985	0,954	0,950	0,965	0,987	1,006	0,990

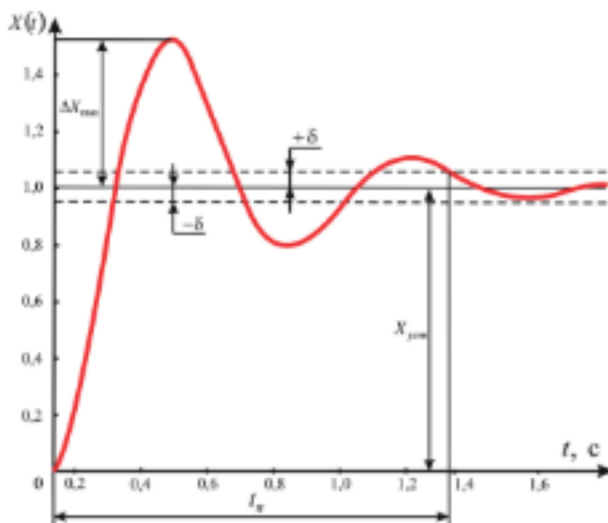


Рис. 7.8. График переходного процесса

Практические задания

ЗАДАЧА № 7.1

Имеется замкнутая автоматическая система управления, структурная схема которой показана на рис. 6.6. Выражение для передаточной функции системы в разомкнутом состоянии $W_o(s)$ и численные значения параметров указаны в таблице 7.8 (условные обозна-

чения те же, что в таблице 6.5). Необходимо, используя метод типовых трапециевидных вещественных частотных характеристик (ВЧХ) или аналитический метод, основанный на обратном преобразовании Лапласа, рассчитать и построить график переходной функции переходного процесса.

Таблица 7.8

Варианты заданий

№	$W_p(s)$	K_p	T_s	T_1	T_2	T_3	T_4	ζ
0		—	2,40	0,19	0,28	—	—	0,6
1	$(T_1 s + 1)$	—	1,60	0,17	0,24	—	—	0,4
2	$(T_1 s + 1)$	—	5,60	0,75	0,85	—	—	0,6
3	$T_2 s \cdot (T_2^2 s + 2\zeta_2 T_2 s + 1)$	—	1,20	0,06	0,20	—	—	0,5
4		—	0,12	0,70	1,45	0,02	—	—
5	$(T_1 s + 1)$	—	0,08	0,55	0,95	0,01	—	—
6	$(T_1 s + 1)$	—	0,06	0,35	0,70	0,01	—	—
7	$T_2 s \cdot (T_2^2 s + 1) \cdot (T_2^2 s + 1)$	—	0,24	0,90	2,70	0,03	—	—
8		—	0,95	0,35	—	—	—	0,4
9	1	—	1,80	0,70	—	—	—	0,7
10	$(T_1 s + 1)$	—	0,65	0,25	—	—	—	0,6
11	$T_2 s \cdot (T_2^2 s + 2\zeta_2 T_2 s + 1)$	—	0,45	0,15	—	—	—	0,5
12		—	2,70	1,40	0,55	—	—	—
13		—	1,85	0,90	0,35	—	—	—
14	$(T_1 s + 1)$	—	0,80	0,50	0,25	—	—	—
15	$T_2 s \cdot (T_2^2 s + 1) \cdot (T_2^2 s + 1)$	—	0,95	0,45	0,15	—	—	—
16		150	—	0,15	0,07	1,75	—	0,7
17	$K_p (T_1 s + 1)$	800	—	0,85	0,50	9,95	—	0,4
18	$(T_1 s + 1)$	500	—	0,20	0,04	2,75	—	0,6
19	$(T_2 s + 1) \cdot (T_2^2 s + 2\zeta_2 T_2 s + 1)$	25	—	0,20	0,05	0,85	—	0,5
20		80	—	0,03	2,45	0,01	—	—
21	$K_p (T_1 s + 1)$	25	—	3,80	0,15	0,40	—	—
22	$(T_1 s + 1)$	350	—	0,06	8,85	0,01	—	—
23	$(T_1 s + 1) \cdot (T_2 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)$	15	—	0,95	0,02	0,07	—	—
24		1050	—	0,10	3,75	1,55	0,02	—
25	$K_p (T_1 s + 1)$	280	—	0,20	2,55	4,50	0,05	—
26	$(T_1 s + 1)$	300	—	0,35	7,40	4,00	0,07	—
27	$(T_2 s + 1) \cdot (T_2 s + 1) \cdot (T_2 s + 1)$	110	—	0,15	1,15	2,10	0,03	—

7.3 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА

Кроме рассмотренных показателей, для характеристики качества переходных процессов применяются и другие показатели, в частности интегральные. Они оценивают в совокупности запас устойчивости, быстродействие и установившуюся ошибку системы. Интегральные показатели характеризуют отклонение переходного процесса реальной системы от идеального. Под идеальным обычно понимают ступенчатый процесс, протекающий мгновенно, без перерегулирования.

Первый показатель представляет собой определенный интеграл вида:

$$J_1 = \int_0^{\infty} \Delta y(t) dt,$$

где $\Delta y(t)$ — отклонение регулируемой величины от заданного значения.

Показатель J_1 представляет собой площадь фигуры, ограниченной графиком переходного процесса и линией установившегося значения регулируемой величины (рис. 7.9). Чем меньше величина показателя, тем выше качество системы. Однако это справедливо только для апериодических процессов (без перерегулирования), поэтому для колебательных процессов данный показатель не применяется.

Качество систем с колебательными переходными процессами характеризуется квадратичным интегральным показателем:

$$J_2 = \int_0^{\infty} [\Delta y(t)]^2 dt.$$

Показатель J_2 пропорционален сумме площадей, заключенных между кривой переходного процесса и установившимся значением регулируемой величины (рис. 7.10). Чем меньше его величина J_2 , тем выше качество системы, меньше колебательность и время переходного процесса.

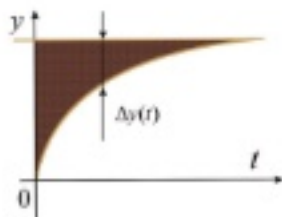


Рис. 7.9. Графическая интерпретация интегрального показателя качества

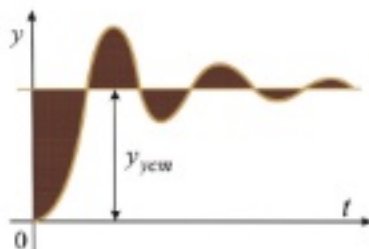


Рис. 7.10. Графическая интерпретация квадратичного интегрального показателя качества

Раздел 8 ВЫБОР И РАСЧЕТ КОРРЕКТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Каждый следящий привод должен удовлетворять, кроме условия устойчивости, определенным требованиям в отношении качественных показателей, т. е. иметь требуемые быстродействие, динамическую и статическую точность работы и соответствующий вид переходного процесса.

Перечисленные качественные показатели следящих приводов обеспечиваются корректирующими устройствами.

В настоящее время известны и применяются при проектировании следящего привода следующие методы коррекции:

1) коррекция следящего привода добавлением к сигналу ошибки сигналов, пропорциональных ее производным и интегралам во времени, посредством введения пассивных контуров в главную цепь привода;

2) коррекция следящего привода добавлением к управляющему сигналу (воздействию) сигналов, пропорциональных выходной величине или производных от выходной величины посредством положительных или отрицательных, пассивных или активных обратных связей;

3) коррекция следящего привода добавлением к управляющему сигналу (воздействию) сигналов, пропорциональных производным от задающего воздействия, получаемых с помощью тахогенераторов, установленных на задающей оси.

Корректирующие устройства для следящих приводов разделяют на последовательные и параллельные (или внутренние обратные связи).

Последовательные корректирующие устройства. На практике встречаются два вида последовательных корректирующих устройств: устройства, в которых вырабатываются производные от управляющего воздействия, и устройства, вырабатывающие интеграл от управляющего воздействия.

Преимущество последовательных корректирующих устройств заключается в том, что они непосредственно не влияют на величину ошибки привода.

К числу недостатков этих устройств следует отнести следующее:

1) эффективность действия устройств существенно уменьшается за счет непостоянства параметров и характеристик остальных элементов системы, что приводит к необходимости предъявлять повышенные требования к стабильности характеристик главных элементов системы;

- 2) дифференцирующие контуры RC чувствительны к помехам;
- 3) интегрирующие контуры RC содержат более громоздкие емкости, нежели при использовании обратной связи;
- 4) последовательные корректирующие устройства постоянного тока требуют устранения несущей частоты управляющего сигнала, что в ряде случаев приводит к необходимости введения специальных фазочувствительных управляемых выпрямителей, в значительной степени усложняющих схему системы;
- 5) последовательные корректирующие устройства переменного тока (работающие на несущей частоте) не требуют устранения несущей частоты, но эффективность их действия в сильной степени зависит от непостоянства фазы и стабильности несущей частоты;
- 6) в ряде случаев при применении последовательных корректирующих устройств возникают затруднения их включения из-за необходимости сохранения симметричности цепей и каналов следящего привода в целом.

Параллельные корректирующие устройства (обратные связи). Этот вид корректирующих устройств делится на две категории: жесткие и гибкие обратные связи. При жесткой обратной связи на вход охваченного ею звена подается величина, пропорциональная выходной величине звена. В такой обратной связи выходная функция связана с входной функцией постоянным коэффициентом обратной связи α_{oc} . Жесткая связь приводит к уменьшению коэффициента усиления охваченного ею звена, что вызывает снижение точности работы системы. Если учесть, что при этом уменьшается постоянная времени звена, то при неизменных запасах устойчивости можно повысить коэффициент усиления системы и соответственно снизить величину ошибки.

Гибкие обратные связи осуществляются аналогично жесткой обратной связи, но действие их прекращается в момент достижения следящим приводом нового состояния равновесия, т.е. гибкая обратная связь действует только в переходном процессе. Гибкая обратная связь осуществляется чаще всего с помощью контуров RC или трансформаторов.

К числу положительных качеств параллельных корректирующих устройств можно отнести следующие:

- 1) параллельные корректирующие устройства улучшают устойчивость и уменьшают нелинейности характеристик элементов (объясняется тем, что свойства цепи звеньев, охваченных обратной связью, определяются в основном свойствами параллельного корректирующего устройства, а не звеньев, охваченных обратной связью);
- 2) в элементах системы, близких к выходу, развивается значительная мощность, вследствие чего питание обратной связи не вызывает затруднения;
- 3) системы с параллельными корректирующими устройствами менее подвержены влиянию помех.

К числу недостатков параллельных корректирующих устройств следует отнести неблагоприятное их влияние на ошибку привода и громоздкость в случае применения в качестве корректирующих звеньев трансформаторов и тахогенераторов. Кроме того, при использовании параллельных корректирующих устройств обычно требуются значительные коэффициенты усиления усилителей.

В одной и той же следящей системе могут применяться как последовательные, так и параллельные корректирующие устройства.

В приложении А приведены различные схемы, передаточные функции, логарифмические и амплитудно-фазовые характеристики пассивных контуров, используемых в качестве последовательных и параллельных корректирующих устройств.

8.1 МЕТОДЫ ВЫБОРА КОРРЕКТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Следящий привод всегда содержит ряд звеньев, параметры и характеристики которых не могут быть произвольно изменены, так как они определяются, например, требуемыми мощностями на выходе, имеющимися типами двигателей, усилителей, датчиков и т.д.

Для придания следящему приводу требуемых динамических качеств используются отмеченные выше корректирующие устройства.

Выбор схемы и параметров корректирующих устройств составляет одну из основных задач расчета следящего привода. В настоящее время разработан ряд частотных методов, которые позволяют сравнительно просто выбрать параметры корректирующих устройств, обеспечивающих заданные динамические качества следящего привода. К наиболее распространенным методам могут быть отнесены:

- метод, использующий логарифмические амплитудные и фазовые частотные характеристики системы;
- метод, использующий амплитудно-фазовые характеристики.

8.1.1 Выбор параметров корректирующих устройств при помощи логарифмических амплитудных и фазовых частотных характеристик

О связи между динамическими свойствами замкнутой системы и видом ее вещественной частотной характеристики.

Теоретической основой метода является наличие определенной связи качества переходного процесса в линейной замкнутой системе при ступенчатом воздействии и точности воспроизведения управляющих воздействий с видом вещественной частотной характеристики этой системы.

Такая связь справедлива для минимально фазовых систем, т.е. для систем, в которых существует однозначная связь между амплитудной и фазовой характеристиками.

Если для следящего привода, имеющего достаточный запас устойчивости по модулю и по фазе, а также достаточный интервал частот, пропускаемый системой без искажений, вещественная частотная характеристика определяется значениями коэффициентов наклона и коэффициента формы:

$$x \leq 0,8; x_n \geq 0,4; \lambda \geq 0,5,$$

то при соблюдении этих условий величина перерегулирования σ может быть приближенно определена по кривой (рис. 8.1).

Однако на величину перерегулирования оказывает влияние также отрицательная часть функции $P(\omega)$. Перерегулирование увеличивается приблизительно на величину:

$$\Delta\sigma_{\max} \leq 0,3|P_{\min}|,$$

где P_{\min} — минимальное значение вещественной характеристики.

Таким образом, исходя из соотношения:

$$P_{\min} \approx 1 - P_{\max},$$

где P_{\max} — наибольшее значение вещественной частотной характеристики по кривой (рис. 8.1), можно определить допустимые значения P_{\max} и P_{\min} , при которых суммарное перерегулирование не превышает заданной величины σ_{\max} .

Верхний предел времени переходного процесса τ_{\max} зависит определенным образом от величины ω_n и P_{\max} (ω_n — частота, до которой ординаты вещественной частотной характеристики $P(\omega)$ положительны).

По кривой, приведенной на рис. 8.1, может быть определено время переходного процесса τ_{\max} системы, вещественная характеристика $P(\omega)$ которой соответствует типовой.

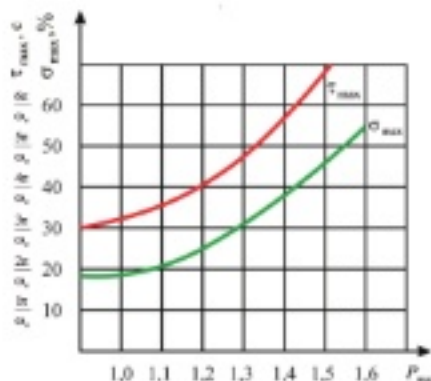


Рис. 8.1. Кривые приближенной оценки величины перерегулирования σ

Указанная кривая справедлива также и для случаев, когда значения P_{\min} не равны нулю, но сравнительно невелики ($P_{\min} \leq 0,3$).

Приведенные зависимости позволяют увязать требования к динамическим свойствам системы с требованиями к вещественной частотной характеристике замкнутой системы.

Известно, что динамические свойства системы, помимо условий устойчивости, определяются следующими показателями качества:

1) при заданном характере входных воздействий и помех следящий привод должен иметь максимальную или среднеквадратичную ошибку не выше заданной;

2) величина перерегулирования в переходном процессе при ступенчатом воздействии не должна превышать заданной величины $\sigma_{\max} \%$;

3) привод в течение времени τ_{\max} переходного процесса должен иметь не более 2–3 колебаний.

Требования к качественным показателям переходного процесса тесно увязываются с формой вещественной частотной характеристики $P(\omega)$ (рис. 8.2). Эта связь сводится в основном к следующему:

1) начальная ордината вещественной характеристики $P(0)$ должна равняться единице для астатических систем и $\frac{K}{K+1}$ для статических систем;

2) в интервале частот $0 - 0,15 \omega_c$ и функция $P(\omega)$ должна возможно меньше отличаться от единицы, так, чтобы:

$$1 - \Delta \leq P(\omega) \leq 1 + \Delta,$$

где $\Delta \ll 1$ (например, $\Delta \approx 0,05$);

3) максимум и минимум функции $P(\omega)$ не должны намного превышать значений, выбираемых по кривой (рис. 8.1) в соответствии с заданным верхним пределом для величины перерегулирования;

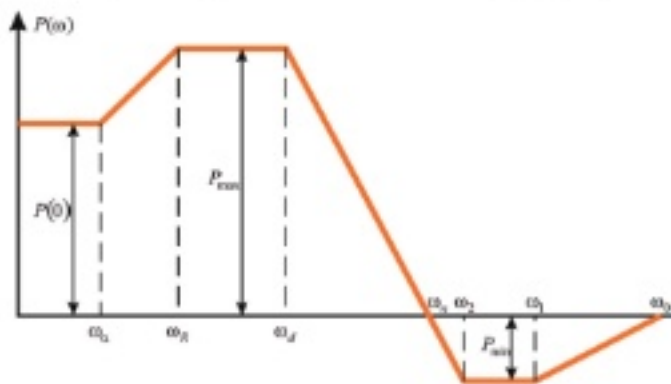


Рис. 8.2. Типовая вещественная характеристика

4) интервал положительности ω_c функции $P(\omega)$ не должен быть меньше значения, выбираемого на основании кривой (рис. 8.1) в соответствии с заданным верхним допустимым пределом для времени переходного процесса τ_{max} ;

5) функция $P(\omega)$ должна приближаться к своему максимальному значению при значении частоты не меньше $0,5\omega_c$ (рис. 8.2);

б) основной коэффициент наклона χ не должен быть более 0,8.

Если удовлетворены условия: $\chi < 0,8$; $x_0 > 0,4$; $\lambda > 0,5$, то:

при $P_{max}(\omega) = 1,4$ величина перерегулирования $\sigma_{max} \leq 38\%$, время переходного процесса $\tau_{max} < \frac{6\pi}{\omega_c}$, число колебаний $\mu < 3$;

при $P_{max}(\omega) = 1,3$ величина перерегулирования $\sigma_{max} \leq 32\%$, время переходного процесса $\tau_{max} < \frac{5\pi}{\omega_c}$, число колебаний $\mu < 2$;

при $P_{max}(\omega) = 1,2$ величина перерегулирования $\sigma_{max} \leq 26\%$, время переходного процесса $\tau_{max} \leq \frac{4\pi}{\omega_c}$, число колебаний $\mu \leq 2$;

при $P_{max}(\omega) = 1,0$, т.е. когда $P(\omega)$ является положительной невозрастающей функцией и коэффициент χ ее лежит в пределах $0,1 < \chi < 0,8$, величина перерегулирования $\sigma_{max} \leq 17\%$, время переходного процесса $\tau_{max} \leq \frac{4\pi}{\omega_c}$, число колебаний $\mu = 1$.

О связи параметров вещественной частотной характеристики замкнутой системы с параметрами логарифмических амплитудной и фазовой характеристик разомкнутой системы.

Для расчета корректирующих устройств методом логарифмических амплитудных и фазовых частотных характеристик необходимо увязать параметры вещественной частотной характеристики $P(\omega)$ замкнутой системы с параметрами логарифмических характеристик разомкнутой системы.

Эта связь состоит в следующем:

1) необходимо, чтобы обе логарифмические характеристики (амплитудная $L_{\omega}(\omega)$ и фазовая $\phi(\omega)$) удовлетворяли тем требованиям, которые вытекают из условия устойчивости системы;

2) для того, чтобы система обладала требуемым порядком астатизма ν (для следящих приводов обычно $\nu = 1$), достаточно, чтобы логарифмическая амплитудно-частотная характеристика разомкнутой системы при частотах, меньших первой сопрягающей частоты, имела наклон, равный 20 дБ на декаду и чтобы при $\omega = 1$ эта прямая имела ординату, равную 20lgK, где K — коэффициент усиления системы; для того, чтобы при заданном характере входных воздействий и помех следящий привод имел максимальную и среднеквадратичную ошибки не выше заданных, первая сопрягающая частота ω_1 определяется

обычно из условия $\omega_1 \approx \frac{C_1}{C_2}$, где C_1 и C_2 — заданные коэффициенты ошибки по скорости и ускорению [15];

3) для выполнения требований, предъявляемых к вещественной частотной характеристике $P(\omega)$ необходимо, чтобы логарифмическая амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы не пересекала границ некоторой запретной зоны, построенной в системе координат: логарифм амплитуды — фаза (рис. 8.1).

Предположим, что перерегулирование σ_{\max} не должно превышать 20%. Пользуясь кривой на рис. 8.1 и соотношением $P_{\min} \approx 1 - P_{\max}$, найдем, что для этого достаточно, чтобы функция $P(\omega)$ удовлетворяла неравенствам:

$$P_{\max}(\omega) \leq 1,2; |P_{\min}(\omega)| \leq 0,2.$$

Эти неравенства очевидно удовлетворяются, если логарифмическая амплитудная характеристика не заходит внутрь области, ограниченной кривыми с индексами 1,2 и 0,2, а также если при тех частотах, при которых логарифмическая амплитудная характеристика удовлетворяет неравенству:

$$L_2 = -16\delta\delta \leq L_w \leq +16\delta\delta = L_1,$$

фаза φ остается все время большей — 135° (в этом случае запас устойчивости будет по фазе $\Delta\varphi = 45^\circ$ и по модулю $\Delta R = 16$ дБ).

На рис.8.3 приведена рассчитанная В.В. Солодовниковым [14] кривая для выбора запаса устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ и по модулю ΔR при заданной величине перерегулирования σ_{\max} , %.

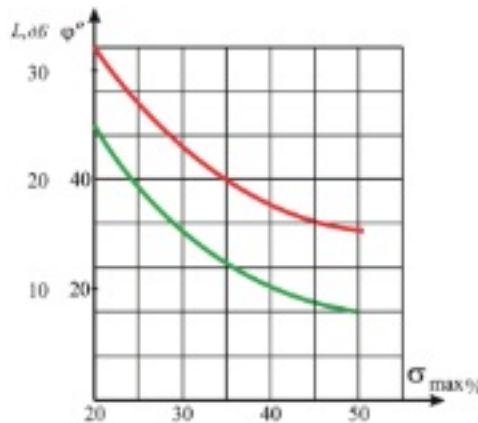


Рис. 8.3. Кривая для выбора запаса устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ и по модулю ΔR при заданной величине перерегулирования σ_{\max} , %

4) для того, чтобы время переходного процесса не превышало заданной величины σ_{\max} , логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАХ) должна пересекать ось абсцисс при частоте среза

$$\omega_c = (0,6 \dots 0,9) \omega_a.$$

Для известного значения ω_a частота ω_c будет равна:

$$\omega_c = \omega_a \left[1 - \frac{0,5}{P_{\max}(\omega)} (1 - \chi) \right].$$

Выше приведенные рассуждения позволяют по заданным требованиям к динамическим качествам системы построить желаемую логарифмическую амплитудно-частотную характеристику системы следующим образом (рис. 8.4):

1) зная требуемый порядок астатизма и коэффициенты ошибок C_1 и C_2 , проводим низкочастотную часть логарифмической амплитудной характеристики с наклоном 20ν дБ на декаду так, чтобы эта прямая имела при $\omega = 1$ ординату, равную $20 \lg K$, и оканчивалась при частоте:

$$\omega_1 = \frac{C_1}{C_2};$$

2) зная время переходного процесса τ_{\max} и величину перерегулирования σ_{\max} , при помощи кривых, изображенных на рис. 8.1, и выражения:

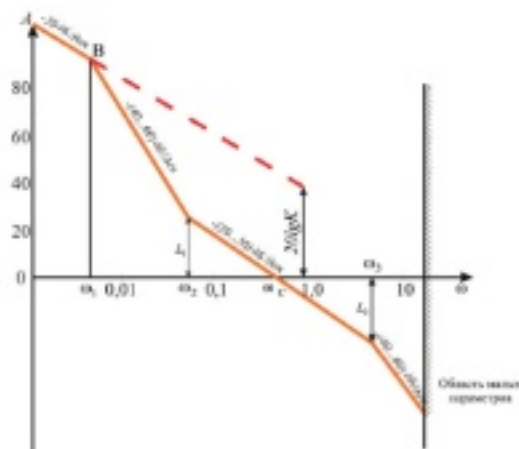


Рис. 8.4. Пример желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики системы

$$\omega_c = \omega_a \left[1 - \frac{0,5}{P_{\max}(\omega)} (1 - \chi) \right],$$

3) находим величину частоты среза ω_c и проводим через эту точку среднечастотную часть логарифмической амплитудно-частотной характеристики с наклоном 20 дБ/дек;

4) сопрягаем среднечастотную часть с низкочастотной и высокочастотной частями так, чтобы в интервале частот $\omega_2 + \omega_3$, где логарифмическая амплитудно-частотная характеристика изменяется в пределах $L_1 + L_2$, избыток фазы был бы менее требуемой величины.

Значения L_1 и L_2 в децибелах (рис. 8.4) могут быть получены в зависимости от заданного наибольшего отклонения σ_{\max} %.

Для этого необходимо:

а) по заданному значению σ_{\max} найти по графику (см. рис. 8.1) значение $P_{\max}(\omega)$ и, получив для этого $P_{\max}(\omega)$ величину $\tau_{\max} = k \frac{\pi}{\omega_v}$, определить, исходя из заданного времени τ_{\max} , частоту ω_a ;

б) из теории известно, что среднечастотный участок логарифмической амплитудно-частотной характеристики должен иметь наклон 20 дБ на декаду; поэтому, найдя частоту среза ω_c , проводим через нее прямую с наклоном 20 дБ/дек;

в) определив по заданному или выбираемому запасу устойчивости значения ординат L_1 и L_2 , сопряжем, пользуясь данными таблицы 8.1, среднечастотный участок амплитудной характеристики с низкочастотным и высокочастотным участками.

Общий вид желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики показан на рис. 8.4. Заметим, что к области малых параметров относятся параметры, пренебрежение которыми не влияет существенно на вид амплитудной и фазовой характеристик в интервале средних частот, т.е. в той части логарифмической амплитудно-частотной характеристики, которая в основном определяет устойчивость и качество переходного процесса (σ_{\max} , % и τ_{\max}) системы.

Обычно к области малых параметров могут быть отнесены постоянные времени T_i нескорректированной системы, если

$$\frac{1}{T_i} \geq (5 + 10)\omega_c.$$

Заметим, что для определения значения первой сопрягающей частоты ω_1 желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики реальные входные воздействия можно заменить «эквивалентными» синусоидальными воздействиями. Частота ω_1 и амплитуда θ_1 эквивалентной синусоиды определяются из условий [10]:

$$\omega_1 = \frac{\ddot{\theta}_{\text{ex. макс.}}}{\dot{\theta}_{\text{ex. макс.}}}; \theta_1 = \frac{\dot{\theta}_{\text{ex. макс.}}^2}{\ddot{\theta}_{\text{ex. макс.}}},$$

где $\dot{\theta}_{\text{вх, макс}}$ и $\ddot{\theta}_{\text{вх, макс}}$ — максимальные угловые скорости и ускорения реальных входных воздействий.

Если спектр реальных воздействий сосредоточен в достаточно узкой полосе в области низких частот, то первую сопрягающую частоту ω_1 желаемой ЛАХ обычно выбирают равной частоте эквивалентной синусоиды ω_s , хотя это необязательно. Теоретически доказано, что при оговоренных условиях коэффициент усиления по скорости системы с астатизмом первого порядка, соответствующей ЛАХ типов I или II (таблица 8.1), может быть определен по приближенной формуле:

$$K \approx \frac{\dot{\theta}_{\text{вх, макс}} \sqrt{1+q^2}}{\varepsilon_{\text{макс}}},$$

где $\varepsilon_{\text{макс}}$ — заданная величина максимальной динамической ошибки;

$$q = \frac{\omega_1}{\omega_s}; (0,2 \leq q \leq 5).$$

При $q = 1$ формула приобретает известный вид:

$$K = \frac{\dot{\theta}_{\text{вх, макс}} \sqrt{2}}{\varepsilon_{\text{макс}}}.$$

Коэффициент усиления системы с астатизмом первого порядка, соответствующей логарифмической амплитудно-частотной характеристике типов II или IV (таблица 8.1), может быть вычислен по приближенной формуле:

$$K = \frac{\dot{\theta}_{\text{вх, макс}} \sqrt{2(1+q^2)}}{\varepsilon_{\text{макс}}}; (0,2 \leq q \leq 5).$$

Для определения сопрягающих частот ω_1 , ω_2 и ω_c (или ω_n) можно, как это было указано выше, воспользоваться графиком на рис. 8.3, устанавливающим связь между запасами устойчивости системы по фазе и по модулю и величиной перерегулирования $\sigma_{\text{макс}}$, % и графиком на рис. 8.1, устанавливающим связь $\sigma_{\text{макс}}$, % с $\tau_{\text{вх}}$ и $P_{\text{вх}}$.

При выборе стандартной логарифмической амплитудно-частотной характеристики в каждом конкретном случае следует, помимо сказанного выше, обращать внимание на то, чтобы на каждом участке наклон стандартной характеристики возможно меньше отличался от наклона характеристики нескорректированной системы. Это условие обеспечивает выбор наиболее простой передаточной функции корректирующей цепи. Следует иметь в виду, что при отсутствии помех во входном сигнале, системы, имеющие логарифмические амплитудные характеристики вида I и III (таблица 8.2), обеспечивают при заданном значении коэффициента усиления системы большую точность слежения, чем системы с логарифмическими амплитудными характеристиками типов II и IV.

8.1.2 Выбор и определение параметров последовательных корректирующих устройств

Последовательные корректирующие устройства служат обычно для преобразования сигнала ошибки и включаются последовательно в цепь звеньев с неизменными параметрами. Структурная схема следящего привода с последовательным корректирующим устройством представлена на рис. 8.5. В этом случае передаточная функция скорректированной системы имеет вид:

Таблица 8.1

Формы типовых желаемых логарифмических амплитудно-частотных характеристик

Тип ЛАХ	Передаточная функция разомкнутой системы K_p	Наклон дБ/дек				Форма логарифмической амплитудно-частотной характеристики
		$0 - \omega_1$	$\omega_1 - \omega_2$	$\omega_2 - \omega_3$	$\omega_3 - \infty$	
I	$\frac{K(T_1 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$	-20	-40	-20	-40	
II	$\frac{K(T_1 p + 1)^2}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$	-20	-60	-20	-40	
III	$\frac{K(T_1 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)^2}$	-20	-40	-20	-60	
IV	$\frac{K(T_1 p + 1)}{p(T_1 p + 1)^2(T_2 p + 1)}$	-20	-60	-20	-60	

$$K_c W_c(p) = K_c W_n(p) \cdot KW(p),$$

где $K_c W_c(p)$ — передаточная функция корректирующего устройства; $KW(p)$ — передаточная функция нескорректированной разомкнутой системы.

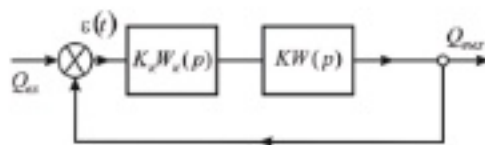


Рис. 8.5. Структурная схема следящего привода с последовательным корректирующим устройством

При этом $KW(p)$ предполагается известной функцией (определяется при составлении структурной схемы системы), а $K_x W_c(p)$ необходимо определить. Переходя к логарифмической амплитудно-частотной характеристике, получим:

$$20 \lg |K_c W_c(j\omega)| = 20 \lg |K_x W_x(j\omega)| + 20 \lg |KW(j\omega)|,$$

откуда

$$20 \lg |K_x W_x(j\omega)| = 20 \lg |K_c W_c(j\omega)| - 20 \lg |KW(j\omega)|.$$

Логарифмическая фазо-частотная характеристика последовательного корректирующего звена будет равна $\varphi_x(\omega) = \varphi_c(\omega) - \varphi(\omega)$.

Полученные уравнения показывают, что для определения логарифмических амплитудной и фазовой частотных характеристик корректирующего устройства необходимо проделать следующее:

1) построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику нескорректированной разомкнутой системы $20 \lg |KW(j\omega)|$, т.е. части системы, схема и параметры которой уже определены и не могут быть изменены;

2) построить на этом же чертеже и в том же масштабе по заданным динамическим качествам системы изложенным выше способом желаемую логарифмическую амплитудную характеристику $20 \lg |K_c W_c(j\omega)|$;

3) вычтись из желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристики логарифмическую амплитудно-частотную характеристику нескорректированной системы (в результате получится требуемая характеристика последовательного корректирующего звена);

4) по виду логарифмической амплитудно-частотной характеристики корректирующего устройства выбрать в (таблица 8.1) наиболее подходящую схему корректирующего устройства и определить параметры его передаточной функции;

5) произвести непосредственную проверку удовлетворения заданных условий качества при выбранной логарифмической амплитудно-частотной характеристике путем построения переходного процесса методом трапециевидных характеристик.

Требования по точности слежения будут выполнены, если в интервале частот $\omega = (0 + 0,15)\omega_s$ модуль $P(\omega)$ весьма мало отличается от единицы, а спектр входных воздействий сосредоточен в достаточно узкой полосе низких частот.

8.1.3 Выбор и расчет параметров параллельных корректирующих устройств (обратных связей)

Как уже отмечалось, наиболее эффективными корректирующими средствами являются параллельные корректирующие устройства (обратные связи).

Схема следящей системы с таким устройством изображена на рис. 8.6.

Передаточная функция скорректированной системы будет иметь вид:

$$K_c W_c(p) = \frac{KW(p)}{1 + K_{\text{кор}} W_{\text{кор}}(p) \cdot K_{\alpha} W_{\alpha}(p)}, \quad (8.1)$$

или

$$K_c W_c(p) = \frac{K_1 W_1(p) \cdot K_2 W_2(p) \cdot K_3 W_3(p) \cdot K_4 W_4(p)}{1 + K_{\text{кор}} W_{\text{кор}}(p) \cdot K_{\alpha} W_{\alpha}(p)}. \quad (8.2)$$

Метод выбора и расчета параметров параллельных корректирующих устройств базируется на определенных свойствах логарифмической амплитудной характеристики последовательности звеньев, шунтированных параллельным корректирующим устройством.

Рассмотрим эти свойства.

Передаточная функция внутреннего контура системы (рис. 8.6) имеет вид:

$$K_o W_o(p) = \frac{K_{\text{кор}} W_{\text{кор}}(p)}{1 + K_{\text{кор}} W_{\text{кор}}(p) \cdot K_{\alpha} W_{\alpha}(p)}. \quad (8.3)$$

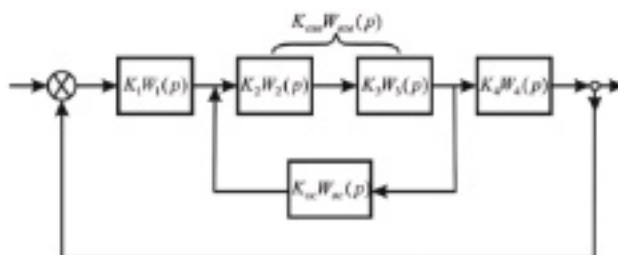


Рис. 8.6. Схема следящей системы с параллельным корректирующим устройством

Передаточная функция $K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(p)$ звеньев, охваченных обратной связью, определяется при статическом расчете следящего привода.

Для того, чтобы введение параллельного корректирующего устройства не понижало порядок астатизма охваченной им последовательности звеньев, необходимо иметь порядок нуля его передаточной функции $K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(p)$ при $p=0$ не ниже порядка полюса передаточной функции $K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(p)$ при $p=0$.

Действительно, пусть

$$K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(p) = \frac{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}^*(p)}{p^{\nu_1}}; \quad (8.4)$$

$$K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(p) = p^{\nu_2} K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(p),$$

где $K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(0) = K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(0) = 1$.

Подставив уравнение (8.4) в (8.3), получим:

$$K_o W_o(p) = \frac{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}^*(p)}{p^{\nu_1}} \cdot \frac{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}^*(p)}{1 + p^{\nu_2} K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(p) \cdot K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(p)}. \quad (8.5)$$

Очевидно, система будет обладать астатизмом порядка ν_1 лишь при условии $\nu_2 \geq \nu_1$.

Важно отметить, что при $\nu_2 = \nu_1$ общий коэффициент усиления будет:

$$K_o = \frac{K_{\text{отс}}}{1 + K_{\text{отс}}^* \cdot K_{\text{отс}}},$$

а при $\nu_2 > \nu_1$, $K_o = K_{\text{отс}}$.

Следовательно, если кратность полюса функции $K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(p)$ равна кратности нуля функции $K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(p)$, то общий коэффициент усиления системы после введения обратной связи уменьшается в $(1 + K_{\text{отс}}^* K_{\text{отс}})$ раз.

Если кратность полюса функции $K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(p)$ меньше кратности нуля функции $K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(p)$, то общий коэффициент усиления системы при введении обратной связи остается неизменным.

Для выбора параллельного корректирующего устройства методом логарифмических характеристик следует обратиться к той области амплитудно-фазовой характеристики, в которой:

$$|K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(j\omega)| \gg 1.$$

Для данного случая получим:

$$|K_o W_o(j\omega)| \approx \frac{1}{|K_{\text{отс}}^* W_{\text{отс}}^*(j\omega)|}.$$

Это значит, что свойства совокупности звеньев, охваченных обратной связью, определяются в основном свойствами цепи обратной связи. Очевидно, что обратными связями желательно охватить возможно

большее число звеньев, составляющих неизменяемую часть следящего привода. Это сделает привод в целом мало чувствительным к изменениям параметров звеньев.

На основании полученных результатов и рассмотренных свойств логарифмической амплитудно-частотной характеристики последовательности звеньев, шунтированных параллельным корректирующим устройством, расчет параметров параллельных корректирующих устройств может быть произведен в следующем порядке.

1. Исходя из заданных условий качества строят желаемую логарифмическую амплитудно-частотную характеристику скорректированной системы. Параметры желаемой ЛАХ могут быть определены способом, изложенным выше, если заданы требования по качеству переходного процесса и коэффициенты ошибки C_1 и C_2 .

2. На том же чертеже и в том же масштабе строят:

а) логарифмическую амплитудно-частотную характеристику функции $K_{\text{св}} W_{\text{св}}(j\omega)$ при $K_{\text{св}} = 1$, которая должна быть обратной желаемой логарифмической амплитудно-частотной характеристике $K_c W_c(j\omega)$ в существенном для качества интервале частот, обязательно включающем в себя интервал частот $\omega_2 + \omega_3$;

б) логарифмическую амплитудно-частотную характеристику функции $K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)$ при $K_{\text{ос}} = 1$.

3. Складывают логарифмические амплитудно-частотные характеристики, перечисленные в п. 2, и строят фазовую характеристику функции $K_{\text{св}} W_{\text{св}}(j\omega) \cdot K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)$.

4. Определяют допустимую величину коэффициента усиления, исходя из условия устойчивости внутреннего контура в замкнутом состоянии. Запас устойчивости контура по фазе должен находиться в пределах $20^\circ \dots 30^\circ$.

5. На другом чертеже следует нанести логарифмические амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики, соответствующие передаточной функции нескорректированной разомкнутой системы $KW(j\omega)$ и функции:

$$\frac{1}{K_{\text{св}} W_{\text{св}}(j\omega) \cdot K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)}$$

6. На номограмму наносят логарифмические амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики функции:

$$\frac{1}{K_{\text{св}} W_{\text{св}}(j\omega) \cdot K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)}$$

и известным образом строят логарифмические амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики функции

$$\frac{1}{1 + K_{\text{св}} W_{\text{св}}(j\omega) \cdot K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)}$$

7. Для получения логарифмических амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристики разомкнутой скорректированной системы складывают соответственно логарифмические амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики функций:

$$KW(j\omega) \text{ и } \frac{1}{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{ст}} W_{\text{ст}}(j\omega)}$$

8. Проверяют по фактически полученным логарифмическим амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристикам разомкнутой системы, обеспечиваются ли заданные качественные показатели.

Проверка качества фактически полученной системы необходима во всех случаях, так как обычно фактическая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика разомкнутой скорректированной системы будет отличаться от искомой (желаемой).

В самом деле, в области частот, где

$$16\text{дБ} > 20 \lg \left| \frac{1}{1 + K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{ст}} W_{\text{ст}}(j\omega)} \right| > -16\text{дБ},$$

амплитудные и фазовые характеристики функций

$$\frac{1}{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{ст}} W_{\text{ст}}(j\omega)} \text{ и } \frac{1}{1 + K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{ст}} W_{\text{ст}}(j\omega)}$$

существенно различаются.

По этой причине в интервале частот $\omega \geq \omega_1$ фактические амплитудная и фазовая характеристики разомкнутой скорректированной системы отличаются от желаемой так, что это отличие обычно может приводить к уменьшению запасов устойчивости системы по фазе и модулю или к снижению качества переходного процесса. В интервале частот $\omega < \omega_2$, в случае, когда кратность полюса функции $K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)$ меньше кратности нуля функции $K_{\text{ст}} W_{\text{ст}}(j\omega)$ и общий коэффициент усиления при введении обратной связи остается неизменным, фактическая ЛАХ также отличается от желаемой. Выражается это в том, что фактическая первая сопрягающая частота $\omega_{1\text{ф}}$ сдвигается по сравнению с расчетной ω_1 в область более низких частот. При этом динамическая ошибка системы с астатизмом первого порядка увеличивается по сравнению с расчетной приблизительно

в $\sqrt{\frac{1+q^2}{2}}$ раз, где $q = \frac{\omega_1}{\omega_{1\text{ф}}}$ (если $q \gg 5$).

Для уменьшения ошибки до расчетного значения необходимо повысить коэффициент усиления системы в $\sqrt{\frac{1+q^2}{2}}$ раз.

Для этого усилитель следящего привода должен, как правило, иметь каскад усиления (с минимально возможной постоянной вре-

мени), не охваченный обратной связью. Если при повышении коэффициента усиления до требуемой величины запас устойчивости системы оказывается недостаточным, то вопрос о выборе передаточной функции и параметров цепи обратной связи должен быть пересмотрен.

Изложенный метод расчета иллюстрируется ниже численным примером.

Кроме рассмотренного способа, В.В. Солодовников [14] предложил метод определения параметров цепи обратной связи по эквивалентному последовательному корректирующему звену. Способ основан на предположении, что две системы, имеющие одинаковые амплитудно-фазовые характеристики, эквивалентны по своим динамическим свойствам.

Если коррекция системы осуществлена последовательными и параллельными корректирующими средствами равноценно по динамическим свойствам, то

$$K_c W_c(j\omega) = K'_c W'_c(j\omega).$$

В этом случае:

$$KW(j\omega) \cdot K_x W_x(j\omega) = \frac{KW(j\omega)}{1 + K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{ср}} W_{\text{ср}}(j\omega)}.$$

В интервале частот, для которого справедливо неравенство

$$20 \lg |K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{ср}} W_{\text{ср}}(j\omega)| \geq 12 \dots 16 \text{ дБ},$$

получим:

$$K_c W_c(j\omega) = \frac{1}{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{ср}} W_{\text{ср}}(j\omega)}.$$

Отсюда

$$K_{\text{ср}} W_{\text{ср}}(j\omega) = \frac{1}{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_c W_c(j\omega)}.$$

По этой формуле может быть выполнен аналитический расчет обратной связи, поскольку функция $K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_x W_x(j\omega)$ известна.

Переходя к логарифмическим амплитудно-частотным характеристикам, получим:

$$20 \lg |K_{\text{ср}} W_{\text{ср}}(j\omega)| = -20 \lg |K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)| - 20 \lg |K_c W_c(j\omega)|.$$

Для получения логарифмической амплитудно-частотной характеристики и параметров обратной связи необходимо:

а) построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику звеньев, охваченных обратной связью:

$$20 \lg |K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)|;$$

б) на том же чертеже и в том же масштабе построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику последовательного корректирующего устройства:

$$20\lg|K_c W_c(j\omega)|;$$

в) сложить характеристики $20\lg|K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)|$ и $20\lg|K_c W_c(j\omega)|$.

Характеристика, обратная результирующей, будет искомой логарифмической амплитудно-частотной характеристикой обратной связи.

Если необходимо ввести в систему несколько неперекрещивающихся обратных связей, то в этом случае метод расчета принципиально не отличается от приведенного, так как расчет производится последовательным определением и расчетом каждой связи в отдельности.

Рассмотрим наиболее общий случай, когда в систему необходимо ввести n обратных связей. Структурная схема такой системы приведена на рис. 8.7.

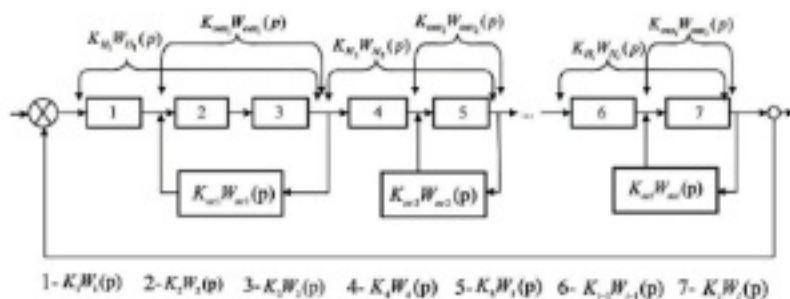


Рис. 8.7. Структурная схема

Передаточная функция скорректированной системы будет иметь вид:

$$K_c W_c(p) = \frac{KW(p)}{\prod_{i=1}^{i=n} [1 + K_{\text{отс}i} W_{\text{отс}i}(p) \cdot K_{\text{отс}i} W_{\text{отс}i}(p)]}, \quad (8.6)$$

Если развернуть выражение $KW(p)$ согласно обозначениям (рис. 8.7), уравнение (8.6) представим в следующем виде:

$$K_c W_c(p) = \frac{\prod_{i=1}^{i=n} K_i W_i(p)}{\prod_{i=1}^{i=n} [1 + K_{\text{отс}i} W_{\text{отс}i}(p) \cdot K_{\text{отс}i} W_{\text{отс}i}(p)]}, \quad (8.7)$$

или

$$\begin{aligned}
 K_c W_c(p) &= \frac{K_1 W_1(p)}{1 + K_{\alpha_1} W_{\alpha_1}(p) \cdot K_{\alpha_2} W_{\alpha_2}(p)} \times \\
 &\times \frac{K_2 W_2(p)}{1 + K_{\alpha_2} W_{\alpha_2}(p) \cdot K_{\alpha_3} W_{\alpha_3}(p)} \times \dots \times \\
 &\times \frac{K_n W_n(p)}{1 + K_{\alpha_n} W_{\alpha_n}(p) \cdot K_{\alpha_{n+1}} W_{\alpha_{n+1}}(p)}.
 \end{aligned} \quad (8.8)$$

Дальнейший расчет производится последовательным определением каждой связи в отдельности.

Если необходимо ввести в систему перекрещивающиеся обратные связи (рис. 8.8, а), то процесс расчета чрезвычайно усложняется.

Передаточная функция замкнутой скорректированной системы будет иметь вид:

$$K_c W_c(p) = \frac{KW(p)}{1 + \sum_{i=1}^n K_{\alpha_{i+1}} W_{\alpha_{i+1}}(p) K_{\alpha_i} W_{\alpha_i}(p)}. \quad (8.9)$$

В этом случае необходимо преобразовать структурную схему системы с перекрещивающимися обратными связями к структурной схеме с неперекрещивающимися обратными связями, для чего следует определить передаточную функцию части звеньев, обведенных пунктиром на рис. 8.8, б.

Передаточная функция этой части системы будет:

$$K_{23} W(p) = \frac{K_2 W_2(p)}{1 + K_{\alpha_2} W_{\alpha_2}(p) \cdot K_3 W_3(p)}. \quad (8.10)$$

Следовательно, передаточная функция скорректированной замкнутой системы, приведенной на схеме (рис. 8.8, в), будет иметь вид:

$$K_c W_c(p) = \frac{K_1 W_1(p) \cdot K_{23} W_{23}(p) \cdot K_3 W_3(p)}{1 + K_{\alpha_1} W_{\alpha_1}(p) \cdot K_{23} W_{23}(p)}. \quad (8.11)$$

После преобразования структурной схемы системы может быть произведен расчет корректирующих цепей эквивалентной схемы согласно ранее приведенной методике. Однако в результате расчета будут получены параметры цепи исходной системы (рис. 8.8, в), а эквивалентной (рис. 8.8, в), которая по существу является фиктивной. Параметры ее находятся в сложной зависимости от параметров исходной системы.

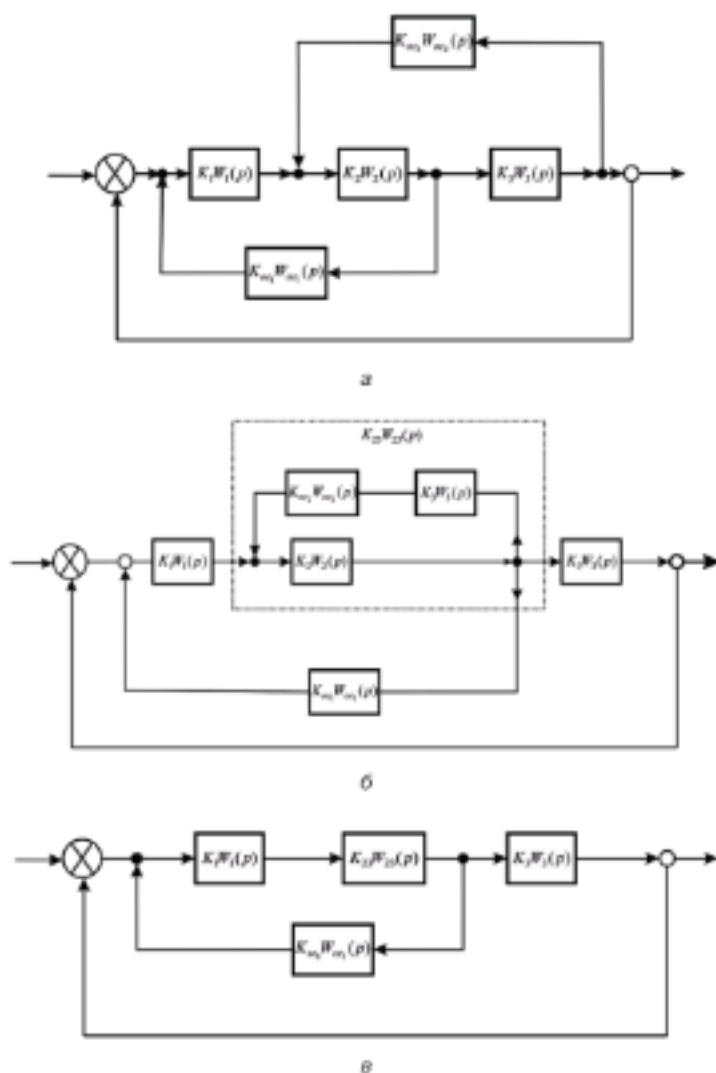


Рис. 8.8. Переход от структуры с перекрывающимися обратными связями к типовой структурной схеме

Указанное обстоятельство чрезвычайно усложняет процесс определения параметров исходной схемы, поэтому метод расчета корректирующих устройств при помощи логарифмических частотных ха-

рактических для систем с перекрещивающимися обратными связями не может быть рекомендован.

В этом случае целесообразно воспользоваться методом расчета при помощи амплитудно-фазовых характеристик [13].

8.1.4 Выбор и расчет параметров последовательных и параллельных корректирующих устройств

Структурная схема следящего привода с параллельным и последовательным корректирующими устройствами представлена на рис. 8.9.

Передаточная функция такой разомкнутой системы имеет вид:

$$K_c W_c(p) = \frac{K_v W_v(p) \cdot K_{\text{осл}} W_{\text{осл}}(p) \cdot K_d W_d(p)}{1 + K_{\text{осл}} W_{\text{осл}}(p) \cdot K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(p)}$$

Следовательно,

$$20 \lg |K_c W_c(j\omega)| = 20 \lg |K_v W_v(j\omega)| + 20 \lg |K_d W_d(j\omega)| + \\ + 20 \lg \left| \frac{K_{\text{осл}} W_{\text{осл}}(j\omega)}{1 + K_{\text{осл}} W_{\text{осл}}(j\omega) \cdot K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)} \right|$$

Первый этап при выборе корректирующего устройства заключается в отыскании параметров желаемой логарифмической амплитудной характеристики $K_c W_c(j\omega)$. Далее ход решения задачи может быть следующим.

Обозначим

$$20 \lg |K_c^* W_c^*(j\omega)| = 20 \lg |K_v W_v(j\omega)| + \\ + 20 \lg \left| \frac{K_{\text{осл}} W_{\text{осл}}(j\omega)}{1 + K_{\text{осл}} W_{\text{осл}}(j\omega) \cdot K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)} \right|, \quad (8.12)$$

тогда

$$20 \lg |K_c W_c(j\omega)| = 20 \lg |K_c^* W_c^*(j\omega)| + 20 \lg |K_d W_d(j\omega)|.$$

Последнее выражение позволяет определить логарифмическую амплитудную характеристику $20 \lg |K_c^* W_c^*(j\omega)|$.

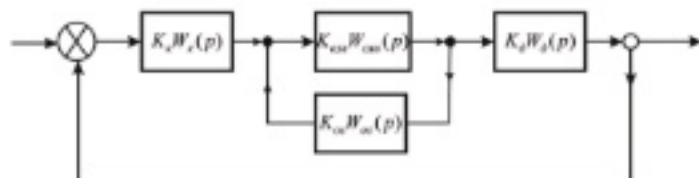


Рис. 8.9. Структурная схема следящего привода с параллельным и последовательным корректирующими устройствами

Если выбрать в соответствии с имеющимися в распоряжении техническими средствами логарифмическую характеристику $20 \lg |K_c W_x(j\omega)|$, то из уравнения (8.12) путем простого вычитания легко может быть определена логарифмическая амплитудная характеристика:

$$20 \lg \left| \frac{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)}{1 + K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)} \right| \quad (8.13)$$

По полученным логарифмическим амплитудной и соответствующей ей фазовой характеристикам с помощью номограммы [11] может быть найдена логарифмическая амплитудно-частотная характеристика $20 \lg \left| \frac{1}{1 + K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)} \right|$, а следовательно, и искомая логарифмическая амплитудная характеристика $20 \lg |K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)|$.

Расчет значительно упрощается, если в существенном для качества системы интервале частот справедливо неравенство:

$$|K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) \cdot K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)| \gg 1,$$

тогда

$$20 \lg |K_c^* W_c^*(j\omega)| \approx 20 \lg |K_c W_c(j\omega)| - 20 \lg |K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)|.$$

В этом случае выбор логарифмических амплитудно-частотных характеристик $20 \lg |K_c W_c(j\omega)|$ и $20 \lg |K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega)|$ может быть сделан без особых затруднений по известной логарифмической характеристике $20 \lg |K_c^* W_c^*(j\omega)|$ на основе имеющихся в распоряжении технических средств.

Пример 8.1

Расчитать корректирующие устройства следящего привода с помощью логарифмических амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик, исходя из следующих данных.

Следящий привод (рис. 8.10) состоит из двигателя ДВ, электромашинного усилителя ЭМУ, усилителя предварительного усиления (ПУ) и измерительного устройства (ИУ), редуктора (РЕД), исполнительного механизма (ИМ). Требования к качественным показателям переходного процесса:

- наибольшее перерегулирование $\sigma_{\text{max}} \leq 25\%$;
- наибольшее время переходного процесса $\tau_{\text{max}} \leq 0,7$ с;
- число колебаний за время переходного процесса $\mu \leq 2$.

Данные звеньев системы:

- постоянные времени двигателя $T_{\text{дв}} = 0,15$ с; поперечной цепи электромашинного усилителя $T_{\text{ЭМУ}} = 0,04$ с; постоянными времени

якорной цепи двигателя и предварительного усилителя можно пренебречь;

— коэффициент усиления двигателя по скорости $K_{ДВ} = 140$ град/ $V \cdot c$;

— коэффициент усиления электромашинного усилителя $K_{ЭМУ} = 15$ В/мА;

— крутизна измерительного элемента $K_{Д} = 0,5$ В/град;

— коэффициент усиления электронного усилителя $K_{ЭУ} = 30$ мА/В;

— коэффициент передачи редуктора $K_{ред} = \frac{1}{900}$;

— передаточная функция двигателя (без учета постоянной времени цепи якоря):

$$K_{ДВ} W_{ДВ}(p) = \frac{\phi_{ДВ}(p)}{U_{ДВ}(p)} = \frac{K_{ДВ}}{p(T_{ДВ}p + 1)};$$

— передаточные функции электромашинного усилителя:

$$K_{ЭМУ} W_{ЭМУ}(p) = \frac{U_{ЭМУ}(p)}{i_{ЭМУ}(p)} = \frac{K_{ЭМУ}}{(T_{ЭМУ}^*p + 1)};$$

— полный коэффициент усиления системы:

$$K = K_{ДВ} K_{ЭМУ} K_{ЭУ} K_{ред} = 140 \cdot 15 \cdot 0,5 \cdot 30 \cdot \frac{1}{900} = 35 \frac{1}{сек};$$

— амплитудно-фазовая характеристика системы:

$$KW(j\omega) = \frac{35}{j\omega(0,15j\omega + 1)(0,01j\omega + 1)}.$$

Логарифмические амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики разомкнутой нескорректированной системы изображены кривыми 1 и 2 на рис. 8.11. Эти кривые свидетельствуют о том, что нескорректированная система в замкнутом состоянии неустойчива — при $20 \lg |KW(j\omega)| = 0$ дБ фаза $\varphi^*(\omega) < -180^\circ$.

Прежде всего необходимо определить параметры желаемой логарифмической амплитудной характеристики скорректированной системы по заданным параметрам переходного процесса.

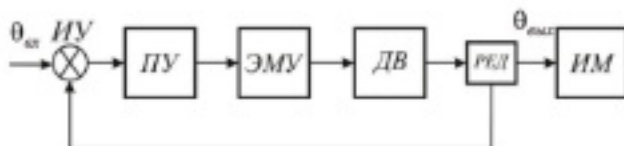


Рис. 8.10. Структурная схема следящего привода

Исходя из величины перерегулирования $\sigma_{\text{max}} = 25\%$ по кривой $\sigma_{\text{max}} = f(P_{\text{max}})$ (рис. 8.11) находим $P_{\text{max}} \approx 1,2$. При этом время переходного процесса $\tau_{\text{max}} = \frac{4\pi}{\omega_s}$. По значению $\tau_{\text{max}} = 0,7$ с находим

$$\omega_s = \frac{4\pi}{\tau_{\text{max}}} = 18 \text{ с}^{-1}.$$

Желательно, чтобы ЛАХ скорректированной системы имела в диапазоне средних частот наклон -20 дБ/дек, а в интервале низких и высоких частот — наклон, равный наклону асимптот нескорректированной системы.

Последнее условие обеспечивает выбор простейших корректирующих устройств.

Указанным условиям наилучшим образом соответствует ЛАХ, образуемая двумя асимптотами (кривая 3, рис. 8.11). Первая имеет на-

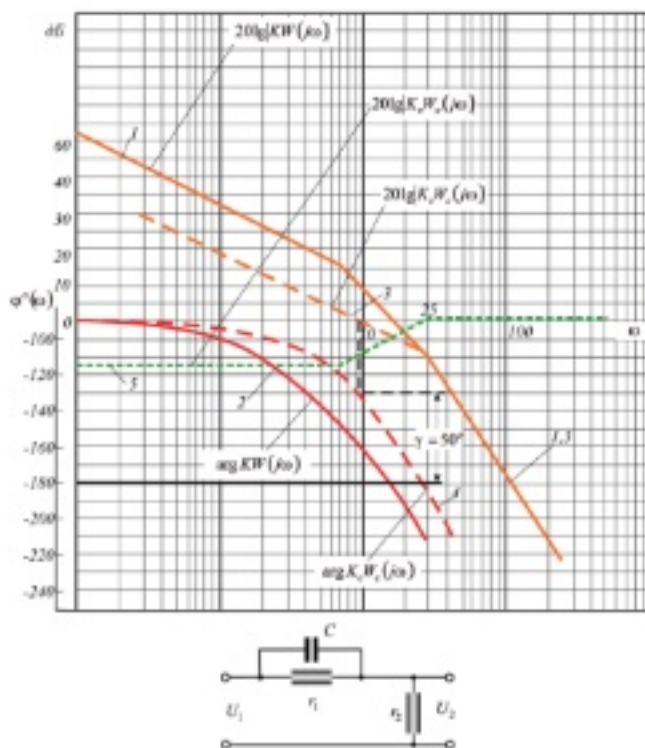


Рис. 8.11. Логарифмические амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики САУ

клон — 20 дБ/дек, пересекает ось 0 дБ в точке $\omega_1 = 9 \text{ с}^{-1}$ и охватывает диапазон частот $0 < \omega_c \leq 25 \text{ с}^{-1}$; вторая имеет наклон — 40 дБ/дек в диапазоне частот $\omega > 25 \text{ с}^{-1}$, равный наклону асимптоты ЛАХ нескорректированной системы. Таким образом $\frac{\omega_c}{\omega_1} = \frac{18}{9} = 2$, что соответствует обычно принятым нормам.

Фазовая характеристика, соответствующая желаемой ЛАХ, изображена на рис. 8.11 кривой 4.

Следящий привод, соответствующий желаемой ЛАХ, в замкнутом состоянии имеет запасы устойчивости: по модулю 9 дБ, по фазе 50° .

8.1.5 Расчет последовательного корректирующего устройства

Для получения ЛАХ последовательного корректирующего устройств необходимо вычесть из ЛАХ нескорректированной системы желаемую ЛАХ.

Необходимое построение выполнено на рис. 8.12.

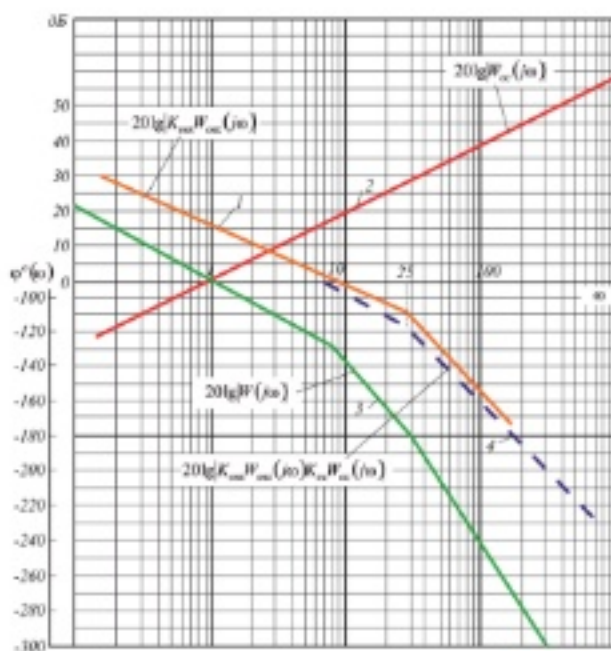


Рис. 8.12. ЛАХ параллельного корректирующего устройства

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика корректирующего устройства изображена кривой 5 (рис. 8.11). Передаточная функция корректирующего устройства имеет вид:

$$K_c W_c(p) = 0,25 \cdot \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1},$$

где $K_c = 0,25 = -12$ дБ; $T_1 = 0,15$ с; $T_2 = 0,04$ с.

Передаточную функцию требуемого вида имеет пассивный четырехполюсник (рис. 8.11):

$$K_c W_c(p) = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \cdot \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1};$$

$$T_1 = r_1 \cdot C = 0,15 \text{ с};$$

$$T_2 = \frac{r_2 \cdot r_1 \cdot C}{r_1 + r_2} = 0,04 \text{ с};$$

$$K_c = \frac{r_2}{r_1 + r_2} = -12 \text{ дБ} = 0,26.$$

Решение последних трех уравнений дает $\frac{r_1}{r_2} = 2,84$.

Приняв $C = 15$ мкФ, находим:

$$r_1 = \frac{T_1}{15 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ кОм}; \quad r_2 = \frac{r_1}{2,84} = 3,5 \text{ кОм}.$$

8.1.6 Расчет параллельного корректирующего устройства

Желаемая ЛАХ (кривая 3, рис. 8.11) может быть с достаточной точностью получена при помощи параллельного корректирующего устройства, если логарифмическая амплитудно-частотная характеристика последнего обратна искомой ЛАХ в существенном для качества переходного процесса интервале частот. Этому требованию близко соответствует ЛАХ параллельного корректирующего устройства, имеющая постоянный наклон $+20$ дБ/дек на всем диапазоне частот (кривая 2 рис. 8.12). Для того, чтобы в этом убедиться, необходимо проделать следующее:

1. Сложить логарифмические амплитудные характеристики цепи обратной связи и звеньев, охваченных обратной связью, при коэффициенте усиления, равном единице (кривые 3 и 2, рис. 8.12). Кривая 3 построена в предположении, что обратная связь, имеющая передаточную функцию $K_{\text{об}} W_{\text{об}}(p)$, охватывает двигатель, ЭМУ и усилитель (осуществляется тахоэнергетором, связанным с валом исполнительного двигателя).

2. В результате сложения указанных характеристик получена ЛАХ разомкнутого внутреннего контура следящей системы с передаточной функцией $K_{\text{отк}} W_{\text{отк}}(p) \cdot K_{\text{об}} W_{\text{об}}(p)$ (кривая 4, рис. 8.12).

3. Нанести на номограмму логарифм амплитуда — фаза (рис. 8.13), логарифмические амплитудную и фазовую характеристики, соответствующие обратной передаточной функции разомкнутого внутреннего контура $\frac{1}{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(p) \cdot K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(p)}$ и построить известным образом логарифмические амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики функции $\frac{1}{1 + K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)}$. Логарифмическая амплитудная характеристика функции $\frac{1}{K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)}$ при $K_{\text{отс}} K_{\text{ос}} = -12$ дБ и соответствующая фазовая характеристика изображены сплошными кривыми соответственно 1 и 2 (рис. 8.12). Вид этих кривых свидетельствует об устойчивости внутреннего контура следящей системы в замкнутом состоянии.

Логарифмические амплитудная и фазовая характеристики функции $\frac{1}{1 + K_{\text{отс}} W_{\text{отс}}(j\omega) K_{\text{ос}} W_{\text{ос}}(j\omega)}$ при $K_{\text{отс}} K_{\text{ос}} = -12$ дБ изображены пунктирными кривыми 1' и 2' (рис. 8.13).

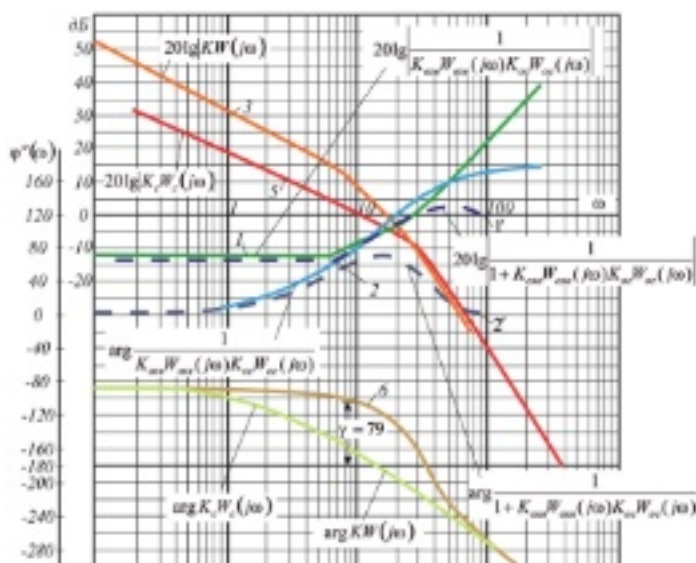


Рис. 8.13. Логарифмические амплитудная и фазовая характеристики скорректированной разомкнутой системы

4. Сложить соответственно логарифмические амплитудные и фазовые характеристики функции $\frac{1}{1 + K_{\text{отн}} W_{\text{отн}}(j\omega) K_{\text{ск}} W_{\text{ск}}(j\omega)}$ и нескорректированной системы (кривые 4 и 5, рис. 8.13). В результате будут получены логарифмические амплитудная и фазовая характеристики скорректированной разомкнутой системы (кривые 5 и 6, рис. 8.14), весьма близкие к желаемой.

Скорректированная система в замкнутом состоянии устойчива. Запас устойчивости по модулю 15 дБ, по фазе 79°.

4. Нанести логарифмическую амплитудно-фазовую характеристику скорректированной разомкнутой системы на номограмму (рис. 8.14) и построить известным образом вещественную частотную характеристику замкнутой системы (рис. 8.15).

Вещественная частотная характеристика имеет следующие параметры:

$$P_{\text{max}} = 1; P_{\text{min}} = -0,35.$$

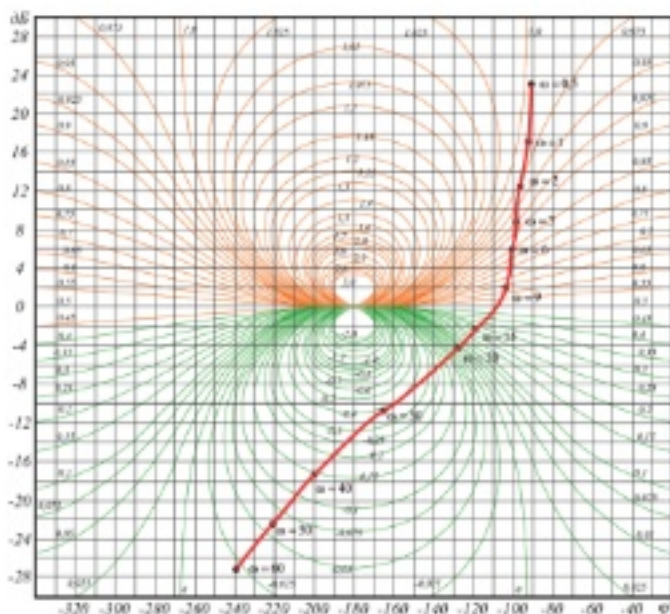


Рис. 8.14. Нанесение логарифмической амплитудно-фазовой характеристики скорректированной разомкнутой системы на номограмму

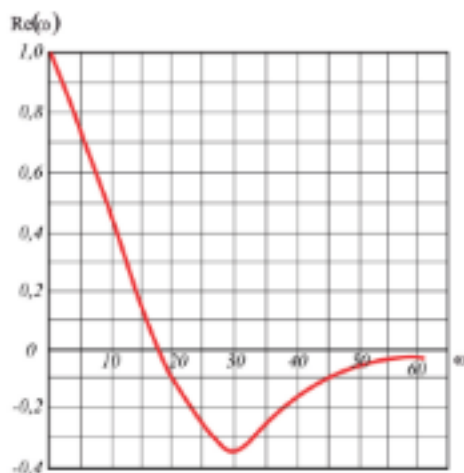


Рис. 8.15. Вещественная частотная характеристика замкнутой системы

Значение этих параметров указывает на то, что перерегулирование σ_{\max} , %, скорректированной системы в переходном процессе фактически будет меньше значения $\sigma_{\max} = 20\%$, принятого в начале расчета, $\omega_v = 17 \text{ c}^{-1}$; $\omega_c = 9 \text{ c}^{-1}$.

Значение этих параметров весьма близко соответствует параметрам желаемой ЛАХ. Следовательно, время переходного процесса не будет заметно превосходить расчетного значения $\tau_{\max} = 0,7\text{с}$.

Раздел 9 РАСЧЕТ СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА

Расчет следящего привода, представляющего комплекс различных элементов, связанных между собой в единую замкнутую систему автоматического управления, является достаточно сложной задачей с возможностью многозначного решения. Наиболее рациональные результаты расчета могут быть получены лишь на базе большого опыта и подчас искусства рассчитывающего.

Кроме того, выбор оптимального варианта зависит от задач, которые ставятся в данных условиях (малогабаритность, быстродействие, точность и др).

В связи с этим детальная программа расчета следящего привода не может носить сколько-нибудь универсального характера. Можно указать лишь общий порядок расчета с тем, чтобы конструкторы сами смогли конкретизировать его.

9.1 ЗАДАНИЕ НА РАСЧЕТ

В зависимости от технических условий задание может быть довольно разнообразным. Чаще всего в задание вводятся лишь эксплуатационные требования общего характера: мощность, точность, режим работы, максимальная скорость, максимальное ускорение работы системы, эксплуатационные условия (температурный режим, длительность эксплуатации и т.п.).

В некоторых случаях требуется получить минимальные габариты и вес, использовать определенный род тока, тип двигателя и усилителя, бесконтактность и др. В ряде случаев рассчитывающему приходится самому дополнительно задаваться некоторыми данными, необходимыми для расчета в качестве исходных.

Выбор исходных данных. К исходным данным для избранных методов расчета относятся:

- а) характеристика входных воздействий и помех;
- б) величина перерегулирования σ (%) при ступенчатом (единичном) воздействии, обычно в пределах 10...40%;
- в) время переходного процесса τ (с);
- г) число переходов через положение равновесия α .

Кроме того, могут быть заданы или выбраны при расчете запасы устойчивости по модулю и по фазе.

Расчитывающий устанавливает род тока, величины напряжения и частоты, типы усилителей и исполнительного двигателя, тип чувствительного элемента и главной обратной связи. Иногда значительная часть этих данных содержится в задании.

Все исходные данные принимаются на основании или опыта проектирования и эксплуатации следящих приводов, или по инженерным соображениям, связанным с вопросами экономики, удобством обслуживания, эксплуатации и местных условий. В наиболее ответственных случаях может быть предусмотрено несколько вариантов исходных данных, по которым следует провести соответствующее количество параллельных расчетов.

9.2 ВЫБОР ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СХЕМЫ

После уточнения исходных данных необходимо произвести выбор основных элементов схемы, к которым относятся: усилители (электромашинный, магнитный, электронный, полупроводниковый) и число их каскадов, исполнительный двигатель, чувствительный элемент, редуктор, преобразовательные элементы (дискриминаторы, выпрямители и т.п.), источники питания.

Необходимо установить данные элементов по входной и выходной мощности, марку или тип выбираемых элементов, напряжения питания, каталожные данные выбираемых элементов и сформулировать требования на расчет некоторых нестандартных элементов, например, усилителей, дискриминаторов и т.п.

9.3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОСНОВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И СОСТАВЛЕНИЕ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ ГЛАВНОЙ ЦЕПИ

После выбора основных элементов необходимо определить их параметры как статического режима, так и динамического. К этим параметрам относятся коэффициенты усиления, постоянные времени всех цепей, передаточные числа, передаточные функции элементов. Часть параметров определяют расчетным путем, часть получают экспериментально, некоторые же можно взять из справочных материалов.

Составляют структурную схему главной цепи и определяют ее передаточную функцию.

Наличие указанных выше данных и структурной схемы главной цепи позволяет перейти непосредственно к расчету системы.

9.4 ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАСЧЕТА

1. Статический расчет системы по структурной схеме. Определяют все статические характеристики отдельных звеньев и проводят расчет статической точности системы в соответствии с техническими условиями. Выполняют линеаризацию характеристик элементов

и проверяют статическую точность при заданных изменениях температурного режима.

2. Расчет отдельных элементов системы. Сюда относится расчет усилителей, сопряжение усилителей с исполнительным двигателем, сопряжение каскадов усилителей, выбор и расчет корректирующих цепей в усилителях, учет влияния отдельных факторов на работу элементов, уточнение передаточных функций и коэффициентов усиления элементов и т.п. Уточняется линеаризация характеристик элементов.

3. Динамический расчет системы:

1) построение частотной характеристики нескорректированной следящей системы (частотная характеристика главной цепи и ее оценка;

2) построение желаемой логарифмической или амплитудно-фазовой характеристики в соответствии с заданными показателями качества;

3) построение вещественной частотной характеристики замкнутой системы;

4) предварительный выбор типа корректирующих средств и места их включения;

5) определение корректирующих звеньев и их параметров;

6) построение скорректированной характеристики и сопоставление ее с нескорректированной и желаемой характеристиками;

7) внесение изменений в средства коррекции и уточнение скорректированной характеристики;

8) построение вещественной частотной характеристики замкнутой системы по скорректированной характеристике разомкнутой системы;

9) построение характеристики переходного процесса при единичном ступенчатом воздействии;

10) проверка точности работы системы при заданном режиме;

11) оценка полученных результатов;

12) проверка работы системы при изменении различных факторов (температуры, вибрации и т.п.);

13) внесение дополнительных корректиров и окончательная оценка системы.

Пример 9.1

В качестве примера расчета системы автоматического управления рассмотрим наиболее распространенный в металлообработке тип замкнутых САУ, предназначенных для автоматического регулирования процесса резания заранее установленным образом. Такие системы могут применяться как для стабилизации заданных выходных параметров процесса резания, так и для их изменения в цикле обра-

ботки по определенному алгоритму. Наиболее целесообразно использование таких систем на заключительных, финишных операциях технологического процесса, которыми, как правило, являются операции алмазно-абразивной обработки.

При шлифовании точность обработки во многом определяется упругими деформациями технологической системы, которые в свою очередь зависят от силы резания. Поэтому система автоматической стабилизации силы резания на заранее заданном уровне и программного уменьшения этой силы к концу цикла шлифования позволяет повысить точность обработки и значительно улучшить качество поверхности деталей.

САУ смонтирована на круглошлифовальном станке (рис. 9.1), который состоит из инструментальной бабки 1 со шлифовальным кругом 2 и двигателем главного движения 3, передней бабки 4 с приводом вращения детали 5, стола 6 с гидроцилиндром 7 продольной подачи.

Система стабилизации силы резания состоит из преобразователя тока 8, усилителя 9, сравнивающего устройства 10, усилителя 11, двухкаскадного гидравлического усилителя с иглой и золотником и электромеханического преобразователя 12.

Система функционирует следующим образом. Напряжение U_s , в определенном масштабе соответствующее требуемому значению силы резания P , подается на вход сравнивающего устройства 10. Поскольку сила резания P определяет момент двигателя 3 главного движения, следовательно, и ток двигателя, который измеряется преобразователем тока 8, то на другой вход сравнивающего устройства поступает сигнал, пропорциональный действующей силе резания. Величина погрешности через усилитель 11 поступает на обмотки электромеханического преобразователя 12.

Первый каскад гидравлического усилителя питается от источника с небольшим постоянным давлением p_1 и ограниченным расходом рабочей жидкости.

Рабочая жидкость проходит через дроссель 13, полость *A*, проходное сечение между иглой и кромкой отверстия в плунжере 15 и далее по внутреннему каналу в плунжере золотника попадает на слив. Источник питания первого каскада соединен также с полостью *B*.

Второй золотниковый каскад усиления питается от источника с повышенным постоянным давлением p_2 и значительным расходом рабочей жидкости.

В нейтральном положении плунжер 15 золотника находится в равновесии и его буртики перекрывают окна в гильзе 16, гидроцилиндр 7 — неподвижен.

В этом положении между иглой и отверстием в торце плунжера должен быть некоторый начальный зазор, через проходное сечение которого поток рабочей жидкости проходит на слив.

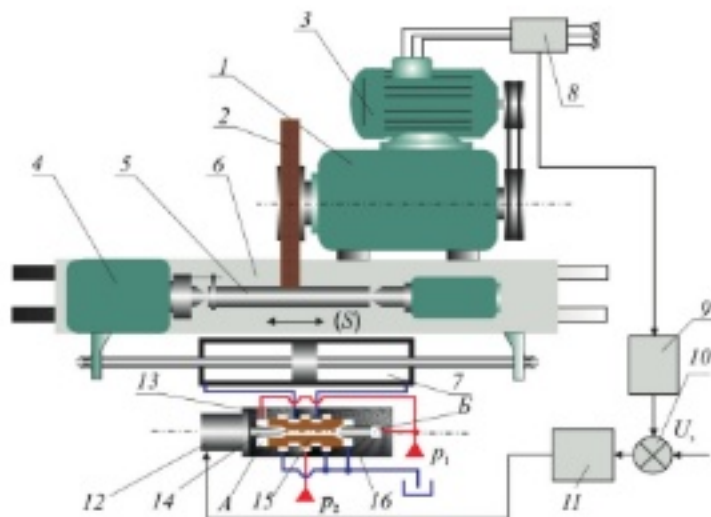


Рис. 9.1. САУ круглошлифовального станка

При перемещении иглы 14 электромеханическим преобразователем 12 изменяется площадь проходного сечения между иглой и кромкой отверстия в плунжере и, как следствие, сопротивление истечению жидкости в данном сечении. Это приводит к изменению давления в полости *A* и перемещению плунжера 15. Плунжер 15 будет перемещаться до тех пор, пока не установится прежнее проходное сечение между иглой 14 и отверстием в плунжере 15. Перемещаясь, плунжер 15 открывает окна в гильзе 16 золотника. Одна из полостей гидроцилиндра 7 соединяется с линией нагнетания, другая — со сливом. Скорость движения штока гидроцилиндра 7 и продольная подача зависят от величины открытия окна в гильзе 16 золотника.

Таким образом, управляя подачей *S*, осуществляют регулирование силы резания с целью ее стабилизации при изменении внешних условий обработки, которые являются возмущениями. Изменяя задающее воздействие U_p , можно обеспечить изменение силы резания в течение всего цикла шлифования детали по оптимальному закону.

Отметим, что на рис. 9.1 есть непоказанная часть системы управления, которая реализует цикловое управление: переключает направление движения гидроцилиндра, подводит и отводит шлифовальную бабку и т.д.

Для составления математической модели системы вначале необходимо построить ее функциональную схему. При этом необходимо помнить, что она отражает не технические свойства отдельных эле-

ментов, а их функции, которые выполняются в системе управления в соответствии со связями между ними.

Разделим САУ на функциональные элементы. Прежде всего выделим управляемый объект — процесс резания, который реализуется в замкнутой технологической системе. Входным, управляющим воздействием является продольная подача S , возмущением — заданная глубина резания H_z , а выходным, регулируемым параметром (целью управления) — сила P резания. Принимаем линейную модель, учитывая, что фактическая глубина резания H_f зависит от деформации эквивалентной упругой системы (ЭУС).

Далее последовательно проследим прохождение сигналов в САУ. Сила резания вызывает момент нагрузки асинхронного электродвигателя главного движения, что приводит к изменению тока в цепи питания. Следовательно, электродвигатель главного движения в качестве элемента функциональной схемы должен быть представлен звеном, на входе которого — момент M нагрузки, а на выходе — ток I . Момент нагрузки приближенно можно определить по формуле:

$$M = P_z \frac{D_z}{2} k_p,$$

где P_z — тангенциальная составляющая силы резания, D_z — диаметр шлифовального круга, k_p — передаточное отношение клиноременной передачи.

В цепь питания двигателя включен преобразователь тока (токовый трансформатор), входным сигналом которого является ток I двигателя, а выходным — напряжение U_z , пропорциональное току. Это напряжение после электронного усилителя подается на сравнивающее устройство в качестве сигнала обратной связи U_{oc} . Сигнал погрешности $\delta U = U_z - U_{oc}$ через второй электронный усилитель поступает на электромеханический преобразователь, входом которого является напряжение $U_{эм}$, а выходом — перемещение h иглы гидравлического усилителя.

$$\delta U \rightarrow U_z \rightarrow U_{oc}$$

Двухкаскадный гидравлический усилитель имеет внутреннюю обратную связь, благодаря которой плунжер золотника отслеживает перемещение иглы. Следовательно, входной величиной первого каскада усиления необходимо считать погрешность $\delta h = h - h_z$, где h_z — перемещение плунжера золотника (открытие щелей). Выходной величиной гидравлического усилителя является расход Q рабочей жидкости в линии нагрузки. Шток гидравлического цилиндра перемещает стол станка со скоростью продольной подачи S .

Соединяя выделенные в ходе анализа элементы САУ между собой в соответствии с их функциональным назначением и принципиальной схемой САУ, строим ее функциональную схему (рис. 9.2).

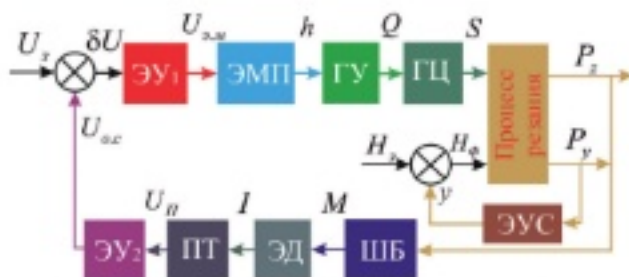


Рис. 9.2. Функциональная схема САУ: ЭУ — электронный усилитель; ЭМП — электронный преобразователь; ШБ — шгидральная бабка; ГУ — гидроусилитель; ГЦ — гидроцилиндр; ПТ — преобразователь тиристорный; ЭД — электродвигатель; ЭУС — эквивалентная упругая система

Следующим этапом является определение передаточных функций всех звеньев САУ.

Электронные усилители достаточно представить безынерционными звеньями с коэффициентами передачи (Приложение Б):

- усилитель в прямом канале регулирования $k_{\text{эп1}}$ подлежит определению;
- усилитель в канале обратной связи $k_{\text{эп2}} = 10$;
- электромеханический преобразователь считаем аperiodическим звеном первого порядка с постоянной времени $T_{\text{эм}} = 0,01$ с и коэффициентом передачи $k_{\text{эм}} = 0,2$ мм/В.

Гидравлический усилитель характеризуется следующими параметрами:

- коэффициенты передачи первой и второй ступени $k_{\text{гп1}} = 15 \cdot 10^7$ мм²/мин и $k_{\text{гп2}} = 2,0 \cdot 10^7$ мм²/мин соответственно;
- постоянная времени $T_{\text{гп}} = 0,05$ с;
- полезная площадь поршня гидроцилиндра $F_{\text{гц}} = 100$ см².

Электродвигатель главного движения может быть представлен аperiodическим звеном первого порядка с коэффициентом передачи $k_{\text{э}} = 0,5$ А/(Н м) и постоянной времени $T_{\text{э}} = 0,06$ с; преобразователь тока — безынерционным звеном с коэффициентом передачи $k_{\text{в}} = 0,1$ В/А.

Как видно из функциональной схемы (рис. 9.2), процесс резания имеет два входа: по управляющему воздействию S и по возмущению H_{ϕ} , поэтому может быть представлен линеаризованным уравнением:

$$T_{\tau} \frac{dP_{\tau}}{dt} + P_{\tau} = (K_S)_{\tau} S + (K_H)_{\tau} H_{\phi},$$

где (согласно исходным данным) постоянная времени стружкообразования $T_{\tau} = 0$, а коэффициенты линеаризованного уравнения следующие:

$$(K_s)_0 = \left(\frac{\partial P_r}{\partial S} \right)_0 = C_p v_d^2 y H_0^{2-1} S_0^2 = 30 \cdot 30^{0.5} \cdot 0,8 \cdot 0,01^{-0.2} \cdot 10^{0.5} = 1044;$$

$$(K_n)_0 = \left(\frac{\partial P_r}{\partial H} \right)_0 = C_p v_d^2 y H_0^2 S_0^{2-1} = 30 \cdot 30^{0.5} \cdot 0,01^{0.8} \cdot 0,5 \cdot 10^{-0.5} = 0,6526.$$

В соответствии с единицами измерений исходных данных необходимо согласовать единицу измерения подачи в формуле расчета силы резания (мм/об) с единицей измерения скорости перемещения стола — штока гидроцилиндра (мм/мин). Так как задано, что скорость детали $v_d = 30$ м/мин и диаметр детали $D_d = 100$ мм, то можно определить частоту вращения заготовки:

$$n = \frac{1000 v_d}{\pi D_d} = \frac{1000 \cdot 30}{\pi \cdot 100} = 95 \text{ мин}^{-1}.$$

Следовательно, минутная подача связана с подачей на оборот коэффициентом $k_p = 1/n = 1,05 \cdot 10^{-2}$.

Эквивалентная упругая система (ЭУС) описывается колебательным звеном с передаточной функцией, которая, согласно принятым исходным данным [$\omega_0 = 600$ рад/с, $\xi = 0,2$, $c = 1 \cdot 10^6$ Н/мм ($1 \cdot 10^7$ Н/м)], имеет вид:

$$W_{\text{ЭУС}}(s) = \frac{Y(s)}{P_r(s)} = \frac{1/c}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + 2\xi \frac{s}{\omega_0} + 1} = \frac{1 \cdot 10^{-4}}{2,78 \cdot 10^{-4} s^2 + 6,67 \cdot 10^{-4} s + 1}.$$

После определения передаточных функций всех элементов САУ, пользуясь функциональной схемой, составляем структурную схему (рис. 9.3). Учитывая, что САУ предназначена для стабилизации силы резания, принимаем в качестве выходной величины составляющую P_r , а составляющую P_r найдем по простому соотношению, известному из теории шлифования [4]: $P_r = 2,5 P_c$.

В САУ можно выделить прямой канал регулирования — от задающего сигнала U_z до составляющей P_r силы резания (включая местные обратные связи), и канал обратной связи — от составляющей P_r до напряжения $U_{\text{св}}$, поступающего на элемент сравнения. При этом принципиально важно, что место приложения возмущения охвачено главной обратной связью. В противном случае эффекта регулирования не было бы, так как управляемая величина — сила резания, искаженная влиянием возмущающего воздействия, не корректировалась бы за счет обратной связи.

Приступим к определению устойчивости САУ и выбору такого значения коэффициента усиления первого электронного усилителя $k_{\text{эу}}$, который обеспечивает требуемый запас устойчивости по амплитуде и по фазе. Из структурной схемы (рис. 9.3) следует, что САУ содержит три замкнутых контура, следовательно, каждый из них дол-

жен быть проверен на устойчивость отдельно. Однако анализ замкнутого контура, представляющего процесс резания в замкнутой технологической системе, показывает, что он всегда является устойчивым. Очевидно, что не возникает проблем устойчивости и в контуре, представляющем первый каскад гидравлического усилителя. Поэтому, пользуясь правилами преобразования структурных схем, вначале определим передаточную функцию процесса резания в замкнутой технологической системе:

$$W_{np}(s) = \frac{1}{1 + \frac{1044 \cdot 10^{-4}}{2,78 \cdot 10^{-4} s^2 + 6,67 \cdot 10^{-4} s + 1}} = \frac{2,78 \cdot 10^{-4} s^2 + 6,67 \cdot 10^{-4} s + 1}{2,78 \cdot 10^{-4} s^2 + 6,67 \cdot 10^{-4} s + 1,1044}$$

Определение устойчивости САУ будем проводить по критерию Найквиста, поэтому необходимо составить передаточную функцию разомкнутой системы и представить ее в стандартной форме. Итак, передаточная функция разомкнутой по главной обратной связи системы имеет вид:

$$W_p(s) = k_{s,y} \frac{0,2}{0,01s + 1} \frac{15}{1 + 15} \frac{2 \cdot 10^7}{0,05s + 1} \cdot 10^{-4} \cdot 0,0105 \times \\ \times 0,6526 \cdot W_{np}(s) \cdot 0,06 \cdot \frac{0,5}{0,06s + 1} \cdot 0,1 \cdot 10.$$

Предварительно принимаем значение коэффициента усиления $k_{s,y} = 500$ и после алгебраических преобразований получаем передаточную функцию в стандартной форме так, чтобы свободный член полинома знаменателя был равен 1:

$$W_p(s) = \frac{9,69 \cdot 10^{-5} s^2 + 2,33 \cdot 10^{-2} s + 34,9}{7,55 \cdot 10^{-11} s^5 + 2,84 \cdot 10^{-8} s^4 + 3,28 \cdot 10^{-5} s^3 + 4,17 \cdot 10^{-3} s^2 + 0,12s + 1}$$

Построение АФЧХ разомкнутой системы удобно выполнить методами, рассмотренными в разделе 6.

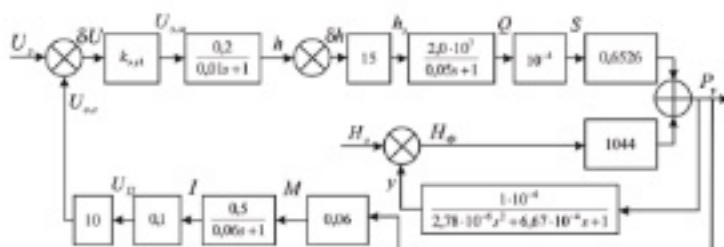


Рис. 9.3. Структурная схема САУ

Анализ показывает, что система с выбранным значением коэффициента усиления первого электронного усилителя является неустойчивой, поскольку график ее АФЧХ в разомкнутом состоянии охватывает критическую точку с координатами $[-1, 0]$. Уменьшив коэффициент до $k_{ув} = 50$, рассчитываем передаточную функцию разомкнутой системы с измененным коэффициентом и вновь проводим моделирование. Результаты (рис. 9.4, справа) свидетельствуют об устойчивости САУ. Запас устойчивости по амплитуде $L_1 = 20 \lg(1/0,475) = 6,5$ дБ, запас устойчивости по фазе $\gamma = 30^\circ$. Такие показатели устойчивости недостаточны для удовлетворительной работы системы на практике, однако для учебных целей можно ограничиться выбранным значением коэффициента усиления.

Для построения переходной характеристики необходимо рассчитать передаточную функцию САУ в замкнутом рабочем состоянии. Пользуясь правилами преобразования структурных схем, находим:

$$W_{зам}(s) = \frac{4,32 \cdot 10^{-4} s^3 + 1,11 \cdot 10^{-3} s^2 + 1,57 s + 25,91}{1,68 \cdot 10^{-11} s^5 + 6,33 \cdot 10^{-9} s^4 + 7,3 \cdot 10^{-4} s^3 + 9,32 \cdot 10^{-4} s^2 + 2,73 \cdot 10^{-2} s + 1}$$

Результаты моделирования представлены на рис. 9.5.

Выходной величиной по переходной характеристике является составляющая P_y силы резания. Видно, что система стабилизирует силу резания на уровне, соответствующем $P_y = 26$ Н. Однако, как и следовало ожидать из анализа плана Найквиста, качество переходного процесса не может считаться удовлетворительным, так как ясно видно присутствие двух основных гармоник в переходной кривой.

Первая — высокочастотная — обязана своим появлением свободным колебаниям технологической упругой системы, которая харак-

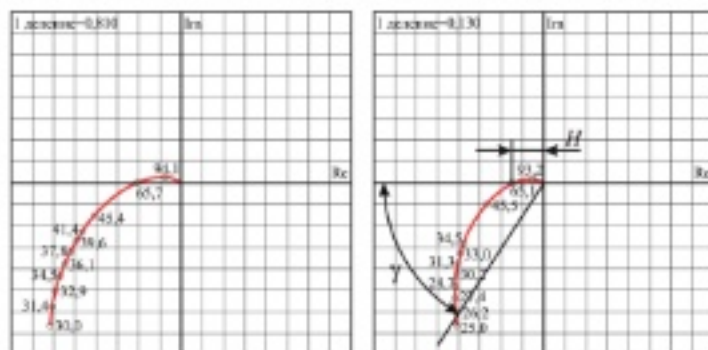


Рис. 9.4. Планы Найквиста для исследования устойчивости системы

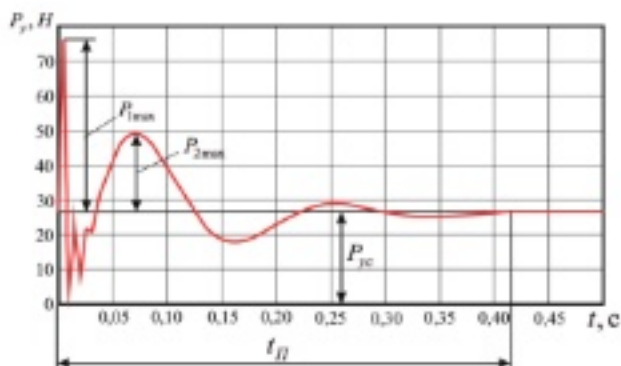


Рис. 9.5. График переходной характеристики САУ

теризуется по принятым исходным данным низким коэффициентом затухания колебаний ($\xi = 0,2$); вторая гармоника представляет реакцию собственно системы регулирования на ступенчатый сигнал.

Пример 9.2

В качестве следующего примера расчета рассмотрим систему автоматического управления, предназначенную для автоматического регулирования процесса двусторонней доводки шеек маятников акселерометров. Система состоит из привода главного движения и 2-х взаимосвязанных симметричных контуров, обеспечивающих необходимое усилие прижима притиров к поверхности заготовки за счет следящих приводов (рис. 9.6–9.8).

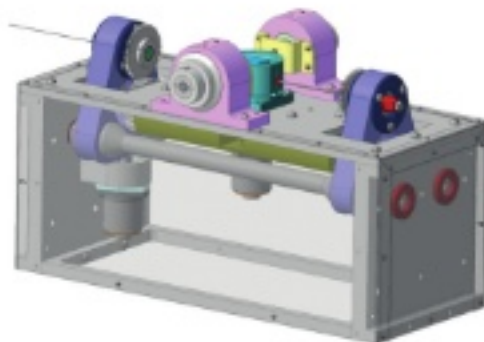


Рис. 9.6. Компоновка приводов экспериментальной установки

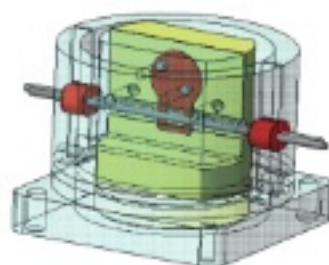


Рис. 9.7. Схема крепления детали и инструментов в рабочей зоне

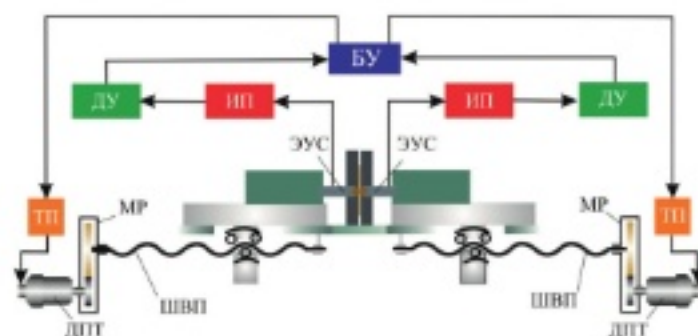


Рис. 9.8. Схема САУ процессом доводки: БУ — блок управления; ТП — тиристорный преобразователь; ДПТ — двигатель постоянного тока; МР — механический редуктор; ШВП — шарико-винтовая пара (ходовой винт-гайка качения); ЭУС — эквивалентно-упругая система; ИП — измерительный прибор; У — усилитель; ДУ — дифференциальный усилитель

Станок содержит два одинаково работающих независимых контура. Каждый из контуров функционирует следующим образом: из ЧПУ через тиристорный преобразователь, двигатель (ДПТ), подается эталонный сигнал U_0 , который в определенном масштабе соответствует значению необходимого усилия прижима притира в зоне резания.

Усилие контролируется измерительным прибором (ИП) и через дифференциальный усилитель (ДУ) поступает на сравнительное устройство в виде напряжения U_0 , пропорционального фактическому усилию прижима.

Далее скорректированный сигнал с учетом ошибки δU через тиристорный преобразователь подается на двигатель.

В результате происходит изменение усилия прижима согласно заданной программе (рис. 9.9).

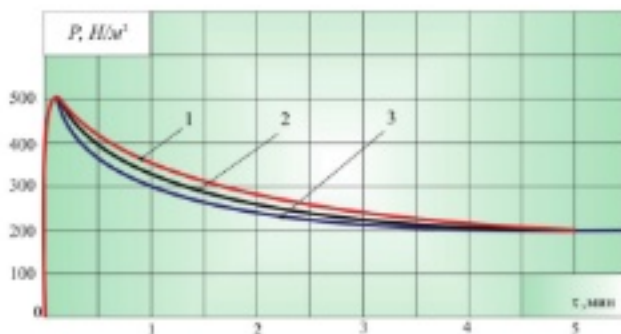


Рис. 9.9. Семейство циклов программного управления: 1, 2, 3 — траектории изменения усилия прижима для 1-й, 10-й и 30-й деталей

При моделировании технологического процесса необходимо решить следующие задачи:

- сформировать заданный закон изменения силы резания $P(t)$;
- определить постоянную времени процесса обработки T ;
- реализовать условие устойчивости системы управления;
- исключить перерегулирование;
- минимизировать статическую погрешность реализации процесса.

В качестве закона изменения силы резания $P(t)$ рассмотрен экспоненциальный закон:

$$P(t) = P_s \exp[-t/T],$$

где $P_s = P(t)|_{t=0}$ — начальное значение силы резания в момент включения технологической системы, T — постоянная времени (с), t — текущее время (с).

Для определения постоянной времени обработки T необходимо знать конечное значение силы $P_k = P(t)|_{t=T_0}$ резания при заданной длительности процесса T_0 :

$$T = \frac{T_0}{\ln(P_k/P_s)}.$$

Анализ устойчивости системы можно провести на основе анализа функциональной схемы (рис. 9.10) по операторной передаточной функции системы, блок-схема которой изображена на рис. 9.10.

В силу симметричности системы можно рассматривать только один канал. Операторная передаточная функция такой системы имеет вид

$$W_z(p) = \frac{W_5(p)}{1 + W_4(p)W_0(p)},$$

где $W_5 = W_1 \cdot W_3 \cdot W_4 \cdot W_5 \cdot W_6$; $W_0 = W_6 \cdot W_5$.

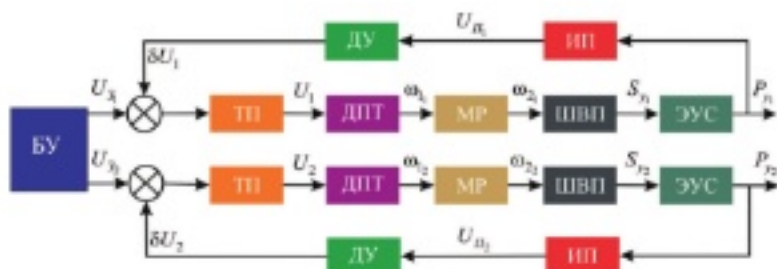


Рис. 9.10. Функциональная схема следящих приводов

Для обеспечения требуемого уровня сигнала системы управления в ее состав введены блоки коррекции K_s и K_{10} . Блок K_s необходим для демпфирования в момент начального пуска системы, а блок K_{10} — для снижения погрешности.

Вид передаточных функций звеньев системы представлен в таблице 9.1.

Таблица 9.1

Уравнения и передаточные функции звеньев системы

Название звена	Уравнение звена	Передаточная функция
Тиристорный преобразователь	$T_1 \frac{dU}{dt} + U_{\text{вст}} = k_1 U_{\text{вс}}$	$W_1 = \frac{k_1}{T_1 p + 1}$
Двигатель	$T_c T_n \frac{d^2 \omega}{dt^2} + T_n \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_2 U$	$W_2 = \frac{k_2}{T_c T_n p^2 + T_n p + 1}$
Редуктор	$\omega_{\text{вс}} = k_3 \omega_{\text{вс}}$	$W_3 = k_3$
Шарико-винтовая пара (ходовой винт-гайка качения)	$k_4 = \frac{S}{2\pi}$	$W_4 = k_4$
Эквивалентно упругая система	$m \frac{d^2 x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + c = k_5 \cdot P$	$W_5 = \frac{k_5}{T_5 p^2 + T_4 p + 1}$
Измерительный прибор	$U_{\text{вс}} = k_6 U_{\text{вс}}$	$W_6 = k_6$
Усилитель	$T_7 \frac{dU}{dt} + U_{\text{вс}} = k_7 U_{\text{вс}}$	$W_7 = \frac{k_7}{T_7 p + 1}$
Корректор	—	$W_8 = \frac{k_8}{T_8 p + 1}$
Слайдер масштаба	—	$W_{10} = k_{10}$

Величина коэффициента коррекции K_{10} может быть вычислена как

$$K_{10} = \frac{1}{\lim_{p \rightarrow 0} (W_c)}$$

Устойчивость системы исследована корневым методом по характеристическому уравнению:

$$Z_c = \sum_{i=0}^6 a_i p^i,$$

где

$$a_0 = T_1 + T_8 + T_7 + T_6 + T_5;$$

$$a_1 = (T_4 + T_7 + T_1 + T_8 + T_6) \cdot T_6 + (T_8 + T_1 + T_7) \cdot T_4 + (T_8 + T_1) \cdot T_7 + T_3 + T_1 \cdot T_5;$$

$$a_2 = ((T_4 + T_7 + T_1 + T_8) \cdot T_7 + (T_4 + T_7 + T_1) \cdot T_8 + (T_4 + T_7) \cdot T_1 + T_3 + T_7 \cdot T_4) \cdot T_6 +$$

$$+ ((T_4 + T_7) \cdot T_8 + T_3 + T_1 \cdot T_4) \cdot T_7 + (T_3 + T_1 \cdot T_4) \cdot T_8 + T_1 \cdot T_5;$$

$$a_3 = (((T_4 + T_7 + T_1) \cdot T_8 + (T_4 + T_7) \cdot T_1 + T_3 + T_7 \cdot T_4) \cdot T_7 +$$

$$+ ((T_4 + T_7) \cdot T_1 + T_3 + T_7 \cdot T_4) \cdot T_8 + (T_3 + T_7 \cdot T_4) \cdot T_1 + T_6 \cdot T_3 \cdot T_6 +$$

$$+ ((T_7 + T_1 \cdot T_4) \cdot T_8 + T_1 \cdot T_3) \cdot T_7 + T_1 \cdot T_3 \cdot T_8;$$

$$a_4 = (((T_4 + T_7) \cdot T_1 + T_3 + T_7 \cdot T_4) \cdot T_8 + (T_3 + T_7 \cdot T_4) \cdot T_1 + T_6 \cdot T_3) \cdot T_7 +$$

$$+ ((T_7 + T_7 \cdot T_4) \cdot T_1 + T_6 \cdot T_3) \cdot T_8 + T_6 \cdot T_3 \cdot T_5 \cdot T_7;$$

$$a_5 = T_6 \cdot (((T_7 + T_1) \cdot T_8 + T_1 \cdot T_7) \cdot T_3 + T_1 \cdot T_7 \cdot T_4 \cdot T_8) \cdot T_7 + T_1 \cdot T_3 \cdot T_8 \cdot T_7;$$

$$a_6 = T_1 \cdot T_7 \cdot T_6 \cdot T_3 \cdot T_8 \cdot T_7.$$

На рис. 9.11 изображено расположение корней характеристического уравнения. Все корни вещественные и расположены в левой комплексной полуплоскости, что свидетельствует об устойчивости и апериодическом характере процесса.

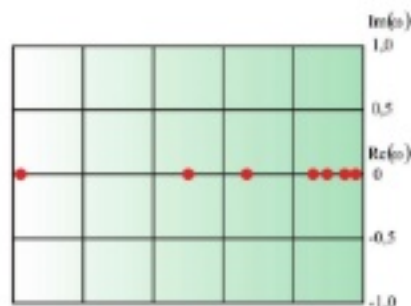


Рис. 9.11. Расположение корней характеристического уравнения

На рис. 9.12 изображена структурная схема системы (Simulink — модель технологической системы).

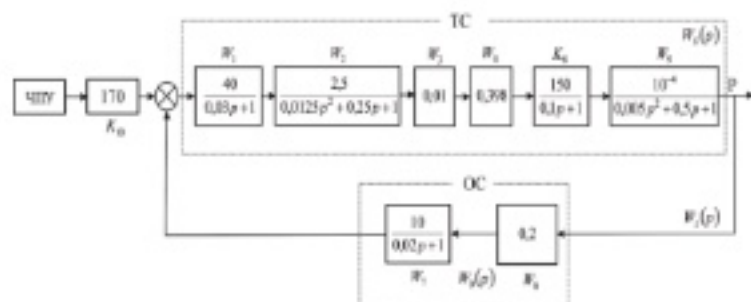


Рис. 9.12. Модель технологической системы

Результаты моделирования процесса представлены на рис. 9.13, где $P(t)$ — реакция системы на управляющее воздействие.

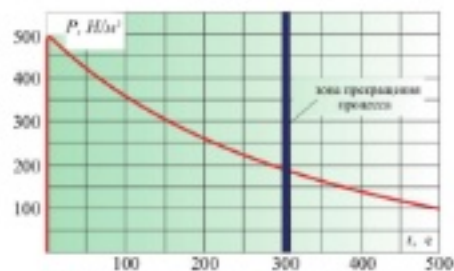


Рис. 9.13. График реакции системы

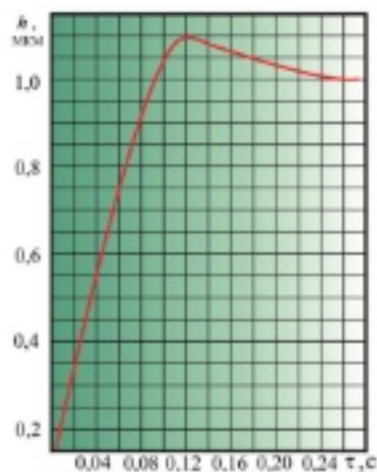


Рис. 9.14. Переходный процесс

График относительной погрешности реализации процесса $\varepsilon(t)$ управления представлен на рис. 9.15:

$$\varepsilon(t) = \frac{P(t) - P_c(t)}{P_c(t)},$$

где $P_c(t)$ — управляющий сигнал, $P(t)$ — реакция системы.

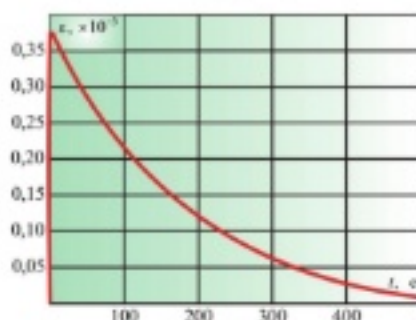


Рис. 9.15. Относительная погрешность реализации процесса

Проведенные расчеты показали, что вышеприведенная САУ обеспечивает обработку цикла программного управления с погрешностью, не превышающей одного процента.

Практические задачи

Осуществить расчет следящего привода в соответствии с вариантом задания.

Варианты заданий

ЗАДАЧА № 9.1

Следящий привод поперечного суппорта токарного станка с ЧПУ с активным контролем обработанной поверхности

Токарный станок с ЧПУ предназначен для обработки разнообразных фасонных поверхностей деталей типа тел вращения (рис.9.16).

Точность и производительность станков с ЧПУ в значительной мере зависит от точности и быстродействия приводов подачи формообразующих движений. Для повышения точности обработки применяют замкнутые системы автоматического управления приводами таких движений.

Привод состоит из высокомоментного двигателя 1 постоянного тока, связанного с ходовым винтом 2 шарико-винтовой пары перемещения поперечного суппорта 3 станка. Питание двигателя осуществляется через тиристорный преобразователь 10, который составляет вместе с ним комплексный электропривод. В патроне станка 7

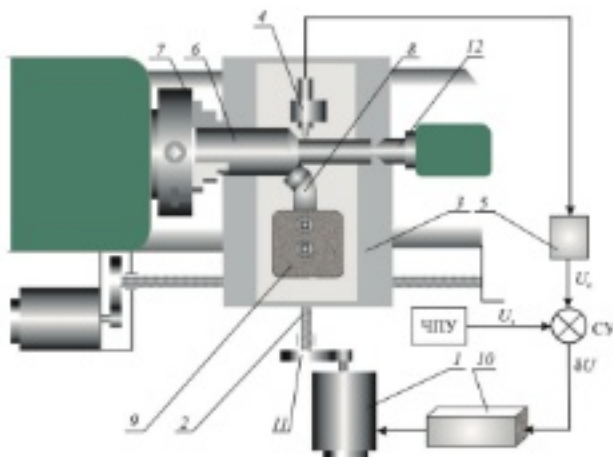


Рис. 9.16. Следящий привод поперечного суппорта токарного станка с ЧПУ с активным контролем обработанной поверхности

установлена деталь 6, которая обрабатывается резцом 8, закрепленным в револьверной головке 9 поперечного суппорта 3 станка. Измерительный прибор осуществляет текущий контроль диаметра обработанной поверхности. Данные от измерительного прибора поступают на вход усилителя 5. Следящий привод функционирует следующим образом. Сигнал вырабатывается системой ЧПУ в виде напряжения U и через цифро-аналоговый преобразователь (условно не показан) поступает на вход сравнительного устройства СУ. На второй вход СУ через усилитель 5 поступает сигнал U_v от измерительного прибора 4, контролирующего диаметр обработанной поверхности.

Таблица 9.2

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Преобразователь		Двигатель			Усилитель	
	$k_{\text{ин}}$	$T_{\text{ин}}, \text{с}$	$k_{\text{д}}$, рад/сВ	$T_{\text{д}}, \text{с}$	$T_{\text{д}}, \text{с}$	$k_{\text{у}}$	$T_{\text{у}}, \text{с}$
0	10	0,02	2,2	0,04	0,20	0,05	0,02
1	60	0,04	4,0	0,01	0,30	0,10	0,01
2	50	0,05	2,5	0,02	0,20	0,005	0,003
3	80	0,02	6,0	0,03	0,45	0,08	0,008
4	120	0,01	2,0	0,05	0,50	0,05	0,03
5	150	0,02	5,0	0,02	0,65	0,04	0,02

Окончание табл. 9.2

Вариант	Параметры элементов САУ							
	Преобразователь		Двигатель			Усилитель		
	$k_{\text{ин}}$	$T_{\text{ин}}, \text{с}$	$k_{\text{д}}$, рад/сВ	$T_{\text{д}}, \text{с}$	$T_{\text{у}}, \text{с}$	$k_{\text{у}}$	$T_{\text{у}}, \text{с}$	
6	200	0,01	7,5	0,10	0,40	0,15	0,004	
7	250	0,04	2,5	0,01	0,35	0,05	0,005	
8	450	0,05	1,5	0,15	0,50	0,01	0,06	
9	600	0,04	4,0	0,90	0,60	0,07	0,07	
Вариант	Редуктор	Параметры процесса резания				Эквивалентная упругая система		
		$k_{\text{р}}$	$T_{\text{р}}, \text{с}$	$V_{\text{р}}, \text{м/мин}$	k	$H_{\text{р}}, \text{мм}$	$\omega_{\text{р}}, \text{рад/с}$	ζ
0	0,01	0,010	100	5,0	1,0	100	0,5	$1 \cdot 10^7$
1	0,02	0,010	110	4,2	3,5	200	0,5	$5 \cdot 10^6$
2	0,03	0,010	120	1,4	2,5	300	0,7	$6 \cdot 10^6$
3	0,04	0,005	150	3,1	3,0	400	0,6	$7 \cdot 10^6$
4	0,05	0,007	130	5,3	2,0	500	0,5	$8 \cdot 10^6$
5	0,06	0,015	140	6,5	4,5	120	0,4	$2 \cdot 10^6$
6	0,08	0,020	170	8,6	5,1	250	0,6	$5 \cdot 10^6$
7	0,10	0,003	160	9,4	7,0	420	0,08	$8 \cdot 10^6$
8	0,07	0,008	180	7,1	7,6	570	0,5	$1 \cdot 10^6$
9	0,15	0,009	200	2,2	2,2	800	0,5	$5 \cdot 10^6$

Примечание

Для всех вариантов принять:

1) шаг винтовой пары — 8 мм;

2) продольная (контурная) подача — 0,23 мм/об;

3) коэффициент и показатели степени в силовых зависимостях:

$$C_{\text{р}} = 3000, x_{\text{р}} = 0,9, y_{\text{р}} = 0,75, n = -0,3.$$

ЗАДАЧА № 9.2

Система автоматического управления приводом поперечного суппорта токарного станка с ЧПУ с контролем радиальной составляющей силы резания

Привод предназначен для стабилизации процесса точения за счет управления радиальной составляющей силы резания путем регулирования подачи.

Привод (рис. 9.17) состоит из высокомоментного двигателя 1 постоянного тока, связанного муфтой с ходовым винтом 2 шарико-винтовой пары перемещения поперечного суппорта 3 станка.

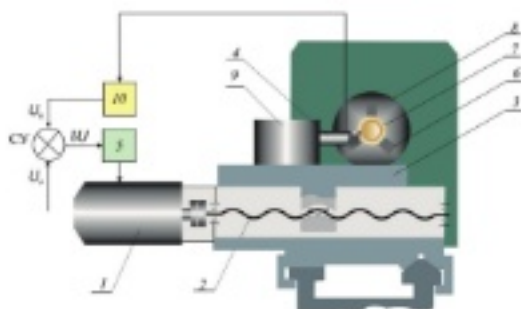


Рис. 9.17. Следящий привод поперечного суппорта токарного станка с ЧПУ с контролем радиальной составляющей силы резания

Питание двигателя осуществляется через тиристорный преобразователь 5, который составляет вместе с ним комплексный электропривод. В кулачках 6 патрона 8 станка установлена деталь 7, которая обрабатывается резцом, закрепленным в револьверной головке 9, расположенной на поперечном суппорте 3 станка.

Измерительный прибор осуществляет текущий контроль радиальной составляющей силы резания P_r . Данные от измерительного прибора поступают на вход усилителя 10.

Следящий привод функционирует следующим образом. Сигнал вырабатывается системой ЧПУ в виде напряжения U_1 и через цифро-аналоговый преобразователь (условно не показан) поступает на вход сравнительного устройства СУ. На второй вход СУ через усилитель 10 поступает сигнал U_2 от измерительного прибора 4, контролирующего радиальную составляющую силы резания.

Этот сигнал пропорционален реальному значению силы резания. Ошибка $\delta U = U_1 - U_2$ поступает на вход усилителя-преобразователя 5, который вырабатывает напряжение питания двигателя 1, обеспечивающее заданное значение силы резания путем регулирования величины радиальной подачи.

Таблица 9.3

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Преобразователь		Двигатель			Усилитель	
	$k_{ав}$	$T_{ав}, с$	$k_{дв}$, рад/сВ	$T_{дв}, с$	$T_{ув}, с$	$k_{ув}$	$T_{ув}, с$
0	20	0,03	1,5	0,08	0,30	0,05	0,02
1	50	0,03	2,0	0,05	0,25	0,10	0,01

Окончание табл. 9.3

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Преобразователь		Двигатель			Усилитель	
	$k_{ин}$	$T_{ин}, c$	$k_{дв}$ рад/сВ	$T_{дв}, c$	$T_{ув}, c$	$k_{ув}$	$T_{ув}, c$
2	10	0,05	2,5	0,08	0,20	0,04	0,003
3	70	0,04	6,0	0,05	0,45	0,05	0,008
4	12	0,02	3,0	0,03	0,15	0,07	0,03
5	25	0,01	6,0	0,08	0,35	0,06	0,01
6	30	0,02	4,5	0,10	0,40	0,13	0,004
7	125	0,03	5,5	0,01	0,55	0,07	0,005
8	150	0,01	7,5	0,03	0,10	0,01	0,06
9	200	0,04	7,0	0,70	0,65	0,04	0,07
Вариант	Параметры процесса резания				Эквивалентная упругая система		
	T_p, c	$V_{ср}$ м/мин	k	$H_p, мм$	$\omega_p, рад/с$	ζ	$c, Н/м$
0	0,010	100	1,0	1,0	100	0,5	$1 \cdot 10^6$
1	0,010	110	1,1	1,5	200	0,5	$2 \cdot 10^6$
2	0,010	90	1,2	0,5	300	0,7	$3 \cdot 10^6$
3	0,005	130	1,3	1,0	400	0,6	$4 \cdot 10^6$
4	0,007	120	1,4	2,0	500	0,5	$5 \cdot 10^6$
5	0,010	120	1,5	1,5	600	0,4	$7 \cdot 10^6$
6	0,010	170	1,6	2,0	700	0,6	$8 \cdot 10^6$
7	0,003	160	1,7	3,0	800	0,08	$1 \cdot 10^6$
	0,008	50	1,8	1,6	900	0,5	$5 \cdot 10^6$
9	0,010	80	1,9	1,2	1000	0,5	$1 \cdot 10^6$

Примечание

Для всех вариантов принять:

1) шаг винтовой пары — 6 мм;

2) продольная (контурная) подача — 0,1 мм/об;

3) коэффициент и показатели степени в силовых зависимостях:

$$C_f = 3000, \chi_p = 0,9, \gamma_p = 0,75, n = -0,3.$$

ЗАДАЧА № 9.3

Система автоматического управления приводом продольного суппорта токарного станка с ЧПУ по температуре в зоне резания

Привод (рис. 9.18) предназначен для управления процессом точения путем стабилизации температуры в зоне резания регулированием продольной подачи.

На качество обработки при точении оказывает большое влияние температура. Вследствие затупления резца и других факторов температура в зоне резания не постоянна, что приводит к температурным деформациям в технологической системе и образованию погрешности обработки. Значительно повысить качество токарной обработки можно за счет режимов обработки и применения СОТС. Если параметры СОТС и способы ее подачи неизменны, то стабилизировать температуру в зоне резания возможно за счет изменения величины продольной подачи.

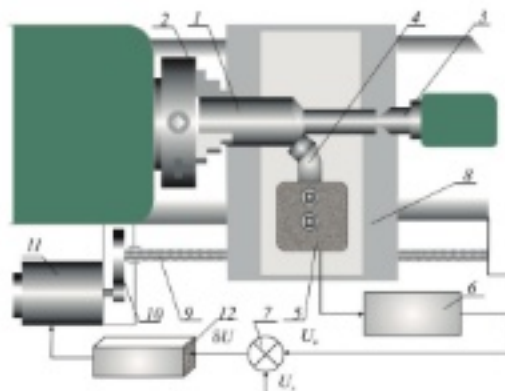


Рис. 9.18. Слеящий привод продольного суппорта токарного станка с ЧПУ

Деталь 1 установлена в патрон 2 и задний центр 3 токарного станка, резец 4 с термопарой 5 установлен в резцедержателе станка. Сигнал с термопары через усилитель 6 поступает на вход сравнительного устройства (СУ) 7. Движение суппорта 8 осуществляется через редуктор 10 и ходовой вал 9 от двигателя постоянного тока 11. Питание двигателя 11 осуществляется через тиристорный преобразователь 12.

Привод работает следующим образом. На вход СУ 7 подается сигнал U_z , который отвечает заданному значению температуры, в определенном масштабе. На второй вход СУ 7 поступает сигнал U_p , который вырабатывается термопарой 5 и усилителем 6. Этот сигнал пропорционален реальному значению температуры в зоне резания. Сигнал ошибки $\delta U = U_z - U_p$ поступает на вход усилителя-преобразователя 12, который вырабатывает напряжение питания двигателя 11. Таким об-

разом, при регулировании величины продольной подачи возникающая ошибка сводится к минимуму.

Исходные данные приведены в таблице 9.4.

Таблица 9.4

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Преобразователь		Двигатель			Усилитель	Редуктор
	$k_{\text{ин}}$	$T_{\text{ин}}, \text{с}$	$k_{\text{д}}$ рад/сВ	$T_{\text{д}}, \text{с}$	$T_{\text{э}}, \text{с}$	$k_{\text{у}}$	$K_{\text{р}}$
0	200	0,03	2,5	0,08	0,30	50	0,01
1	500	0,01	4,0	0,06	0,25	100	0,07
2	10	0,05	1,5	0,05	0,20	60	0,06
3	170	0,03	6,0	0,07	0,45	80	0,15
4	150	0,02	7,0	0,08	0,15	70	0,22
5	100	0,01	2,0	0,05	0,35	30	0,24
6	30	0,03	3,5	0,10	0,40	25	0,28
7	25	0,02	5,5	0,75	0,55	90	0,14
8	15	0,03	4,5	0,85	0,10	40	0,03
9	40	0,04	9,0	0,90	0,65	15	0,17
Вариант	Режимы резания и параметры				Эквивалентная упругая система		
	$T_{\text{р}}, \text{с}$	$V_{\text{ср}}, \text{м/мин}$	k	$H_{\text{с}}, \text{мм}$	$\omega_0, \text{рад/с}$	ζ	$c, \text{Н/м}$
0	0,010	90	1,5	2,0	100	0,5	$5 \cdot 10^6$
1	0,010	100	3,2	3,5	200	0,5	$7 \cdot 10^6$
2	0,010	110	4,4	1,5	300	0,7	$1 \cdot 10^6$
3	0,005	120	2,1	2,0	400	0,6	$2 \cdot 10^6$
4	0,007	130	3,3	1,0	500	0,5	$3 \cdot 10^6$
5	0,010	140	5,5	2,5	600	0,4	$8 \cdot 10^6$
6	0,010	150	2,6	2,5	700	0,6	$5 \cdot 10^6$
7	0,003	50	5,4	2,0	150	0,8	$9 \cdot 10^6$
8	0,008	80	2,1	2,5	250	0,5	$5 \cdot 10^6$
9	0,010	100	6,2	1,5	200	0,5	$1 \cdot 10^6$

Примечание

Для всех вариантов принять:

1) температура в зоне резания связана с режимами резания и в первом приближении описывается дифференциальным уравнением:

$$T_p \frac{d\theta}{dt} + \theta = k\Omega,$$

где T_p — постоянная времени стружкообразования; θ — температура в зоне резания; Ω — регулируемый параметр процесса — продольная подача, скорость; $k = \left(\frac{\partial\theta}{\partial\Omega}\right)_s$ — коэффициент пропорциональности;

- 2) материал заготовки — сталь 30ХН3;
- 3) резец с пластиной из твердого сплава Т15К6;
- 4) шаг винтовой пары — 6 мм;
- 5) начальная продольная подача — 0,2 мм/об.

При точении стали 30ХН3 резцом с пластиной из твердого сплава Т15К6 следует воспользоваться известной из теории резания металлов формулой:

$$\theta^0 = 314 \cdot V^{0,23} \cdot S^{0,14} \cdot H^{0,04},$$

где H , S , V — соответственно глубина, подача и скорость резания.

ЗАДАЧА № 9.4

Система автоматического управления приводом поперечной подачи круглошлифовального станка

При врезном шлифовании заданная скорость съема припуска обеспечивается за счет регулирования радиальной подачи. Для того, чтобы на всех этапах цикла шлифования фактическая скорость съема припуска не превышала заданного значения, применяют САУ. При врезном шлифовании на этапе форсированного резания (врезания) допустимая скорость съема припуска ограничивается мощностью привода главного движения, допустимым уровнем вибраций, глубиной дефектного слоя и размерной стойкостью шлифовального круга. На заключительной стадии цикла допустимая скорость съема припуска ограничивается допустимой шероховатостью поверхности детали и точностью обработки. Таким образом, для реализации цикла врезного шлифования необходимо изменять врезную подачу по определенному закону. Для этого современные шлифовальные станки с ЧПУ оснащают системой автоматического управления радиальной (поперечной) подачей.

Привод (рис. 9.19) состоит из двигателя 1 постоянного тока, кинематически связанного с редуктором 2 и ходовым винтом 3 со шлифовальной бабкой 4.

Сигнал ошибки δU через усилитель-преобразователь 7 поступает на двигатель 1, который сообщает шлифовальной бабке 4 подачу, обеспечивающую заданную алгоритмом управления скорость съема припуска.

Для измерения фактической скорости съема припуска используют прибор активного контроля непрерывного действия 5, подключенный к дифференциальному усилителю 6. Питание двигателя 1 осуществляется усилителем-преобразователем 7. Деталь 8 уста-

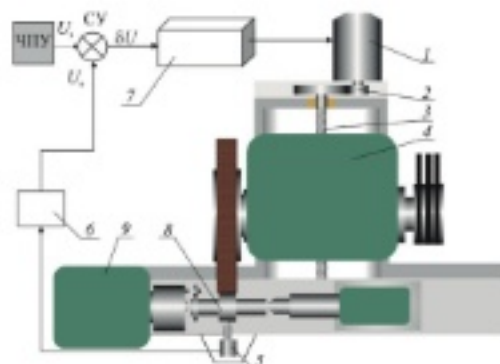


Рис. 9.19. Следящий привод поперечной подачи крупношлифовального станка

наливается в центрах шлифовального станка и приводится во вращение от привода передней бабки 9.

Привод функционирует следующим образом. От стойки ЧПУ через цифро-аналоговый преобразователь (условно не показан) на сравнивающее устройство (СУ) поступает сигнал в виде напряжения U_z , которое в определенном масштабе соответствует заданному значению скорости съема припуска (при постоянной ширине шлифования скорость снятия припуска пропорциональна радиальной подаче).

На второй вход СУ от индуктивного измерительного прибора 5 и дифференциального усилителя 6 поступает сигнал в виде напряжения U_f , пропорционального фактической скорости съема припуска.

Радиальная подача V_r обеспечивает фактическую скорость съема припуска V_f при реализации многопроходного процесса шлифования в замкнутой технологической системе станка. Для таких условий в качестве математического описания процесса можно использовать запаздывающий элемент с временем запаздывания, равным времени одного оборота детали. В современных исследованиях в области шлифования показано, что влияние запаздывающего звена невелико, поэтому с большей степенью приближения процесс врезного шлифования можно описать передаточной функцией вида:

$$\frac{V_f(s)}{V_r(s)} = \frac{k_w}{T_w s + 1},$$

где k_w — коэффициент передачи; T_w — постоянная времени.

Исходные данные приведены в таблице 9.5.

Таблица 9.5

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Преобразователь		Двигатель			Диф. усилитель	
	$k_{\text{пр}}$	$T_{\text{пр}}, \text{с}$	$k_{\text{дв}}$ рад/сВ	$T_{\text{дв}}, \text{с}$	$T_{\text{дв}}, \text{с}$	$K_{\text{д}}$	$T_{\text{д}}, \text{с}$
0	10	0,03	2,5	0,08	0,30	10	0,02
1	20	0,02	1,5	0,05	0,25	20	0
2	30	0,01	2,5	0,08	0,20	30	0,01
3	50	0,04	1,0	0,08	0,45	50	0,03
4	40	0,05	3,5	0,03	0,15	40	0
5	60	0,03	3,0	0,08	0,35	60	0
6	75	0,05	2,5	0,10	0,40	75	0,03
7	85	0,06	4,0	0,08	0,55	85	0,04
8	70	0,07	4,5	0,08	0,10	70	0,01
9	95	0,08	3,3	0,90	0,65	95	0
Вариант	Параметры элементов САУ			Параметры процесса резания			
	Измерительное приспособление перемещения	Шаг ходового винта	Редуктор				
				$k_{\text{пр}}, \text{В/мм}$	$k, \text{мм}$	$K_{\text{р}}$	$T_{\text{р}}, \text{с}$
0	0,01	4,0	0,04	0,010	0,5		
1	0,15	5,5	0,05	0,015	1,5		
2	0,03	6,0	0,07	0,010	1,4		
3	0,02	7,6	0,06	0,005	1,1		
4	0,17	8,5	0,11	0,007	1,3		
5	0,03	2,0	0,02	0,020	1,5		
6	0,18	3,2	0,04	0,015	1,6		
7	0,22	6,4	0,08	0,003	1,4		
8	0,14	9,0	0,10	0,008	1,1		
9	0,07	5,4	0,03	0,010	1,2		

Таким образом, при моделировании процесса шлифования можно использовать аperiodическое звено 1-го порядка. Однако при этом будут утеряны все высокочастотные составляющие реального процесса.

ЗАДАЧА № 9.5

Система автоматического регулирования размера детали на бесцентрово-шлифовальном станке

Бесцентрово-шлифовальный станок (рис. 9.20) состоит из шлифовальной бабки с шлифовальным кругом 1, подвижной бабки 2 с ведущим кругом 3, привода радиальной подачи, состоящего из электродвигателя 4, редуктора 5 и пары ходовой винт-гайка качения 6. Деталь 7 в зоне обработки базируется на наклонной поверхности ножа 8 и поверхности ведущего круга 3, за счет наклона оси последнего ей передается движение подачи (перпендикулярно к плоскости рисунка).

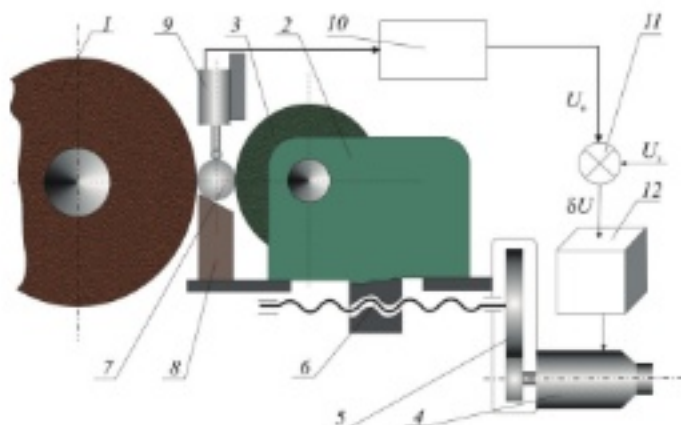


Рис. 9.20. Следящий привод бесцентрово-шлифовального станка

Таким образом, диаметр изделия 7, которое шлифуется, определяется расстоянием между ведущим 3 и шлифовальным кругом 1 и высотой ножа 8. Это расстояние в процессе работы станка может изменяться за счет износа абразивных кругов или действия других факторов. Рассматриваемая САУ предназначена для автоматического регулирования (стабилизации) размера обрабатываемой детали.

Следящий привод состоит из преобразователя перемещения 9 (например, индуктивного измерительного прибора перемещения, оснащенного наконечником из твердого сплава или алмаза), усилителя 10, сравнивающего устройства (СУ) 11 и усилителя-преобразователя 12. Усилитель-преобразователь 12 (например, тиристорный или транзисторный) предназначен для питания двигателя постоянного тока 4 и составляет вместе с последним регулируемый комплексный электропривод.

При работе системы на вход СУ 11 подается напряжение U_3 , соответствующее требуемому размеру детали 7. На второй вход приспособления 11 поступает напряжение U_0 , пропорциональное фактическому размеру детали 7. Этот сигнал вырабатывается измерительным прибором 9 и усилителем 10. Напряжение ошибки δU через усилитель-преобразователь 12 воздействует на двигатель 4, который через редуктор 5 и ходовой винт 6 перемещает подвижную бабку 2 в ту или иную сторону с целью устранения ошибки.

Рассмотрим работу привода. Пусть, например, в результате износа шлифовального круга или по любой другой причине диаметр заготовки стал превышать требуемый. В этом случае сигнал от преобразователя 9 изменяет исходное напряжение на выходе электронного усилителя 10, изменение напряжения приводит к нарушению условий равновесия системы, то есть увеличивается погрешность. Двигатель 4 перемещает подвижную бабку 2 вперед в радиальном направлении — в сторону уменьшения диаметра шлифуемой заготовки. При уменьшении диаметра заготовки система автоматически отводит шлифовальный круг, стабилизируя размер.

Поскольку сигнал обратной связи поступает от обрабатываемой детали в процессе шлифования, то в качестве динамического звена в САУ входит процесс резания. Исходные данные приведены в таблице 9.6.

Таблица 9.6

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Преобразователь		Двигатель			Измеритель перемещения	Редуктор
	$k_{\text{ин}}$	$T_{\text{ин}}, \text{с}$	$k_{\text{р}}$, рад/сВ	$T_{\text{р}}, \text{с}$	$T_{\text{д}}, \text{с}$		
0	20	0,05	2,5	0,08	0,30	15	0,01
1	50	0,03	4,0	0,05	0,25	10	0,09
2	25	0,05	1,5	0,04	0,20	45	0,04
3	70	0,07	6,0	0,05	0,45	55	0,15
4	80	0,02	7,0	0,03	0,15	33	0,04
5	45	0,01	2,0	0,06	0,35	44	0,06
6	100	0,02	3,5	0,10	0,40	77	0,07
7	150	0,05	5,5	0,07	0,55	22	0,12
8	15	0,09	4,5	0,05	0,10	88	0,07
9	30	0,04	9,0	0,90	0,65	99	0,18



Окончание табл. 9.6

Вариант	Параметры процесса резания			Эквивалентная упругая система		
	T_p, c	$V_s, м/с$	$V_{sk}, м/с$	$\omega_0, рад/с$	ζ	$c, Н/м$
0	0,015	25	2,0	100	0,5	$3 \cdot 10^7$
1	0,030	35	2,5	300	0,5	$1 \cdot 10^6$
2	0,035	35	1,5	400	0,7	$2 \cdot 10^6$
3	0,005	50	1,0	200	0,6	$3 \cdot 10^6$
4	0,017	50	3,0	100	0,5	$4 \cdot 10^6$
5	0,040	50	3,5	220	0,4	$5 \cdot 10^6$
6	0,010	50	2,1	250	0,6	$6 \cdot 10^6$
7	0,003	80	1,0	320	0,8	$8 \cdot 10^6$
8	0,008	80	2,6	370	0,5	$9 \cdot 10^6$
9	0,017	80	2,2	100	0,5	$7 \cdot 10^6$

Примечание

1) Тангенциальная составляющая силы резания:

$$P_t = 8 \cdot 10^8 \cdot t^{n+1,3} \frac{V_s}{\sqrt{(V_s + V_D)^2 + V_{sp}^2}}$$

где t — глубина шлифования; $n = 1,0 \dots 2,5$ (для электрокорундовых кругов на керамической связке $n = 1,5$, для алмазных и карбидокремниевых на керамической связке $n = 1$); V_s — скорость абразивного резания; V_D — скорость детали; V_{sp} — продольная скорость детали.

Скорость продольной подачи детали V_{sp} при бесцентровом шлифовании определяется скоростью детали и углом разворота оси ведущего круга и может быть найдена по соотношениям:

$$V_D = V_{sk} \cdot \cos \alpha; V_{sp} = V_D \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

где V_{sk} — скорость ведущего круга;

2) Заданная глубина резания $t = 2 \cdot 10^{-5} м$;

3) Коэффициент передачи электронного усилителя для измерительного прибора перемещения $K_s = 100$, постоянной времени — пренебречь.

ЗАДАЧА № 9.6

Система автоматического управления гидравлическим суппортом токарного станка

Гидравлические копировальные приборы, применяемые на токарных станках, предназначены для автоматизации процесса обработки сложных фасонных поверхностей деталей машин.

Обрабатываемая заготовка 1 (рис. 9.21) установлена в патроне 2 и заднем центре 3 токарного станка. Резец 4 закреплен в резцедер-

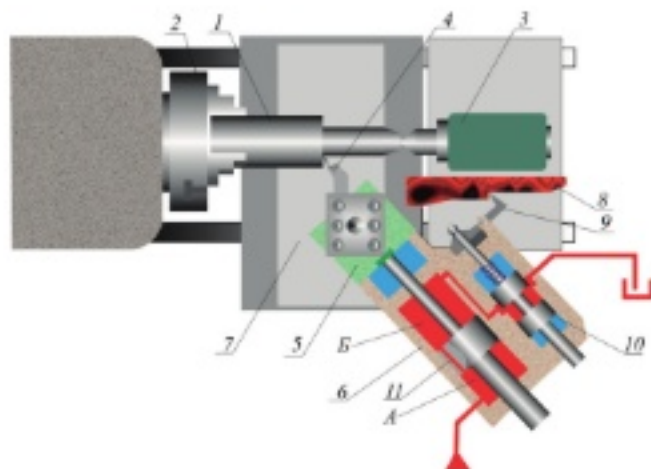


Рис. 9.21. Следящий гидравлический суппорт токарного станка

жателя каретки 5, установленной на корпусе цилиндра 6, который расположен на направляющих суппорта 7. С копиром 8 взаимодействует шуп 9 одноканального золотника 10. Полости А и Б цилиндра 6 соединены между собой постоянным дросселем 11.

При обработке деталь 1 вращается с заданной окружной скоростью резания. Суппорт 7 перемещается вдоль заготовки за счет продольной подачи. Рабочая жидкость под давлением поступает в полость А цилиндра и через дроссель 11 вытекает в полость Б, откуда через отверстие золотника 10 перетекает в сливной бак.

Регулированием размеров отверстия золотника 10 в полости Б создается давление, величина которого также зависит от гидравлической проходимости дросселя 11.

В нейтральном положении (при неподвижном гидравлическом суппорте) поддерживается равновесие давления в полостях А и Б гидrocиллиндра 6:

$$p_A \cdot F_A = p_B \cdot F_B.$$

При движении шупа 9 по копиру 8 изменяется пропускная способность золотника 10, а, следовательно, и давление в полости Б. Гидравлический цилиндр 6 перемещается и сдвигает корпус золотника 10. Это перемещение прекращается при выравнивании давлений в полостях гидравлического цилиндра. Таким образом, перемещение шупа вдоль профиля копира вызывает перемещение гидравлического цилиндра 6 с резцом 4, а на заготовке формируется требуемая поверхность.

В качестве динамического звена в САУ также входит процесс резания. Исходные данные приведены в таблице 9.7.

Таблица 9.7

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ							
	Гидроусилитель				Гидроцилиндр			
	$k_p, \text{мм}^2/\text{с}$	$T_p, \text{с}$			$F_{\text{сж}}, \text{см}^2$			
0	$5 \cdot 10^6$	0,03			7,5			
1	$1 \cdot 10^7$	0,06			5,0			
2	$1 \cdot 10^6$	0,05			8,5			
3	$7 \cdot 10^6$	0,03			6,0			
4	$3 \cdot 10^6$	0,02			7,0			
5	$8 \cdot 10^6$	0,01			2,0			
6	$2 \cdot 10^6$	0,03			3,5			
7	$5 \cdot 10^7$	0,01			5,5			
8	$5 \cdot 10^6$	0,03			4,5			
9	$6 \cdot 10^6$	0,04			10,0			
Вариант	Параметры процесса резания					Эквивалентная упругая система		
	$T_p, \text{с}$	$V_{\text{ср}}, \text{м/мин}$	C_p	$V_{\text{ср}}, \text{мм/об}$	$H_{\text{ср}}, \text{мм}$	$\omega_{\text{в}}, \text{рад/с}$	ζ	$\epsilon, \text{Н/м}$
0	0,010	100	2000	0,17	2,0	270	0,6	$5 \cdot 10^7$
1	0,002	110	3000	0,23	2,5	300	0,5	$8 \cdot 10^7$
2	0,003	90	1800	0,43	1,5	400	0,7	$1 \cdot 10^8$
3	0,004	150	3600	0,27	1,0	200	0,6	$7 \cdot 10^6$
4	0,005	120	2400	0,13	3,0	240	0,7	$3 \cdot 10^6$
5	0,006	220	3100	0,17	3,5	220	0,4	$8 \cdot 10^6$
6	0,007	170	2700	0,23	2,1	250	0,6	$2 \cdot 10^6$
7	0,009	60	1200	0,13	4,0	320	0,8	$9 \cdot 10^7$
8	0,008	80	4000	0,27	2,6	370	0,5	$3 \cdot 10^6$
9	0,001	120	3800	0,43	2,2	350	0,4	$2 \cdot 10^6$

Примечание

Для всех вариантов приняты:

1) коэффициенты и показатели степени силовой зависимости: $k=1$, $x_p=0,65$, $y_p=0,8$, $n=-0,3$.

ЗАДАЧА № 9.7

Система автоматического управления подачей фрезерного станка с ЧПУ

Точность фрезерования и качество обработанной поверхности (шероховатость, глубина дефектного слоя и т.д.), как правило, определяются силой резания. Сила резания при фрезеровании зависит как от режимов обработки, геометрии инструмента, материала заготовки и т.п., так и от случайных факторов: колебания притуска, твердости и т.д. Следовательно, при постоянных режимах фрезерования нельзя обеспечить стабильность важнейшего параметра процесса — силы резания.

САУ подачи при фрезеровании (рис. 9.22) предназначена для стабилизации силы резания или ее изменения по заранее заданному закону в соответствии с сигналом управления за счет регулирования подачи. В результате повышается точность и качество обработки.

САУ осуществляет управление процессом резания, который является составной частью технологической системы «процесс фрезерования», который состоит из детали 1, инструмента 2, стола 3

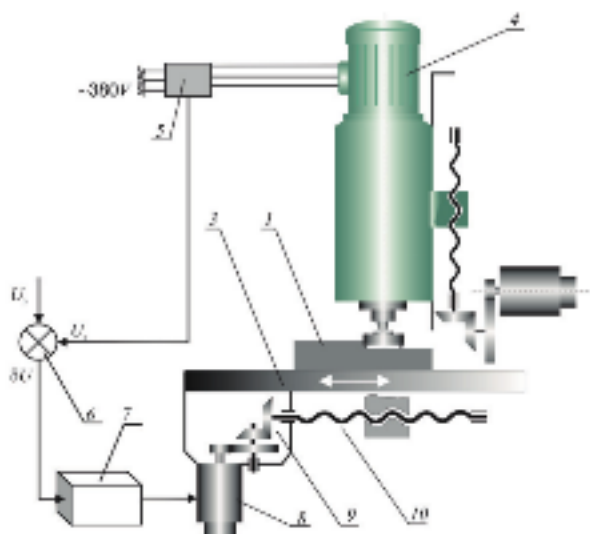


Рис. 9.22. Следящий привод фрезерного станка

(рис. 9.22). Главное движение резания осуществляется от двигателя 4, в цепь питания которого включен преобразователь тока (токовый трансформатор) 5. Привод подачи состоит из СУ 6, усилителя-преобразователя 7 комплексного электропривода, двигателя постоянного тока 8 и коробки передач 9.

Момент двигателя 4 главного движения пропорционален моменту резания и определяет ток в цепи питания от сети – 380 В.

Поэтому преобразователь тока 5, включенный в цепь питания двигателя 4, вырабатывает сигнал, пропорциональный моменту, следовательно, и силе резания. Этот сигнал U_v поступает на вход СУ 6, где сравнивается с заданным сигналом U_z , пропорциональным в определенном масштабе заданной силе резания.

Сигнал в виде напряжения δU , которое образовалось в результате сравнения, поступает на вход усилителя-преобразователя 7 комплексного электропривода и вызывает изменение напряжения питания электродвигателя постоянного тока 8, следовательно, и подачи стола 3. Подача изменяется (увеличивается или уменьшается) в сторону уменьшения сигнала ошибки. Таким образом, САУ стабилизирует силу резания на заданном уровне. В качестве динамического звена в САУ также входит процесс резания.

Исходные данные приведены в таблице 9.8.

Таблица 9.8

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Двигатель главного движения		Двигатель подачи			Усилитель-преобразователь	
	k_p , мм ² /с	T_p , с	k_p , рад/сВ	T_p , с	T_m , с	k_m	T_m , с
0	0,1	0,03	3,0	0,07	0,25	55	0,01
1	0,5	0,003	4,0	0,08	0,20	50	0,03
2	0,4	0,05	4,5	0,09	0,35	90	0,05
3	0,2	0,05	5,0	0,08	0,45	20	0,07
4	0,3	0,02	5,5	0,03	0,15	50	0,04
5	1,2	0,01	6,0	0,06	0,55	55	0,03
6	1,8	0,006	6,5	0,10	0,65	65	0,02
7	1,9	0,008	7,0	0,05	0,75	35	0,01
8	0,35	0,009	7,5	0,04	0,50	75	0,09
9	0,18	0,04	8,0	0,007	0,09	85	0,08

Окончание табл. 9.8

Вариант	Параметры процесса резания		Эквивалентная упругая система		
	T_p, c	Фреза	$\omega_s, \text{рад/с}$	ζ	$c, \text{Н/м}$
		τ			
0	0,010	40	300	0,2	$5 \cdot 10^7$
1	0,015	20	270	0,3	$8 \cdot 10^7$
2	0,020	18	400	0,4	$1 \cdot 10^8$
3	0,005	4	200	0,6	$7 \cdot 10^8$
4	0,007	6	240	0,7	$3 \cdot 10^8$
5	0,018	8	220	0,5	$8 \cdot 10^8$
6	0,012	10	250	0,6	$2 \cdot 10^8$
7	0,003	14	320	0,7	$9 \cdot 10^7$
8	0,008	20	370	0,8	$3 \cdot 10^8$
9	0,015	4	350	0,9	$2 \cdot 10^8$

Примечание

Для всех вариантов приняты:

1) коэффициент и показатель степени в зависимости для расчета силы резания: $C = 1000$, $k = 0,25$, $\mu = 0,35$;

2) режимы резания для линеаризации: $H_0 = 6 \text{ мм}$, $S_{03} = 0,035 \text{ мм/зуб}$;

3) коэффициент передачи коробки передач $k_{\text{кп}} = 0,012$, шаг ходового винта — 6 мм, передаточное отношение коробки скоростей главного движения $i = 4$;

4) коэффициент передачи токового преобразователя $k_{\text{тп}} = 0,55 \text{ В/А}$.

ЗАДАЧА № 9.8

Система автоматического управления подачей при сверлении на агрегатном станке

Состояние технологической системы при сверлении отверстий зависит от условий обработки: свойств обрабатываемого и инструментального материалов, геометрии инструмента (с учетом изменения характеристик сверла за период его стойкости), режимов резания, текущей глубины сверления и т.д. Для обеспечения заданного качества обработки нужно оснастить оборудование системой автоматического управления, например, осевой подачи по крутящему моменту на сверле.

Для этого на пинцете 1 силовой головки устанавливают измерительный прибор 2 крутящего момента, который вырабатывает сигнал в виде напряжения, пропорционального действующему моменту на сверле 3 (рис. 9.23). Двигатель 4 постоянного тока через редуктор 5 и ходовой винт 6 передает головке 7 движение осевой подачи. Для управления двигателем 4 используется усилитель-преобразователь 8, на вход которого поступает сигнал, пропорциональный

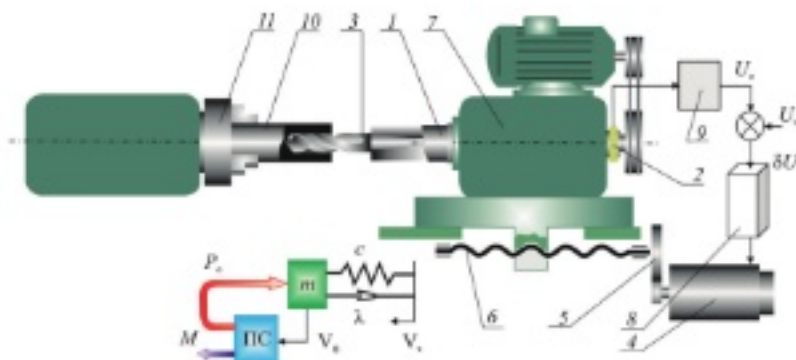


Рис. 9.23. Следящий привод агрегатного сверлильного станка:
 m — масса; c — жесткости; λ — коэффициент вязкого трения силовой головки; ПС — процесс сверления; P_z — осевая сила резания; M — крутящий момент сверления

ошибке $\delta U = U_3 - U_0$, где U_3 — заданное напряжение на входе САУ, соответствующее требуемому моменту в определенном масштабе, U_0 — напряжение на выходе усилителя 9, пропорциональное действующему моменту резания. Заготовка 10 устанавливается в патрон 11 станка. При сверлении она приводится во вращение приводным двигателем (условно не показан).

При расчетах САУ объект управления (процесс сверления) описывается математической моделью, которую нужно построить исходя из приведенной схемы, показанной на рис. 9.23. Модель устанавливает взаимосвязи между фактической подачей V_ϕ и заданной скоростью перемещения сверла.

Исходные данные приведены в таблице 9.9.

Таблица 9.9

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ					
	Преобразователь		Двигатель			Момент
	k_m	$T_{\text{ин}}, \text{с}$	$k_{\text{д}}$ рад/сВ	$T_{\text{д}}, \text{с}$	$T_{\text{д}}, \text{с}$	
0	30	0,03	3,5	0,05	0,10	0,05
1	40	0,04	4,0	0,06	0,25	0,10
2	120	0,05	7,5	0,05	0,20	0,009
3	75	0,07	6,0	0,08	0,45	0,085
4	120	0,02	7,0	0,03	0,35	0,075
5	230	0,01	2,0	0,04	0,55	0,035
6	250	0,08	9,5	0,10	0,70	0,025

Окончание табл. 9.9

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Преобразователь		Двигатель			Момент	
	k_m	$T_{ав}, c$	$k_{дв}$ рад/сВ	$T_{дв}, c$	$T_{ав}, c$	$k_{мо},$ В/град	
7	300	0,02	6,5	0,04	0,55	0,02	
8	350	0,05	7,5	0,02	0,15	0,03	
9	100	0,03	7,0	0,90	0,35	0,01	
Вариант	Параметры процесса резания				Эквивалентная упругая система		
	$T_{дв}, c$	$V_f, м/с$	$S_{дв}$ мм/об	$\varnothing, мм$	$m, кг$	$\lambda, кг/с$	$c, Н/м$
0	0,010	0,10	0,05	7	20	500	1-106
1	0,007	0,15	0,07	17	30	550	7-106
2	0,0067	0,03	0,06	10	40	750	1-106
3	0,005	0,17	0,08	15	20	450	2-106
4	0,007	0,16	0,10	6	80	550	3-106
5	0,004	0,07	0,04	8	70	800	8-106
6	0,001	0,06	0,12	1,1	50	850	5-106
7	0,003	0,05	0,09	5	45	700	9-106
8	0,008	0,04	0,11	12	35	500	5-105
9	0,002	0,03	0,02	8	25	750	2-106

Примечание

Для всех вариантов принять:

- 1) коэффициенты и показатели степени в формулах для расчетов силовых зависимостей при сверлении: $C_f = 1700$, $C_x = 0,4$, $x_f = 0,25$, $y_f = 0,65$, $z_f = 0,4$, $x_x = 0,04$, $y_x = 0,5$, $z_x = 0,4$;
- 2) длину сверления $L = 100$;
- 3) коэффициент передачи редуктора осевой подачи $k_p = 0,025$, шаг ходового винта — 6 мм;
- 4) коэффициент усиления электронного усилителя $k_u = 20$.

ЗАДАЧА № 9.9

Система автоматического управления копирующего фрезерного станка

Копирующий фрезерный станок предназначен для обработки сложных поверхностей деталей машин по копии.

Привод копирующего фрезерного станка (рис. 9.24) состоит из преобразователя перемещения 1, электронного усилителя 2, усилителя-преобразователя 3 комплексного электропривода с двигателем по-

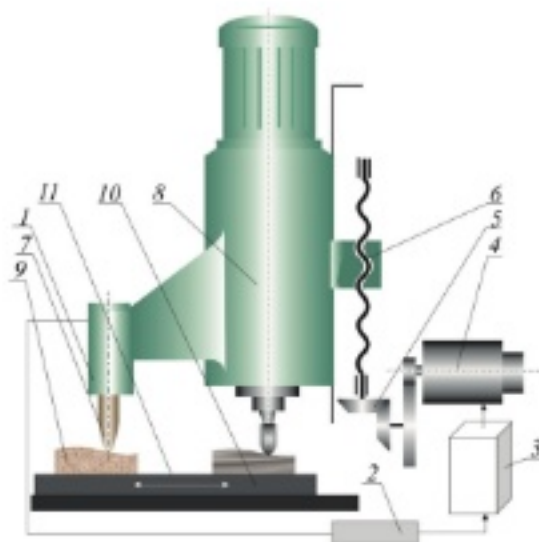


Рис. 9.24. Следящий привод копировального фрезерного станка

стоянного тока 4. Двигатель 4 кинематически связан через редуктор 5 и пару ходовой винт-гайка качения 6 с фрезерной бабкой 8. Преобразователь перемещения 1 оснащен щупом 7, закрепленным на фрезерной бабке 8. Копир 9 и обрабатываемая деталь 10 установлены на столе 11, которому передается движение подачи от отдельного привода.

При включении привода подачи щуп 7 преобразователя 1 взаимодействует с профилем копира 9 и вырабатывает сигнал в виде напряжения, пропорционального отклонению щупа. Это напряжение через электронный усилитель 2 поступает на вход усилителя-преобразователя 3 комплексного регулируемого электропривода и вызывает вращение двигателя постоянного тока 4. Двигатель 4 через редуктор 5 и пару ходовой винт-гайка качения 6 перемещает фрезерную бабку 8 в направлении уменьшения ошибки. Корпус преобразователя перемещения 1, закрепленный на фрезерной бабке, обеспечивает отрицательную обратную связь САУ.

В процессе функционирования привода фреза будет повторять (проследивать) перемещения щупа 7, взаимодействующего с копиром 9, и формировать таким образом нужный профиль детали.

Поскольку задачей системы является формирование нужного профиля детали, которая получается путем снятия стружки, то как объект, который управляется, в САУ входит процесс резания в замкнутой упругой технологической системе.

Исходные данные приведены в таблице 9.10.

Таблица 9.10

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Преобразователь		Двигатель			Измеритель перемещения	Редуктор
	$k_{\text{ин}}$	$T_{\text{ин}}, \text{с}$	$k_{\text{д}}$, рад/сВ	$T_{\text{д}}, \text{с}$	$T_{\text{э}}, \text{с}$		
0	20	0,03	2,5	0,08	0,30	25	0,05
1	50	0,01	1,8	0,05	0,25	15	0,07
2	100	0,05	1,5	0,01	0,20	6	0,06
3	70	0,01	2,0	0,04	0,45	18	0,11
4	120	0,02	1,0	0,03	0,15	17	0,02
5	200	0,01	0,8	0,08	0,35	30	0,04
6	300	0,03	2,2	0,10	0,40	12	0,08
7	250	0,07	2,5	0,07	0,55	20	0,10
8	150	0,09	0,5	0,02	0,10	11	0,03
9	400	0,04	0,9	0,009	0,65	19	0,12
Вариант	Параметры процесса резания			Эквивалентная упругая система			
	$T_{\text{р}}, \text{с}$	$S_{\text{р}}, \text{мм/зуб}$	$H_{\text{р}}, \text{мм}$	$\omega_{\text{р}}, \text{рад/с}$	ζ	$c, \text{Н/м}$	
0	0,015	0,010	2,0	220	0,5	$3 \cdot 10^7$	
1	0,011	0,011	2,5	300	0,5	$1 \cdot 10^6$	
2	0,012	0,090	1,5	400	0,7	$2 \cdot 10^6$	
3	0,005	0,060	1,0	200	0,6	$3 \cdot 10^6$	
4	0,007	0,012	3,0	220	0,5	$4 \cdot 10^6$	
5	0,013	0,022	3,5	220	0,4	$5 \cdot 10^6$	
6	0,014	0,017	2,1	250	0,6	$6 \cdot 10^6$	
7	0,003	0,055	4,0	320	0,8	$8 \cdot 10^6$	
8	0,008	0,045	2,6	370	0,5	$9 \cdot 10^6$	
9	0,017	0,035	2,2	220	0,5	$7 \cdot 10^6$	

Примечание

Для всех вариантов принять:

- 1) коэффициент и показатели степени в зависимости для расчета силы резания: $C = 1200$, $k = 0,27$, $\mu = 0,07$;
- 2) количество зубьев фрезы $z = 12$;
- 3) коэффициент передачи электронного усилителя $k_{\text{ин}} = 60$, постоянной времени — пренебречь;
- 4) шаг ходового винта — 12 мм.

ЗАДАЧА № 9.10

Следящий привод продольной подачи
круглошлифовального станка

Привод, смонтированный на круглошлифовальном станке, состоит из шлифовальной бабки 1 с шлифовальным крутом 2 и двигателем главного движения 3, передней бабки 4 с поводковым механизмом для вращения детали 5, стола 6 с гидроцилиндром продольной подачи 7.

Система (рис. 9.25) обеспечивает стабилизацию силы резания и состоит из преобразователя тока 8, усилителя 9, сравнительного устройства 10, усилителя 11 и двухкаскадного гидравлического усилителя с иглой, золотником и электромеханическим преобразователем 12.

Система функционирует следующим образом. Напряжение U_1 в определенном масштабе, соответствующее требуемому значению

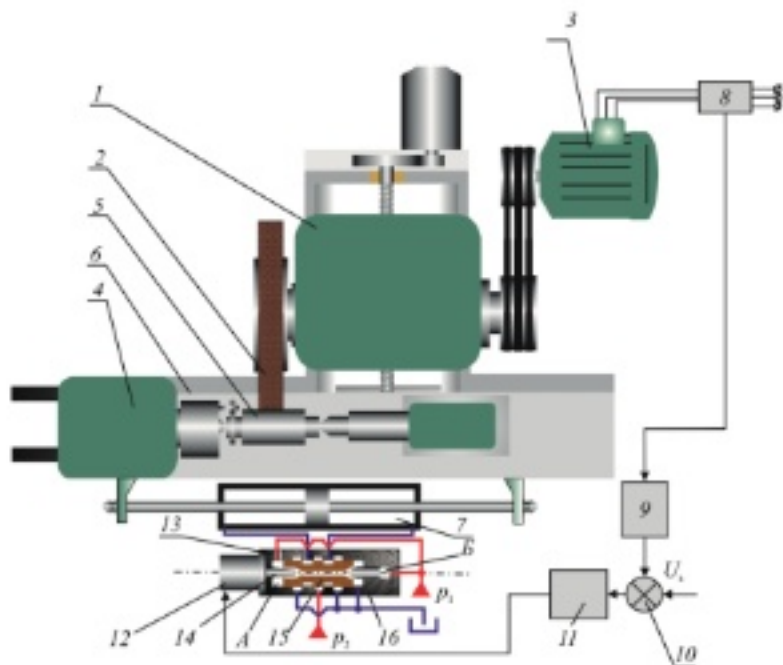


Рис. 9.25. Следящий привод продольной подачи
круглошлифовального станка

силы резания P , подается на вход сравнительного устройства 10. От величины силы резания P зависит значение момента на валу двигателя главного движения, на обмотках двигателя изменяется ток, который измеряется преобразователем 8. Таким образом на другой вход сравнительного устройства поступает сигнал, пропорциональный возникающей в зоне контакта силе резания. Напряжение, пропорциональное погрешности, через усилитель 11 поступает на обмотки электромеханического преобразователя 12.

Первый каскад гидравлического усилителя питается от источника с небольшим постоянным давлением p_1 с ограниченным расходом рабочей жидкости. Рабочая жидкость проходит сквозь дроссель 13, камеру A и через проходное сечение между иглой и кромкой отверстия в плунжере 15 по внутреннему каналу в плунжере золотника попадает на слив. Источник питания первого каскада соединен также с камерой B .

Второй гидравлический каскад усиления питается от источника с повышенным постоянным давлением p_2 и значительным расходом рабочей жидкости.

В нейтральном положении плунжер 15 золотника находится в равновесии и его буртики перекрывают окна в гильзе 16, гидроцилиндр 7 — неподвижен. В этом положении между иглой и отверстием в торце плунжера имеется начальный зазор, через проходное сечение которого поток рабочей жидкости попадает на слив.

При перемещении иглы 14 электромеханическим преобразователем 12 изменяется плоскость проходного пересечения между иглой и кромкой отверстия в плунжере и, как следствие, сопротивление истечению жидкости в данном сечении. Это приводит к изменению давления в кармане A и перемещению плунжера 15. Плунжер 15 будет перемещаться до тех пор, пока не установится прежнее проходное пересечение между иглой 14 и отверстием в плунжере 15.

Перемещаясь, плунжер 15 открывает окна в гильзе 16 золотника. Одна из полостей гидроцилиндра 7 соединяется с линией давления, другая — со сливом. Скорость движения штока гидроцилиндра 7 и продольная подача зависят от величины открытий окон в гильзе 16 золотника.

Таким образом, варьируя подачей S , осуществляют регулирование силы резания с целью ее стабилизации при изменении условий обработки вследствие действия внешних возмущений. Изменяя задающее воздействие U_j , можно поддерживать заданное значение силы резания в течение всего цикла шлифования детали.

Исходные данные приведены в таблице 9.11.

Исходные данные

Вариант	Параметры элементов САУ						
	Двигатель главного движения		Электрохимический преобразователь гидросистемы		Преобразователь тока		
	$k_d, \Lambda/\text{Нм}$	$T_d, \text{с}$	k_a	$T_a, \text{с}$	$k_z, \text{В}/\Lambda$		
0	0,5	0,06	0,2	0,01	0,1		
1	0,5	0,01	0,2	0,02	0,1		
2	0,4	0,03	0,3	0,02	0,1		
3	0,3	0,02	0,4	0,02	0,1		
4	0,2	0,04	0,5	0,03	0,1		
5	0,1	0,05	0,3	0,02	0,1		
6	0,6	0,06	0,2	0,01	0,1		
7	0,7	0,07	0,1	0,01	0,1		
8	0,8	0,04	0,2	0,01	0,1		
9	0,9	0,03	0,6	0,01	0,1		
Вариант	Параметры процесса резания				Эквивалентная упругая система		
	Деталь			Круг	$\omega_d, \text{рад}/\text{с}$	ζ	$c, \text{Н}/\text{м}$
	$H, \text{мм}$	$D_1, \text{мм}$	$V_d, \text{м}/\text{мин}$	$D, \text{мм}$			
0	0,01	100	30	300	600	0,2	$3 \cdot 10^7$
1	0,01	80	25	500	800	0,2	$1 \cdot 10^8$
2	0,01	80	15	300	600	0,2	$2 \cdot 10^8$
3	0,01	90	20	250	500	0,2	$3 \cdot 10^8$
4	0,01	70	20	300	500	0,2	$4 \cdot 10^8$
5	0,01	70	25	300	600	0,2	$5 \cdot 10^8$
6	0,01	50	25	300	600	0,2	$6 \cdot 10^8$
7	0,01	50	25	300	600	0,2	$8 \cdot 10^8$
8	0,01	40	25	300	600	0,2	$9 \cdot 10^8$
9	0,01	40	25	300	600	0,2	$7 \cdot 10^8$

Примечание

Для всех вариантов приняты:

1) коэффициенты усиления усилителя в прямом канале регулирования — $k_{от} = 500$, усилителя в канале обратной связи — $k_{от} = 10$.

ЗАДАЧА № 9.11

Следящий привод поворота рабочего органа промышленного робота

Промышленный робот — автономное устройство, состоящее из механического манипулятора и системы управления (позволяющей перепрограммировать в широких пределах движения исполнительных органов манипулятора, их количество и траекторию; а также задать другие количественные и качественные параметры конфигурации робота и оснастки), которое применяется для перемещения объектов в пространстве и для выполнения различных производственных процессов. Промышленные роботы могут выполнять основные технологические операции (сварка, окраска, сборка и др.) и вспомогательные технологические операции (загрузка-выгрузка технологического оборудования, транспортные и др.). При использовании сменной технологической оснастки выполняемые операции могут совмещаться одним роботом. Промышленные роботы являются одним из компонентов гибких производственных систем (ГПС), которые при неизменном уровне качества позволяют увеличить производительность труда в целом.

Роботы функционируют без непосредственного участия человека и в зависимости от выполняемых функций должны обеспечивать точность, быстродействие и оперативное перенастраивание, которое нужно гибкому производству. Поэтому основным видом приводов исполнительных механизмов промышленных роботов являются замкнутые гидравлические, электромеханические или электрогидравлические системы.

Рассмотрим конструкцию привода поворота рабочего органа сварочного робота, представленную на рис. 9.26.

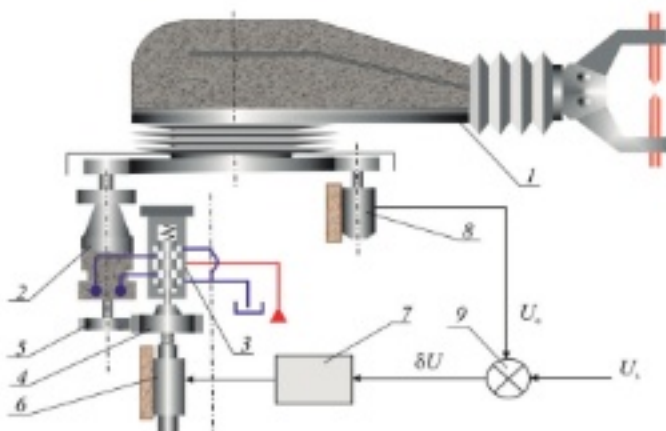


Рис. 9.26. Следящий привод поворота рабочего органа промышленного робота

Привод (рис. 9.26) поворота рабочего органа 1 робота состоит из гидравлического двигателя 2, гидравлического усилителя 3 и электрической части. Функции гидравлического усилителя 3 выполняет четырехканальный золотник, с плунжером которого взаимодействует зубчатое колесо 4, которое находится в зацеплении с шестерней 5 гидродвигателя 2. Электродвигатель 6 выполняет функции управляющего устройства и подключен к выходу усилителя 7, его вал связан с винтом, который составляет с зубчатым колесом 4 пару ходовой винт-гайка качения. В состав привода входит также преобразователь 8 (измерительный прибор) угла поворота и сравнительное устройство 9.

При работе привода на вход сравнительного устройства 9 поступает сигнал в виде напряжения U_3 , вырабатываемого устройством управления по команде от ЭВМ. Сравнительное устройство 9 формирует сигнал ошибки, соответствующий погрешности позиционирования $\delta U = U_3 - U_0$, где U_0 — напряжение преобразователя 8 угла, пропорциональное фактическому углу поворота рабочего органа 1. Сигнал ошибки через усилитель 7 вызовет вращение двигателя 6. В исходном состоянии гидроусилитель 3 находится в нейтральном положении, и гидравлический двигатель 2 не вращается. Поворот исходного вала двигателя 6 вызывает смещение зубчатого колеса 4 в вертикальном направлении, поскольку оно связано с шестерней 5, которая в этот момент времени неподвижна. Зубчатое колесо 4 перемещает плунжер золотника 3 из нейтрального положения. Гидравлический двигатель 2 начинает поворачиваться, вращая рабочий орган 1, шестерню 5 и вал преобразователя 8 угла. Поворот шестерни 5 вызовет вращение зубчатого колеса 4 и перемещение его вместе с подпружиненным плунжером золотника 3 по ходовому винту двигателя 6 в сторону восстановления равновесия. Таким образом действует местная обратная связь, посредством сцепления зубчатого колеса 4 и шестерни 5.

Поворот преобразователя 8 угла приводит к изменению напряжения U_0 , в результате чего погрешность на выходе сравнивающего устройства уменьшится. Так функционирует главная обратная связь всей системы. Рабочий орган 1 будет поворачиваться до тех пор, пока не займет требуемое положение согласно заданному сигналу.

Исходные данные приведены в таблице 9.12.

Таблица 9.12

Исходные данные

Первая цифра	Параметры элементов САУ				
	Усилитель	Двигатель		Гидроусилитель	
		k_A	k_D , рад/сВ	T_A , С	k_H , мм ² /с
0	200	1,2	0,030	$7 \cdot 10^4$	0,01
1	30	4,0	0,020	$9 \cdot 10^4$	0,02

Окончание табл. 9.12

Первая цифра	Параметры элементов САУ					
	Усилитель		Двигатель		Гидроусилитель	
	k_u	k_d , рад/сВ	T_d , с	k_p , мм ² /с	T_p , с	
2	50	0,6	0,030	$8 \cdot 10^6$	0,01	
3	100	0,8	0,045	$6 \cdot 10^6$	0,03	
4	20	2,5	0,015	$4 \cdot 10^6$	0,04	
5	40	2,0	0,010	$5 \cdot 10^6$	0,05	
6	120	3,5	0,040	$1 \cdot 10^6$	0,06	
7	95	1,2	0,025	$2 \cdot 10^6$	0,07	
8	290	2,2	0,035	$3 \cdot 10^6$	0,08	
9	180	3,6	0,018	$9 \cdot 10^7$	0,09	
Первая цифра	Параметры элементов САУ					
	Гидродвигатель		Измерительное приспособление угла	Шаг ходового винта	Шестерни, зубчатые колеса	
	$k_{дв}$, об/мм ³	$T_{дв}$, с			$k_{из}$, В/рад	$h_{из}$, мм
0	$3 \cdot 10^1$	0,070	3,0	2,0	10	20
1	$1 \cdot 10^2$	0,065	1,5	2,5	20	60
2	$2 \cdot 10^2$	0,105	7,5	3,0	10	40
3	$3 \cdot 10^2$	0,085	5,5	3,5	30	60
4	$4 \cdot 10^2$	0,090	2,5	4,5	40	30
5	$5 \cdot 10^2$	0,100	1,0	5,0	20	20
6	$6 \cdot 10^2$	0,025	2,5	5,5	50	10
7	$8 \cdot 10^2$	0,035	3,5	6,0	70	60
8	$9 \cdot 10^2$	0,040	6,5	4,0	40	40
9	$7 \cdot 10^2$	0,050	3,5	7,0	10	90

Примечание

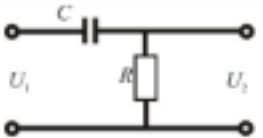
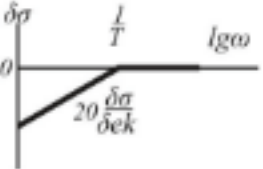
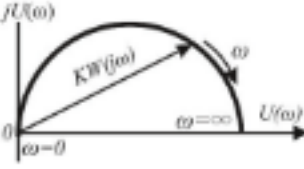
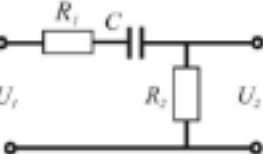
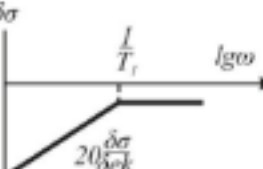
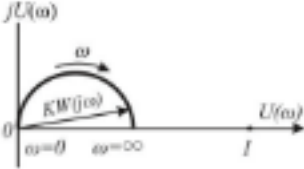
Для всех вариантов взять коэффициент передачи редуктора от гидравлического двигателя к рабочему органу $k_p = 0,25$ от рабочего органа к измерительному прибору.

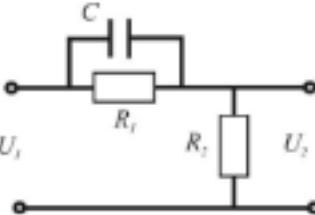
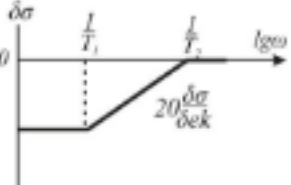
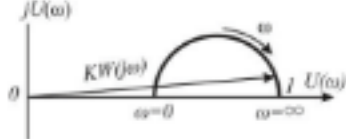
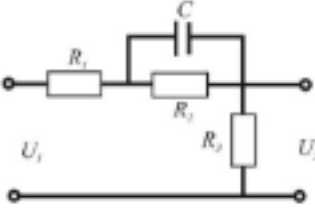
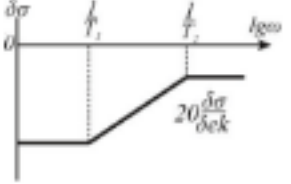
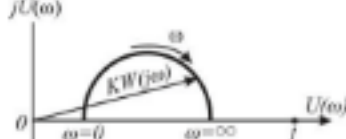
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

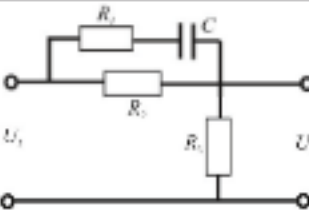
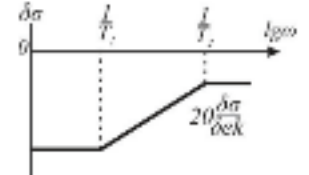
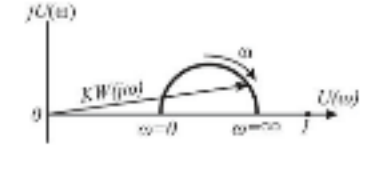
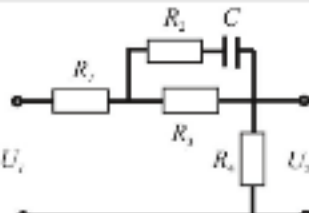
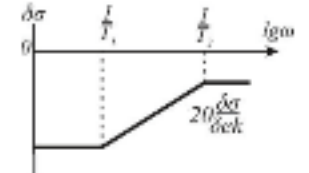
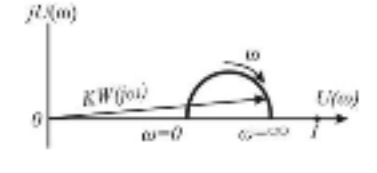
1. Балакшин Б.С. Адаптивное управление станками [Текст] / Б.С. Балакшин. — М.: Машиностроение, 1973. — 688 с.
2. Дранчев О.И. Автоматическое управление процессом точения маложестких деталей [Текст]: монография / О.И. Дранчев, А.Н. Кравцов. — Тольятти: Оникс, 2012. — 250 с.
3. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления [Текст] / В.А. Бесекерский. — СПб.: Профессия, 2003. — 752 с.
4. Соломенцев Ю.М. Теория автоматического управления [Текст] / Ю.М. Соломенцев. — М.: Высшая школа, 2000. — 270 с.
5. Лурье Б.Я. Классические методы автоматического управления [Текст] / Б.Я. Лурье, П. Дж. Энрайт. — СПб.: БХВ-Петербург, 2001. — 640 с.
6. Никифоров А.Д. Процессы управления объектами машиностроения [Текст]: учеб. пособие / А.Д. Никифоров, А.Н. Ковшов, Ю.Ф. Назаров. — М.: Высшая школа, 2001. — 455 с.
7. Петраков Ю.В. Теория автоматического управления технологическими системами [Текст]: учеб. пособие / Ю.В. Петраков, О.И. Дранчев. — М.: Машиностроение, 2008. — 336 с.
8. Петраков Ю.В. Теория автоматического управления у металлообработки [Текст] / Ю.В. Петраков. — К.: ІЗМН, 1998. — 212 с.
9. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления [Текст]: учеб. для вузов / А.А. Ерофеев. — СПб, Политехника, 2005. — 302 с.
10. Солодовников А.В. Теория автоматического управления. В 4-х т. [Текст] / А.В. Солодовников. — М.: Машиностроение, 1975. — 667 с.
11. Артамонова И.А. Теория управления [Текст]: учеб. пособие / И.А. Артамонова, Б.В. Красноспецова. — М.: МГУ, 2005. — 85 с.
12. Братан С.М. Стохастическая диагностика взаимодействия инструмента и заготовки при точении [Текст] / С.М. Братан, Ю.О. Стреляная, П.А. Новиков. — Надійнять інструменту та оптимізація технологічних систем. Збірник наукових праць. — Краматорськ, 2012. — Вип. №30. — С. 41–51.
13. Братан С.М. Обеспечение стабильности параметров качества изделий за счет разработки систем адаптивного управления [Текст] / С.М. Братан, Ю.О. Стреляная, М.Г. Стулко. Вестник СевНТУ. Вип. 139: Машиноприборостроение и транспорт: сб. науч. тр. Севастоп. нац. техн. ун-т. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2013. — С. 22–27.
14. Bratan S. Synthesis of model the luemberger observer for external cylindrical grinding process [Текст] / S. Bratan, D. Sidorov, Y. Gutsalenko. — Fiabilitate si Durabilitate — fiability & Durability Editura "Academica Brancusi", Targu Jiu, Supplement no 1, 2013. — С. 23–33.

15. Братан С.М. Построение циклов шлифования для обработки шеек распределительных валов с коррекцией режимов резания за период стойкости инструмента [Текст] / С.М. Братан, Н.Н. Столяров // Прогрессивные технологии в машиностроении: международный сборник научных трудов. Выпуск 3(49). — Донецк: ЧП «Технополис», 2014. — С. 172–182.
16. Харченко А.О. Реакция динамической системы на произвольный сигнал на примере станка в условиях плавучей ремонтной мастерской [Текст] / А.О. Харченко, Е.А. Владецкая, В.П. Долгин, С.М. Братан // Monografie «Maszyny i procesy produkcyjne» (Машины и производственные процессы). — Lublin/ Polska: Politechnika Lubelska, 2015. — С. 86–88.
17. Пат. RU 158629 U1 Россия, МПК В23Q 1/25, Устройство автоматической виброзащиты металлорежущего станка / Е.А. Владецкая, А.О.Харченко, С.М. Братан [и др.]. — №2015125213/02(039278); заявл. 25.06.2015; опубл. 20.01.2016, Бюл. № 2.
18. Пат. RU 159415 U1, МПК В23Q 1/25, Опора металлорежущего станка с активной виброизоляцией / Е.А. Владецкая, А.О.Харченко, С.М. Братан [и др.]. — № 2015125862/02(040223); заявл. 29.06.2015; опубл. 10.02.2016, Бюл. № 4.
19. Покинтелица Н.И. Моделирование динамических характеристик процесса комплексной термофрикционной и механической обработки металлов [Текст] / Н.И. Покинтелица // Оптимизация производственных процессов. Вып. 15: сб. науч. тр. — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2014. — С. 71–81.
20. Покинтелица М.І. Розробка комплексних методів механічної обробки, що реалізують особливості динаміки технологічної системи верстата [Текст] / М.І. Покинтелица // Промислова гідраліка і пневматика: Матеріали XII Міжн. наук.-техн. конф. 19–20 вересня 2012 р. — Чернівці: ЧДТУ, 2012. — С. 19–20.
21. Левченко Е.А. Качество поверхности при термофрикционной обработке плоскостей с применением вибраций [Текст] / Е.А. Левченко // Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем. Збірник наукових праць. — Краматорськ: ДДМА, 2007. — Вип. 21. — С. 243–247.
22. Покинтелица Н.И. Влияние параметров термофрикционной вибрационной обработки на составляющие силы резания [Текст] / Н.И. Покинтелица, Е.А. Левченко // Ресурсозберігаючі технології виробництва та обробки тиском матеріалів у машинобудуванні. Збірник наукових праць. — Луганськ: Вид-во СНУ ім. В. Даля, 2007. — № 7 (113) — С. 32–37.
23. Левченко Е.А. Точность обработки и стойкость инструмента при термофрикционной резании сталей [Текст] / Е.А. Левченко // Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем. Збірник наукових праць. — Краматорськ—Київ: ДДМА, 2008. — Вип. 23. — С. 122–126.

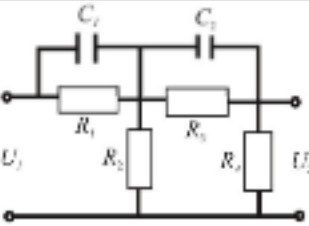
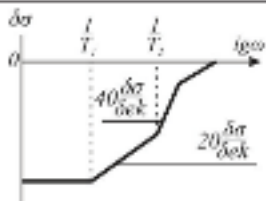
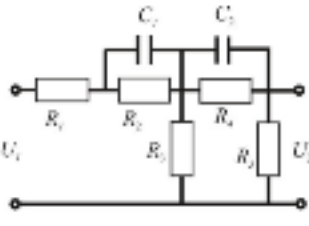
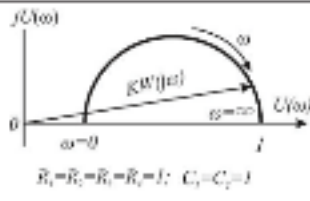
ПРИЛОЖЕНИЕ А Схемы, передаточные функции, логарифмические и амплитудно-фазовые характеристики пассивных контуров

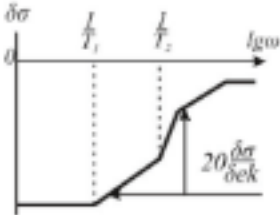
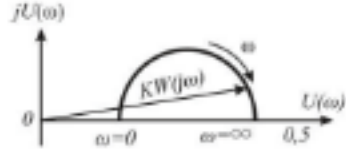
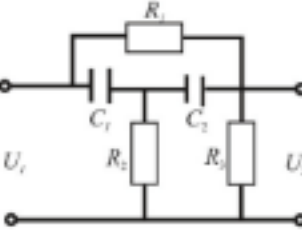
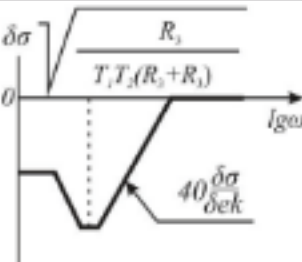
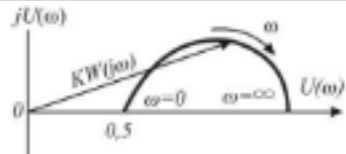
Корректирующие пассивные контуры		
№ п/п	Схемы корректирующих пассивных контуров	Передаточная функция
1	2	3
1		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Tp}{Tp+1}; \quad KW(0) = 0;$ $KW(\infty) = 1; \quad \phi(\omega) = 90^\circ - \arctg T\omega; \quad T = RC;$
	Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика	Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)
		
2		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{T_2(p)}{T_1p+1}; \quad KW(0) = 0;$ $KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}; \quad \phi(\omega) = 90^\circ - \arctg T_1\omega;$ $T_1 = (R_1 + R_2)C; \quad T_2 = R_2C;$
	Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика	Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)
		

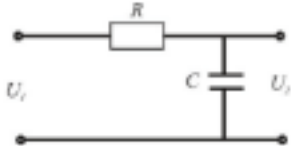
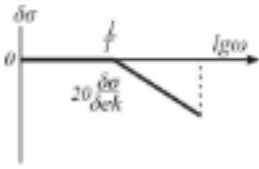

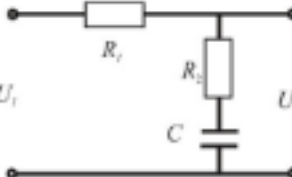
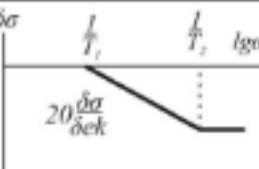
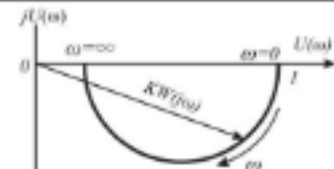
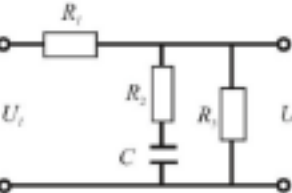

1	2	3
3		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} \frac{T_2 p + 1}{T_1 p + 1};$ $KW(0) = 0; KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}; KW(\infty) = 1;$ $\varphi(\omega) = \text{arctg} T_1 \omega - \text{arctg} T_2 \omega;$ $T_1 = R_1 C; T_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}; T_1 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} C;$ <p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p>  <p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
4		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + \frac{R_1 + R_2}{R_3}} \frac{T_2 p + 1}{T_1 p + 1};$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_1 + R_2}{R_3}}; KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_3}};$ $\varphi(\omega) = \text{arctg} T_1 \omega - \text{arctg} T_2 \omega;$ $T_1 = R_1 C; T_2 = \frac{(R_1 + R_2) R_2}{R_1 + R_2 + R_3} C;$ <p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p>  <p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 

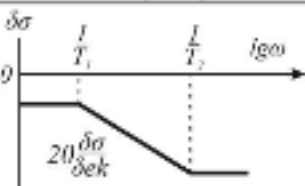
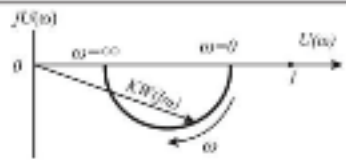
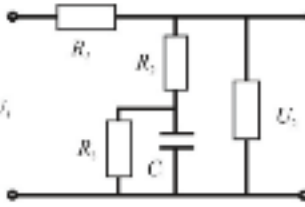
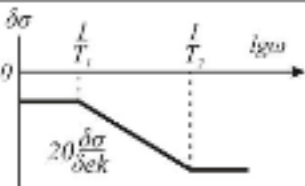
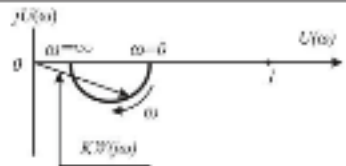
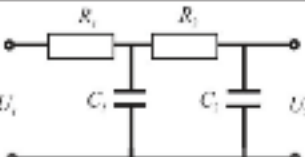
1	2	3
5		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3}} \frac{T_2 p + 1}{T_1 p + 1}$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3}}; KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_2 R_3}{R_1(R_3 - R_2)}}$ $\varphi(\omega) = \arctg T_1 \omega - \arctg T_2 \omega$ $T_1 = (R_1 + R_2)C; T_2 = \frac{R_2 R_3}{R_3 - R_2} C$
	Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика	Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)
		
6		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3}} \frac{T_2 p + 1}{T_1 p + 1}$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3}}; KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3}}$ $\varphi(\omega) = \arctg T_1 \omega - \arctg T_2 \omega$ $T_1 = R_2 C; T_2 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3 + R_1} C$
	Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика	Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)
		

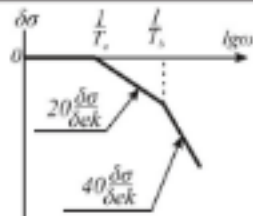
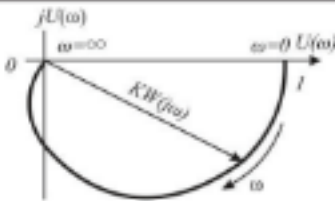
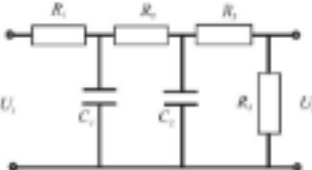
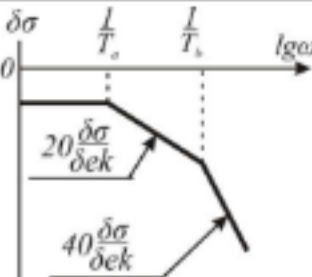
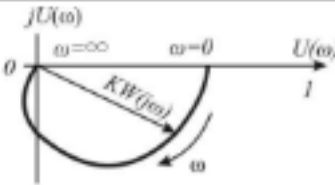
1	2	3
7	 <p style="text-align: center;">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{T_1 T_2 p^2}{1 + (T_1 + T_2 + R_1 C_2)p + T_1 T_2 p^2}$ $KW(0) = 0; KW(\infty) = 1;$ $\varphi(\omega) = 180^\circ - \arctg \frac{(T_1 + T_2 + R_1 C_2)\omega}{1 - T_1 T_2 \omega^2}$ $T_1 = R_1 C_1; T_2 = R_2 C_2;$ <p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
8	 <p style="text-align: center;">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где } A = T_1 T_2 p^2;$ $B = T_1 T_2 \left[1 + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 R_2} p^2 + \left[T_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + T_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] p + 1 \right];$ $KW(0) = 0; KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 R_2}}$ $T_2 = R_2 C_2; T_1 = R_3 C_1;$ <p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 

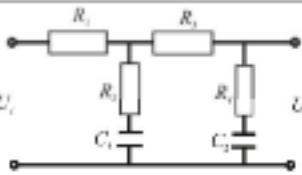
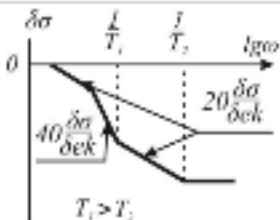
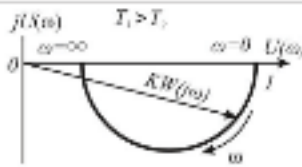
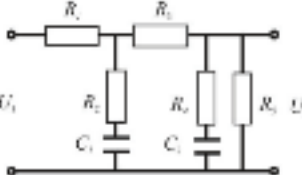
1	2	3
9		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1;$ $B = T_1 T_2 p^2 \left[T_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) - T_2 \left(1 + \frac{(R_3 + R_4) R_5}{R_3 R_4} \right) \right] p +$ $+ \frac{R_3 (R_4 + R_5) + (R_3 + R_4 + R_5) R_1}{R_3 R_4};$ $KW(\infty) = 1; KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{(R_3 + R_4 + R_5) R_1}{R_3 R_4}};$ $T_1 = R_2 C_2; T_2 = R_4 C_2;$ <p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 
10		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = T_1 T_2 p^2 + (T_1 - T_2) p + 1;$ $B = T_1 T_2 \left[1 - \frac{(R_3 - R_4) R_5}{R_3 R_4} \right] p^2 +$ $+ \left\{ T_1 \left[1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{(R_3 + R_4 + R_5) R_1}{R_3 R_4} \right] + \right.$ $T_2 \left[1 + \frac{(R_3 + R_4) (R_1 + R_5)}{R_3 R_4} \right] \left. \right\} p +$ $+ \frac{R_1 (R_4 + R_5) + (R_3 + R_4 + R_5) (R_1 + R_5)}{R_3 R_4};$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{(R_3 + R_4 + R_5) (R_1 + R_5)}{R_3 R_4}};$ <p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 

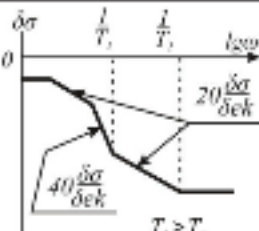
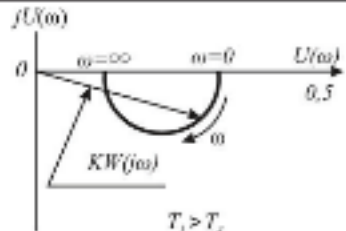
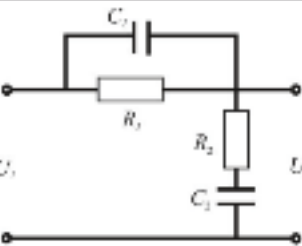
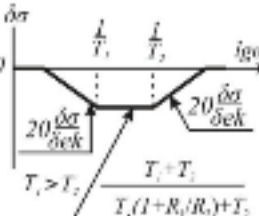
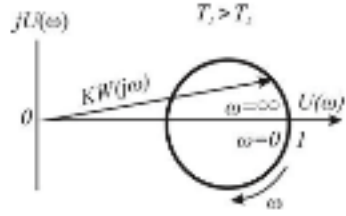
1	2	3
10	<p data-bbox="228 320 484 397">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 R_2}}$ $T_1 = R_2 C_1; T_2 = R_1 C_2;$ <p data-bbox="526 320 909 369">Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  $R_1 = R_2 = R_3 = R; C_1 = C_2 = C$
11	 <p data-bbox="228 1028 484 1105">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{T_1 T_2 p^2 + \left[T_1 \frac{R_2}{R_1} + T_2 \frac{R_3}{R_2 + R_1} \right] p + \frac{R_3}{R_2 + R_1}}{T_1 T_2 p^2 + \left[T_1 + T_2 \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \right) \right] p + 1}$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}; KW(\infty) = 1;$ $T_1 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_1} C_1; T_2 = \frac{R_3 C_2}{R_2 C_2} \cdot T_1;$ <p data-bbox="526 1028 909 1078">Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  $R_1 = R_2 = 1; R_3 = 2; C_1 = C_2 = 2$

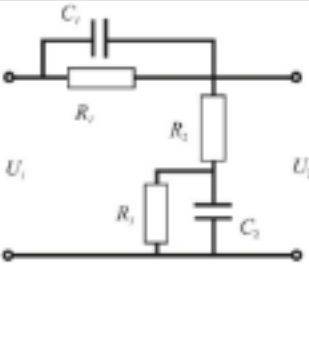
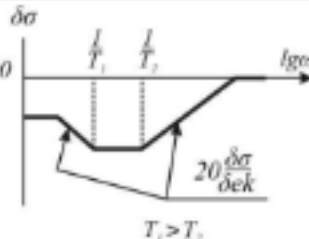
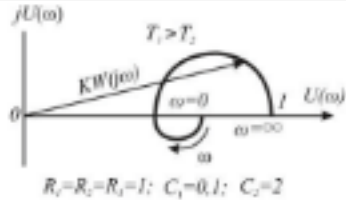
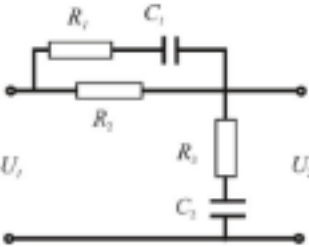
1	2	3
12	 <p data-bbox="228 331 484 415">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1+Tp}; \quad KW(0) = 1;$ $KW(\infty) = 0; \quad \phi(\omega) = -\text{arctg} T\omega; \quad T = RC$ <p data-bbox="526 331 909 392">Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
13	 <p data-bbox="228 808 484 885">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{T_2 p + 1}{T_1 p + 1}; \quad KW(0) = 1;$ $KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}; \quad \phi(\omega) = \text{arctg} T_2 \omega - \text{arctg} T_1 \omega;$ $T_2 = R_2 C; \quad T_1 = (R_1 + R_2) C;$ <p data-bbox="526 808 909 870">Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
14	 <p data-bbox="228 1285 484 1362">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} T_1 p + 1};$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}}; \quad KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_3}};$ $\phi(\omega) = \text{arctg} T_2 \omega - \text{arctg} T_1 \omega;$ $T_2 = R_2 C; \quad T_1 = (R_2 + \frac{R_2 R_3}{R_1}) C;$

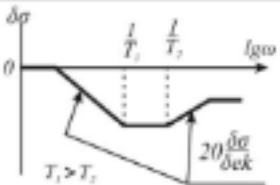
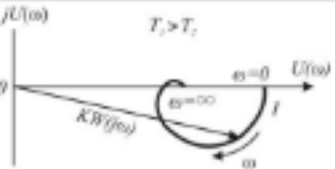
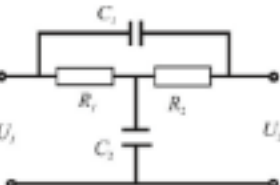
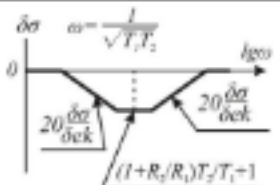
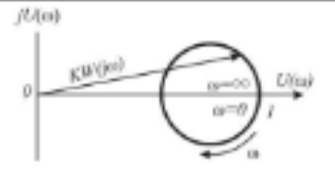
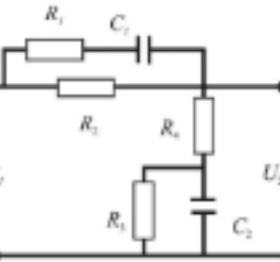
1	2	3
	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
15		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_3 + R_4} + \frac{R_1}{R_4} T_2 p + 1}$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_3 + R_4} + \frac{R_1}{R_4}}$ $KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_4}}$ $\alpha(\omega) = \arctg T_2 \omega - \arctg T_1 \omega$ $T_2 = \frac{R_1 R_4}{R_3 + R_4}; T_1 = \frac{1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_1}{R_4}}{1 + \frac{R_1}{R_3 + R_4} + \frac{R_1}{R_4}} T_2$
	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
16		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{T_1 T_2 p^2 + \left[T_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + T_2 \right] p + 1}$ $KW(0) = 1; KW(\infty) = 0;$ $T_1 = R_2 C_2; T_2 = R_1 C_2$

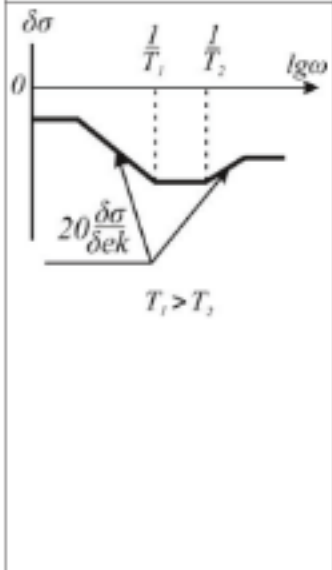
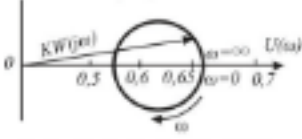
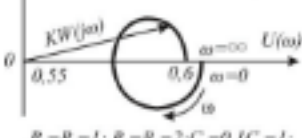
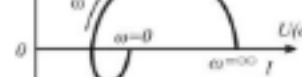
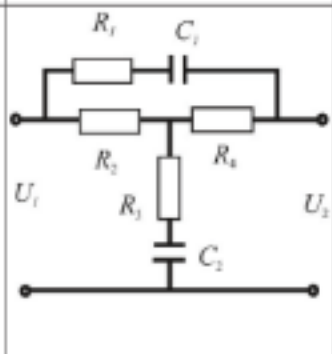
1	2	3
16	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
17		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = 1;$ $B = T_1 T_2 p^2 + \left[T_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + T_2 \frac{R_2 + R_3 + R_1}{R_1} \right] p + \frac{R_2 + R_3 + R_1 + R_4}{R_4};$ $KW(0) = \frac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4};$ $KW(\infty) = 0;$ $T_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_4} R_1 C_1; \quad T_2 = R_2 C_2;$
	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
		$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1; \quad C_1 = C_2 = 1$

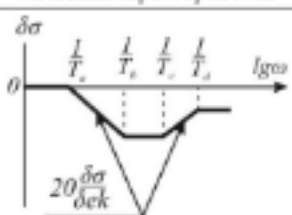
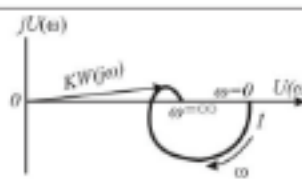
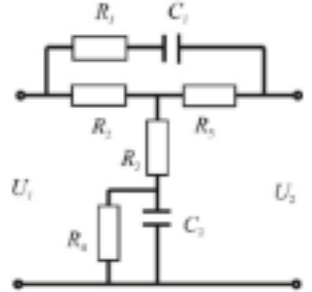
1	2	3
18		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1;$ $B = T_1 T_2 \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_3} \right) \left(1 + \frac{R_2}{R_4} \right) + \frac{R_1}{R_4} \right] p^2 +$ $+ \left[T_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_2}{R_4} \right) + T_2 \left(1 + \frac{R_1}{R_3} \right) \right] p + 1;$ $KW(0) = 1;$ $KW(\infty) = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_1}{R_3} \right) \left(1 + \frac{R_2}{R_4} \right) + \frac{R_1}{R_4}};$ $T_1 = R_2 C_1; \quad T_2 = R_4 C_2;$
	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p>$R_1 - R_2 - R_3 - R_4 - 1; \quad C_1 = 0.3; \quad C_2 = 1$</p>
19		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = \frac{R_5}{R_4 + R_5} [T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1];$ $B = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_3 - R_1)} \right] \left(1 + \frac{R_2}{R_4} \right) +$ $+ \frac{R_1 (R_3 + R_4)}{R_3 (R_3 + R_4)} p^2 + \left[T_1 \left(1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_3 + R_4)} + \right. \right.$ $\left. \left. + \frac{R_1 (R_3 + R_4)}{R_3 (R_3 + R_4)} \right) + T_2 \left(1 + \frac{R_1}{R_3} + \frac{R_2}{R_3 + R_4} \right) \right] p +$ $\frac{R_4 + R_5 + R_1}{R_4 + R_5};$

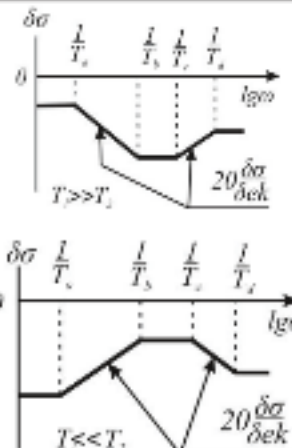
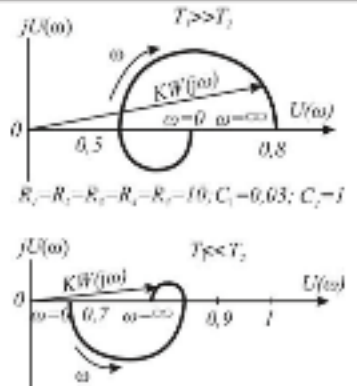
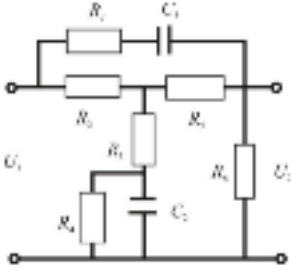
1	2	3
19	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(0) = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3};$ $KW(\infty) = \frac{\frac{R_3}{R_1 - R_2}}{\left[1 + \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_2 + R_3)}\right] \left[1 + \frac{R_1}{R_2}\right] + \frac{R_1 (R_2 + R_3)}{R_1 (R_2 + R_3)}};$ $T_1 = R_2 C_1; \quad T_2 = R_3 C_1;$ <p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
20	 <p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} =$ $= \frac{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1}{T_1 T_2 p^2 + \left[T_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) + T_2\right] p + 1};$ $KW(0) = 1; \quad KW(\infty) = 1;$ $T_1 = R_2 C_1; \quad T_2 = R_1 C_1;$ <p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 

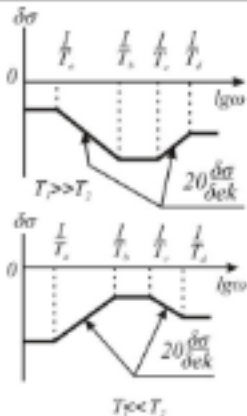
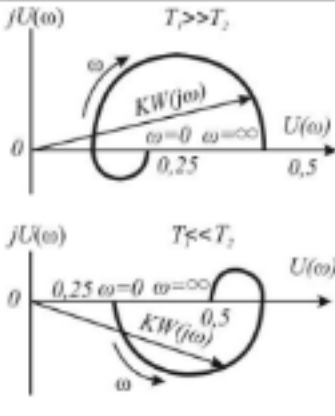
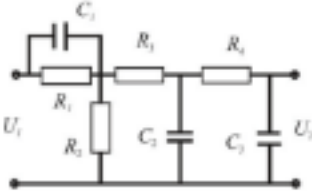
1	2	3
21	 <p style="text-align: center;">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1}{T_1 T_2 p^2 + \left[T_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) + T_2 \right] p + \frac{R_2 + R_1 + R_3}{R_2 + R_1}}$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3}}; KW(\infty) = 1;$ $T_1 = \frac{R_1 R_3}{R_2 + R_3} C_2; T_2 = R_1 C_1;$ <p style="text-align: center;">Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p style="text-align: center;">$R_1 = R_2 = R_3 = 1; C_1 = 0,1; C_2 = 2$</p>
22		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1;$ $B = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_2 R_3}{R_1 (R_1 + R_2)} \right] p^2 + \left[T_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + T_2 \right] p + 1;$ $KW(0) = 1;$ $KW(\infty) = \frac{1}{\frac{R_2 R_3}{R_1 (R_1 + R_2)}};$ $T_1 = R_2 C_2; T_2 = (R_1 + R_2) C_1;$

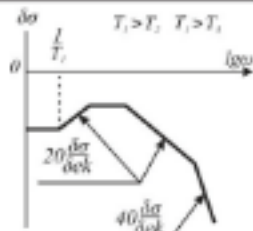
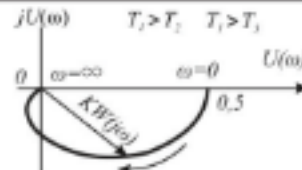
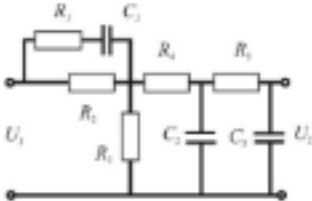
1	2	3
22	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p>$T_1 > T_2$</p> <p>$R_1 = R_2 = R_3 = 1; C_1 = 0.5; C_2 = 2$</p>
23		<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> $KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{T_1 T_2 p^2 + T_1 p + 1}$ $KW(0) = 1; KW(\infty) = 1;$ $T_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1; T_2 = (R_1 + R_2) C_2;$
24	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
24		<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> $KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{p}$ $A = T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1;$ $B = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} \right] p^2 +$ $+ \left[T_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) + T_2 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{(R_4 + R_3)(R_1 + R_2)} \right] \right] p +$ $\frac{R_4 + R_3 + R_1}{R_4 + R_3};$

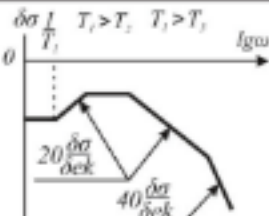
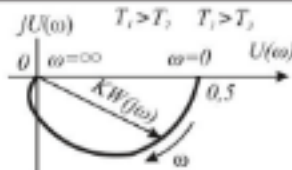
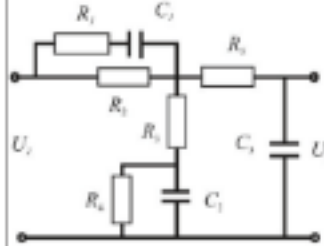
1	2	3
24		$KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3}}; KW(\infty) = \frac{1}{1 + \frac{R_1 R_2}{R_3(R_1 + R_2)}}$ $T_1 = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_3}; T_2 = (R_1 + R_2)C_1$
	Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика	Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)
		<p>$jU(\omega)$ $T_1 > T_2$ а)</p>  <p>$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1; C_1 = 0.5; C_2 = 4$</p> <p>$jU(\omega)$ $T_1 > T_2$ б)</p>  <p>$R_1 = R_2 = 1; R_3 = R_4 = 2; C_1 = 0.1; C_2 = 1$</p> <p>$jU(\omega)$ $T_1 > T_2$ в)</p>  <p>$R_1 = 0.1; R_2 = 2; R_3 = 1; R_4 = 0.5; C_1 = 0.5; C_2 = 6$</p>
25		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} \right] p^2 + (T_1 + T_2) p + 1$ $B = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_2 (R_1 + R_3)}{R_3 (R_1 + R_2 + R_3)} \right] p^2 +$ $+ \left[T_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) + T_2 \right] p + 1$

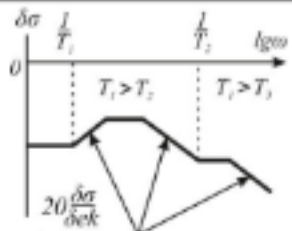
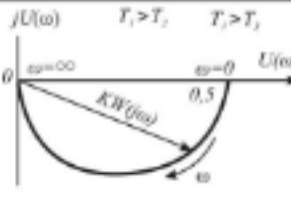
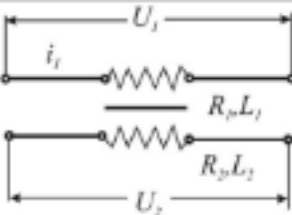
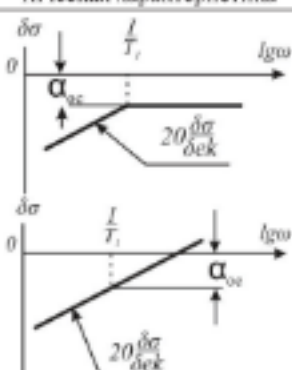
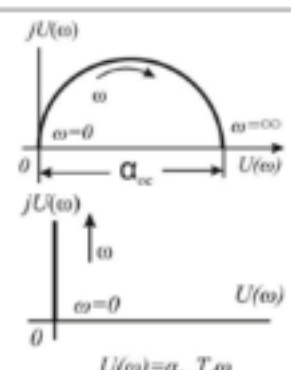
1	2	3
25	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	$KW(0) = 1; KW(\infty) = \frac{1 + \frac{R_1 R_2}{R_3(R_3 + R_1 + R_2)}}{1 + \frac{R_2(R_3 + R_1)}{R_3(R_3 + R_1 + R_2)}}$ $T_1 = R_1 C_1; T_2 = (R_3 + R_1 + R_2) C_2$ <p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p> 
26		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3(R_3 + R_1 + R_2)} \right] p^2 + \left\{ T_1 + T_2 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{(R_3 + R_2)(R_3 + R_1 + R_2)} \right] \right\} p + 1$ $B = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_2(R_3 + R_1)}{R_3(R_3 + R_1 + R_2)} \right] p^2 + \left\{ T_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) + T_2 \left[1 + \frac{R_2(R_3 + R_1)}{(R_3 + R_1)(R_3 + R_1 + R_2)} \right] \right\} p + \frac{R_3 + R_2 + R_1}{R_3 + R_2}$ $KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3 + R_2}}$ $KW(\infty) = \frac{1 + \frac{R_1 R_2}{R_3(R_3 + R_1 + R_2)}}{1 + \frac{R_2(R_3 + R_1)}{R_3(R_3 + R_1 + R_2)}}$ $T_1 = \frac{R_1 R_2}{R_3 + R_2} C_1; T_2 = (R_3 + R_1 + R_2) C_2$

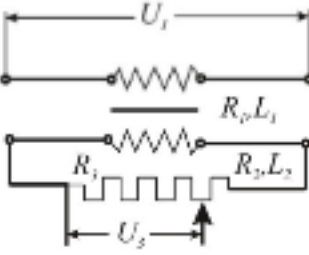
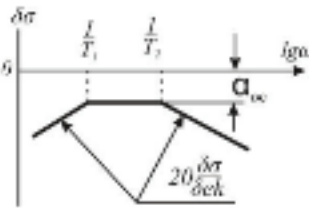
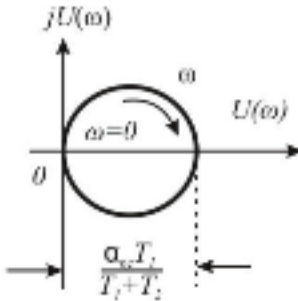
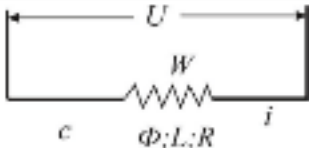
1	2	3
26	<p data-bbox="228 177 484 254">Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p data-bbox="526 177 909 223">Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p data-bbox="558 438 888 469">$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10; C_1 = 0,03; C_2 = 1$</p> <p data-bbox="558 654 888 685">$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10; C_1 = 10; C_2 = 0,5$</p>
27		$KW(s) = \frac{U_1(s)}{U_2(s)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_4 - R_5 - R_6)} \right] s^2 +$ $\left(T_1 + T_2 \right) \left[1 + \frac{R_1 R_2}{(R_4 - R_6) (R_3 + R_7 + R_8)} \right] s +$ $B = T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_1 (R_7 - R_8)}{R_3 (R_4 - R_5 - R_6)} \right] +$ $\left(\frac{R_1}{R_3 (R_4 + R_5 - R_6)} \left(R_7 + R_8 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \right) \right) s^2 +$ $\left(T_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_3} \right) + \frac{T_2}{R_3} (R_7 + R_8) + \frac{R_1 R_2}{R_3} \right) s +$ $T_1 \left(1 + \frac{R_1 (R_7 - R_8)}{R_3 (R_4 - R_5 - R_6)} \right) +$ $\frac{T_2}{R_3} \frac{R_1}{R_4 + R_5 + R_6} \left(R_7 - R_8 + \frac{R_1 R_2}{R_3 - R_4} \right) s +$ $1 + \frac{R_1}{R_3 - R_4} + \frac{1}{R_3} (R_7 + R_8) + \frac{R_1 R_2}{R_3 + R_4}$ $KW(s) = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_3 - R_4} + \frac{1}{R_3} (R_7 + R_8) + \frac{R_1 R_2}{R_3 + R_4}}$

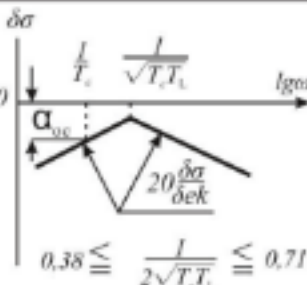
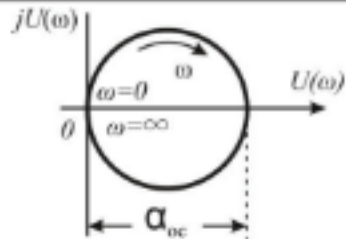
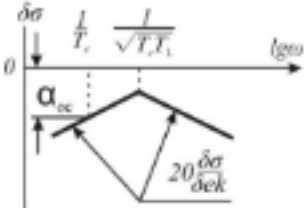
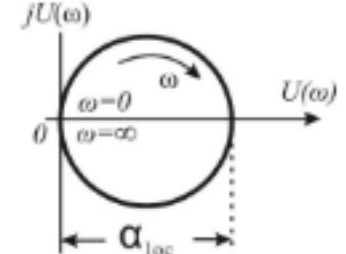
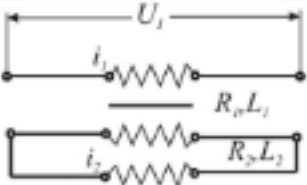
1	2	3
27		$KW(\infty) = \frac{R_1 R_2}{R_1(R_2 + R_3 + R_4)}$ $1 + \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1(R_2 + R_3 + R_4)} = 1 + \frac{R_1}{R_2} \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} \left(R_2 + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_3} \right)$ $T_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_1; T_2 = (R_2 + R_3 + R_4) C_1;$
	Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика	Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)
		
28		$KW(p) = \frac{U_o(p)}{U_i(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где } A = T_1 p + 1$ $B = T_1 T_2 T_3 p^3 + \left\{ T_1 T_2 \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) + \right.$ $+ T_1 T_3 + T_2 T_3 \left[1 + \frac{R_1}{R_2} \left(1 + \frac{R_1}{R_4} \right) \right] \left. \right\} p^2 +$ $+ \left\{ T_1 + T_2 \left[1 + \frac{C_1}{C_2} \right] \left[1 + \frac{R_1}{R_3} \left(1 + \frac{R_1}{R_4} \right) \right] + \right.$ $+ T_3 \left(1 + \frac{R_1}{R_4} \right) \left. \right\} p + \frac{R_1 + R_2}{R_1};$ $KW(0) = \frac{1}{R_1}; KW(\infty) = 0;$ $T_1 = R_1 C_1; T_2 = R_2 C_2; T_3 = R_3 C_3;$

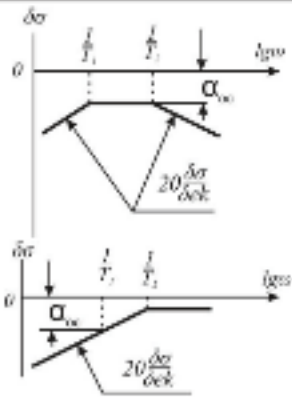
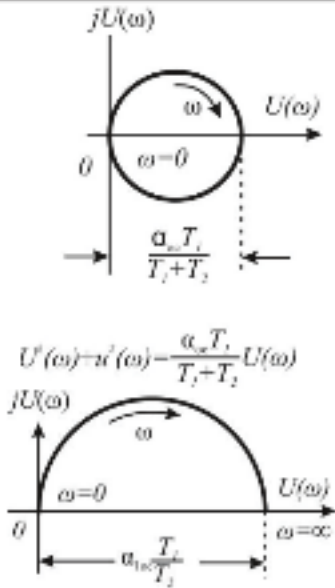
1	2	3
28	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p>  <p>$T_1 > T_2$ $T_1 > T_2$</p>	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p>$T_1 > T_2$ $T_1 > T_2$</p> <p>$R_1 = R_2 = R_3 = 1; C_1 = 2; C_2 = C_3 = 1$</p>
29		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B}, \text{ где}$ $A = T_1 p + 1$ $B = T_1 T_2 T_3 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} \right] p^3 +$ $+ \left\{ T_1 T_2 \left(1 + \frac{C_2}{C_3} \right) \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} \left(1 + \frac{R_1}{R_4} \right) \right] + \right.$ $+ T_1 T_3 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} \right] +$ $\left. + T_2 T_3 \left[1 + \frac{R_1}{R_3} \left(1 + \frac{R_1}{R_4} \right) \right] \right\} p^2 +$ $+ T_2 \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \left[1 + \frac{R_1}{R_3} \left(1 + \frac{R_1}{R_4} \right) \right] +$ $+ T_3 \left(1 + \frac{R_1}{R_3} \right) \left[p + \frac{R_3 + R_4}{R_3} \right];$ $KW(0) = \frac{R_1}{R_3 + R_2};$ $KW(\infty) = 0;$ $T_1 = (R_3 + R_2) C_1;$ $T_2 = R_4 C_2; T_3 = R_3 C_3;$

1	2	3
29	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p>  <p>$\frac{\delta \sigma}{T_1}$, $T_1 > T_2$, $T_1 > T_2$</p> <p>$20 \frac{\delta \sigma}{\text{дек}}$</p> <p>$40 \frac{\delta \sigma}{\text{дек}}$</p> <p>$\theta$</p> <p>$I g \omega$</p>	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p>$jU(\omega)$, $T_1 > T_2$, $T_1 > T_2$</p> <p>$\omega = \infty$, $\omega = 0$, $U(\omega)$</p> <p>$KW(j\omega)$</p> <p>$0,5$</p> <p>ω</p> <p>$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1; C_1 = C_2 = C_3 = 1$</p>
30	 <p>U_2</p> <p>U_2</p>	<p>$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{A}{B} \cdot \tau z e$</p> <p>$A = T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1$</p> <p>$B = T_1 T_2 T_3 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4} \right] p^3 +$</p> <p>$+ \left\{ T_1 T_2 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{R_3 (R_1 + R_2)} \right] + \right.$</p> <p>$+ T_1 T_3 \left[1 + \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2) (R_3 + R_4) R_5} \right] +$</p> <p>$+ T_2 T_3 \left[1 + \frac{(R_1 + R_2) R_2}{R_1 R_3} \right] \left. \right\} p^2 +$</p> <p>$+ \left\{ T_1 + \frac{R_1 R_2}{(R_3 + R_4) (R_1 + R_2)} + T_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \right.$</p> <p>$+ T_3 \left[1 + \frac{(R_2 + R_3 + R_4) R_2}{(R_1 + R_2) R_3} \right] \left. \right\} p + \frac{R_3 + R_4 + R_5}{R_1 + R_2}$</p> <p>$KW(0) = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1 + R_2}}; KW(\infty) = 0;$</p> <p>$T_1 = (R_1 + R_2) C_1; T_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_2;$</p> <p>$T_3 = R_3 C_3;$</p>

1	2	3
30	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p>$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = J; C_1 = C_2 = C_3 = I$</p>
31		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\alpha_1 T_1 p}{T_1 p + 1};$ $KW(p) = \frac{U_2(p)}{i_1(p)} = \alpha_1 T_1 p;$ $\alpha_{ac} = \frac{U_2}{U_1} = K_T;$ $\alpha_{vc} = \frac{U_2}{i_1} = R_1 - K_T R_2; T_1 = \frac{L_1}{R_1};$
	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p> 	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p>$U(\omega) = \alpha_{vc} T_1 \omega$</p>

1	2	3
32		$KW(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\alpha T_1 p}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$ $\alpha_\infty = \frac{R_2}{R_1 + R_2} K_i$ $K_i = \frac{U_2}{U_1}; T_1 = \frac{L_1}{R_1}$ $T_2 = \frac{L_2}{R_2 + R_1}$
	Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика	Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)
		 $U^2(\omega) + I^2(\omega) = \frac{\alpha_\infty T_1}{T_1 + T_2} U(\omega)$
33		$KW(p) = \frac{U(p)}{U_1(p)} = \frac{\alpha_\infty T_1 p}{1 + T_1 p + T_1 T_2 p^2}$ $KW(p) = \frac{\Phi(p)}{U(p)} = \frac{\alpha_\infty T_1 p}{1 + T_1 p + T_1 T_2 p^2}$ $\alpha_\infty = \frac{1}{R}; \alpha_1 = \frac{C W}{R}, \text{ где } C, -\text{из угла наклона кривой затухания}$ $K_i = \frac{U}{U_1}; T_1 = CR$ $T_2 = \frac{L}{R}$

1	2	3
33	<p>Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика</p>  <p>$0,38 \leq \frac{1}{2\sqrt{T_1 T_2}} \leq 0,71$</p>	<p>Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)</p>  <p>$U^2(\omega) + u^2(\omega) = \alpha_{oc} U(\omega)$</p>
	 <p>$0,38 \leq \frac{T_1}{2\sqrt{T_1 T_2}} \leq 0,71$</p>	 <p>$U^2(\omega) + u^2(\omega) = \alpha_{loc} U(\omega)$</p>
34		$KW(p) = \frac{i_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\alpha_{oc} T_1 p}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$ $KW(p) = \frac{i_1(p)}{i_2(p)} = \frac{\alpha_{oc} T_1 p}{T_2 p + 1}$ $\alpha_{oc} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} K_T$ $\alpha_{loc} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} K_T$ $K_T = \frac{U_1}{U_2}; T_1 = \frac{L_1}{R_1}$ $T_2 = \frac{L_2 + L_1}{R_2 + R_1}$

1	2	3
34	Логарифмическая амплитудная асимптотическая характеристика	Амплитудно-фазовая характеристика (прямоугольные координаты)
	 <p> $\delta\sigma$ 0 $\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{T_2}$ $\lg \omega$ α_w $20 \frac{\delta\sigma}{\delta \text{дек}}$ </p> <p> $\delta\sigma$ 0 $\frac{1}{T_1}$ $\frac{1}{T_2}$ $\lg \omega$ α_w $20 \frac{\delta\sigma}{\delta \text{дек}}$ </p>	 <p> $jU(\omega)$ $U(\omega)$ θ ω $\omega - \theta$ $\frac{\alpha_w T_1}{T_1 + T_2}$ </p> <p> $U'(\omega) + u'(\omega) = \frac{\alpha_w T_1}{T_1 + T_2} U(\omega)$ $jU(\omega)$ $U(\omega)$ θ ω $\omega = 0$ $\omega = \infty$ $\frac{\alpha_w T_1}{T_2}$ </p> <p> $U'(\omega) + u'(\omega) = \alpha_w \frac{T_1}{T_2} U(\omega)$ </p>

ПРИЛОЖЕНИЕ Б Математические модели элементов привода

При определении передаточных функций элементов САУ за исходные уравнения можно взять следующие уравнения процессов и элементов, которые входят в систему.

Процесс резания

Сила резания (любая ее составляющая), связанная с параметрами, которые определяют элементы срезаемого слоя, представляется дифференциальным уравнением:

$$T_p = \frac{dP}{dt} + P = kA, \quad (\text{Б1})$$

где T_p — постоянная времени стружкообразования; P — силовой параметр процесса резания; A — регулируемый параметр процесса резания — глубина, подача, скорость; $k = \left(\frac{\partial P}{\partial A}\right)$ — коэффициент пропорциональности.

Таким образом, правая часть уравнения представляет собой линеаризованную зависимость силового параметра от регулируемого параметра в ходе установившегося режима обработки.

При точении следует воспользоваться известной из теории резания металлов формулой:

$$P = C_p \cdot H^{x_p} \cdot S^{y_p} \cdot V^n \cdot K_p, \quad (\text{Б2})$$

где C_p, K_p, x_p, y_p, n — коэффициенты и показатели степени; H, S, V — соответственно глубина, подача и скорость резания.

При равномерном фрезеровании цилиндрической фрезой:

$$P = \frac{2^{1-k}}{\pi(2-k)} C_p \cdot S_z^{1-k} \cdot \left(\frac{H}{D}\right)^{1-\frac{k}{2}} \cdot B \cdot z, \quad (\text{Б3})$$

где C_p, k — эмпирический коэффициент и показатель степени; S_z — подача на зуб фрезы; H, B — соответственно глубина и ширина фрезерования; D, z — соответственно диаметр и количество зубьев фрезы.

При полном фрезеровании торцовой фрезой:

$$P = \frac{2^{k/2}}{\pi} C_p \cdot S_z^{1-k} \cdot H^{1-\mu} \cdot z, \quad (\text{Б4})$$

где C_p, k, μ — эмпирический коэффициент и показатели степени; S_z — подача на зуб фрезы; H — глубина фрезерования; z — количество зубьев фрезы.

При шлифовании:

$$P = C_p \cdot V_c^x \cdot H^y \cdot S, P_y = 2,5P_c, \quad (\text{Б5})$$

где C_p, x, y, z — коэффициент и показатели степени; V_c — скорость детали; H, S — глубина резания и подача соответственно.

При глубоком сверлении осевая сила P_o и момент M резания:

$$\begin{aligned} P_o &= C_p \cdot V^x \cdot S^y \cdot L^z; \\ M &= C_M \cdot V^x \cdot S^y \cdot L^z, \end{aligned} \quad (\text{Б6})$$

где $C_p, x, y, z, C_M, x_M, y_M, z_M$ — коэффициенты и показатели степени; H, S, L — скорость резания, подача и глубина сверления соответственно.

Эквивалентная упругая система (ЭУС) станка

Упругая система станка описывается упрощенно одномассовой динамической моделью следующим уравнением (при силовом возмущении):

$$\frac{1}{\omega_0^2} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \cdot \frac{dy}{dt} + y = \frac{1}{c} P, \quad (\text{Б7})$$

где ω_0 — собственная частота колебаний; ξ — коэффициент затухания колебаний; c — жесткость упругой системы станка; y — деформация упругой системы станка; P — силовой параметр.

Механический редуктор

Редуктор коробки передач, скоростей и т.п., без учета зазоров, моментов инерции, крутильных жесткостей и трения, описывается уравнением:

$$\omega_{\text{вых}} = k_p \cdot \omega_{\text{вх}} \text{ или } \alpha_{\text{вых}} = k_p \cdot \alpha_{\text{вх}}, \quad (\text{Б8})$$

где k_p — коэффициент передачи редуктора; $\omega_{\text{вых}}, \alpha_{\text{вых}}$ — угловая скорость и угол поворота выходного вала; $\omega_{\text{вх}}, \alpha_{\text{вх}}$ — угловая скорость и угол поворота входного вала редуктора.

Электронный усилитель

Электронный усилитель значительной мощности описывается уравнением, которое учитывает его инерционность:

$$T_{\text{эп}} \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}} = k_{\text{эп}} \cdot U_{\text{вх}}, \quad (\text{Б9})$$

где $T_{\text{эп}}, k_{\text{эп}}$ — постоянная времени и коэффициент передачи (усиления) электронного усилителя; $U_{\text{вых}}, U_{\text{вх}}$ — выходное и входное напряжения соответственно.

Усилитель-преобразователь комплексного регулируемого электропривода

Усилитель-преобразователь комплексного электропривода состоит из преобразователя сменного тока большой мощности на базе тиристорных или транзисторных элементов и поэтому, в простейшем представлении, описывается уравнением:

$$T_{\text{ин}} \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}} = k_{\text{ин}} \cdot U_{\text{вх}}, \quad (\text{Б10})$$

где $T_{\text{ин}}, k_{\text{ин}}$ — постоянная времени и коэффициент передачи усилителя-преобразователя; $U_{\text{вых}}, U_{\text{вх}}$ — выходное и входное напряжения соответственно.

Электродвигатель постоянного тока

Электрический двигатель постоянного тока, с учетом электромагнитных процессов, описывается дифференциальным уравнением 2-го порядка:

$$T_{\text{э}} \cdot T_{\text{м}} \frac{d^2\omega}{dt^2} + T_{\text{э}} \frac{d\omega}{dt} = k_{\text{э}} \cdot U, \quad (\text{Б11})$$

где $T_{\text{э}}, T_{\text{м}}$ — электромагнитная и электромеханическая постоянные времени; $k_{\text{э}}$ — коэффициент передачи двигателя; U — напряжение питания якоря; ω — угловая скорость.

Гидроусилитель золотникового типа

Гидроусилитель в простейшем случае может быть описан линейным дифференциальным уравнением:

$$T_{\text{ин}} \frac{dQ}{dt} + Q = k_{\text{ин}} \cdot h, \quad (\text{Б12})$$

где $T_{\text{ин}}, k_{\text{ин}}$ — постоянная времени и коэффициент передачи гидроусилителя; Q — расход масла на выходе гидроусилителя; h — открытая щель золотника.

Двухкаскадный гидроусилитель с усилителем типа «сопло-заслонка» в первом каскаде

Математическая модель этого гидроусилителя должна учитывать инерционность двух каскадов усиления и в простейшем линейном представлении имеет вид:

$$T^2 \frac{d^2Q}{dt^2} + 2 \cdot \xi \cdot T \frac{dQ}{dt} + Q = k_{\text{ин}} \cdot h, \quad (\text{Б13})$$

где $T = I / \omega$ — постоянная времени; ξ — коэффициент демпфирования колебаний; k_m — коэффициент передачи гидравлического усилителя; h — входное перемещение заслонки первого каскада.

Гидродвигатель

Без учета динамических явлений 2-го порядка гидродвигатель описывается линейным дифференциальным уравнением 1-го порядка:

$$T_m \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_{\omega} \cdot Q, \quad (\text{Б14})$$

где T_m, k_{ω} — постоянная времени и коэффициент передачи гидравлического двигателя; Q — расход масла через гидродвигатель; ω — угловая скорость вала двигателя.

Гидроцилиндр

Гидравлический цилиндр без учета массы, трения, сжимаемости масла может быть описан следующим уравнением:

$$y_m = \frac{1}{F_m} \int dt, \quad (\text{Б15})$$

где F_m — полезная площадь поршня; y_m — перемещение штока; Q — расход масла через гидравлический цилиндр.

Асинхронный двигатель главного движения

В первом приближении без учета явлений 2-го порядка и в соответствии с линеаризованной моделью этот двигатель может быть представлен следующим дифференциальным уравнением, которое связывает момент M нагрузки на валу с током в цепи питания:

$$T_c \frac{dI}{dt} + I = k_c \cdot M, \quad (\text{Б16})$$

где T_c, k_c — постоянная времени и коэффициент передачи двигателя; M — момент нагрузки на валу; I — ток в цепи питания.

Электромеханический преобразователь

Это приспособление выполняет преобразования электрического сигнала на входе на перемещение исходного элемента и описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$T_m \frac{dh_{\text{max}}}{dt} + h_{\text{max}} = k_m \cdot U_m, \quad (\text{Б17})$$

где $T_{ин}$, $k_{ин}$ — постоянная времени и коэффициент передачи преобразователя; $U_{ин}$ — напряжение управления; $h_{ин}$ — перемещения исходного элемента.

Преобразователи (измерительные приборы) разных физических величин

Эти приборы предназначены для изготовления электрического сигнала в виде напряжения, которое пропорционально физической величине на входе. Они описываются следующим уравнением:

$$U_{вых} = k_v \cdot A_{вх}, \quad (Б18)$$

где k_v — коэффициент передачи измерительного прибора; $U_{вых}$ — выходное напряжение; $A_{вх}$ — входной измеренный физический параметр.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Раздел 1	
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ	
1.1 Технологическое оборудование, автоматическое управление и регулирование	5
1.2 Классификация автоматических систем	6
Раздел 2	
УРАВНЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ И АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	
2.1 Понятие динамического звена	20
2.2 Уравнения установившегося и переходного режимов звена	20
2.3 Линеаризация и форма записи дифференциальных уравнений	22
2.4 Передаточные функции звеньев	33
2.5 Временные и частотные характеристики	36
Раздел 3	
ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ СОЕДИНЕНИЙ ЗВЕНЬЕВ	
3.1 Понятие о функциональной и структурной схемах	40
3.2 Типовые соединения звеньев	44
Раздел 4	
ТИПОВЫЕ ЗВЕНЬЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	
4.1 Понятие о типовом звене	60
4.2 Безынерционное звено	60
4.3 Аperiodическое звено первого порядка	62
4.4 Колебательное звено	63
4.5 Дифференцирующие звенья	66
4.6 Интегрирующие звенья	68
4.7 Изоморфное звено	70
4.8 Звено чистого запаздывания	71
Раздел 5	
ЗАКОНЫ ФОРМИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ	
5.1 Понятие о законах управления и регулирования	72
5.2 Пропорциональное регулирование	72
5.3 Интегральное регулирование	75
5.4 Пропорционально-интегральное регулирование	76
5.5 Регулирование по производным	77

Раздел 6 УСТОЙЧИВОСТЬ И КАЧЕСТВО ЛИНЕЙНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

6.1	Понятие устойчивости систем	79
6.2	Логарифмические частотные характеристики системы (ЛЧХ). Анализ устойчивости по ЛЧХ	81
6.3	Критерий устойчивости Гурвица	92
6.4	Частотный критерий устойчивости Найквиста	94

Раздел 7 ПЕРЕХОДНАЯ ФУНКЦИЯ СИСТЕМЫ

7.1	Показатели качества переходного процесса	108
7.2	Построение графика переходной функции	110
7.2.1	Приближенное построение графика переходной функции с помощью типовых трапециевидных ВЧХ (высоко-частотных характеристик)	110
7.2.2	Определение переходной функции системы с помощью обратного преобразования Лапласа	115
7.3	Интегральные показатели качества	122

Раздел 8 ВЫБОР И РАСЧЕТ КОРРЕКТИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ

8.1	Методы выбора корректирующих устройств	125
8.1.1	Выбор параметров корректирующих устройств при помощи логарифмических амплитудных и фазовых частотных характеристик	125
8.1.2	Выбор и определение параметров последовательных корректирующих устройств	133
8.1.3	Выбор и расчет параметров параллельных корректирующих устройств (обратных связей)	135
8.1.4	Выбор и расчет параметров последовательных и параллельных корректирующих устройств	143
8.1.5	Расчет последовательного корректирующего устройства	147
8.1.6	Расчет параллельного корректирующего устройства	148

Раздел 9 РАСЧЕТ СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА

9.1	Задание на расчет	152
9.2	Выбор основных элементов схемы	153
9.3	Определение параметров основных элементов и составление структурной схемы главной цепи	153
9.4	Последовательность расчета	153
	Библиографический список	196
	Приложение А	198
	Приложение Б	221

По вопросам приобретения книг обращайтесь:
Отдел продаж «ИНФРА-М» (оптовая продажа):
127282, Москва, ул. Полярная, д. 31В, стр. 1
Тел. (495) 280-15-96; факс (495) 280-36-29
E-mail: books@infra-m.ru

Отдел «Книга—почтой»:
тел. (495) 280-15-96 (доб. 246)

ФЗ № 436-ФЗ	Изданию не подлежит маркировка в соответствии с п. 1 ч. 2 ст. 1
----------------	--

Учебное издание

*Братан Сергей Михайлович,
Левченко Елена Александровна,
Покинтелица Николай Иванович,
Харченко Александр Олегович*

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

Учебник

ООО «Издательский Дом «Вузовский учебник»
127247, Москва, ул. С. Ковалевской, д. 1, стр. 52
www.vuzbook.ru

ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М»
127282, Москва, ул. Полярная, д. 31В, стр. 1
Тел.: (495) 280-15-96, 280-33-86. Факс: (495) 280-36-29
E-mail: books@infra-m.ru <http://www.infra-m.ru>

Подписано в печать 07.09.2017.
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура *Newton*.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 14,25.
ППТ40. Заказ № 00000

ТК 633656-937360-280916

Отпечатано в типографии ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М»
127282, Москва, ул. Полярная, д. 31В, стр. 1
Тел.: (495) 280-15-96, 280-33-86. Факс: (495) 280-36-29