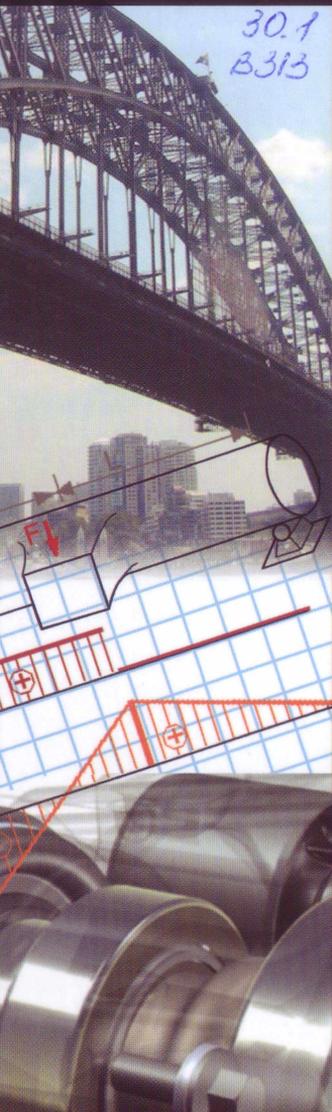


Федеральный комплект учебников



30.1
В.313



Профессиональное
образование

Общепрофессиональные
дисциплины

Л. И. Вереина

Техническая механика

Учебник



Л. И. ВЕРЕИНА

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Handwritten signature

УЧЕБНИК

Допущено

*Министерством образования и науки Российской Федерации
в качестве учебника для образовательных учреждений,
реализующих программы начального профессионального образования*

10-е издание, стереотипное

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«АКАДЕМИЯ»
МОСКВА



Москва
Издательский центр «Академия»
2015

УДК 539.3(075.32)
ББК 30.12я722
В313

Рецензент —
зам. директора по НПО ГОУ СПО Политехнический
колледж № 31 г. Москвы *Н. А. Божениук*

Вереина Л.И.

В313 Техническая механика : учебник для студ. учреждений сред.
проф. образования / Л. И. Вереина. — 10-е изд., стер. — М. :
Издательский центр «Академия», 2015. — 224 с.
ISBN 978-5-4468-1992-8

Учебник создан для профессий, связанных с металлообработкой.

Изложены основы теоретической механики, сопротивления материа-
лов, деталей и механизмов машин; даны примеры расчетов. Приведены
сведения об основных способах повышения механических свойств матери-
алов и тенденции развития конструкций машин и механизмов.

Для студентов учреждений среднего профессионального образования.
Может быть полезен для учащихся УПК машиностроительных предприя-
тий, а также при других формах обучения.

УДК 539.3(075.32)
ББК 30.12я722

*Оригинал-макет данного издания является собственностью
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом
без согласия правообладателя запрещается*

© Вереина Л. И., 2006

© Образовательно-издательский центр «Академия», 2012

ISBN 978-5-4468-1992-8 © Оформление. Издательский центр «Академия», 2012

ОСНОВНЫЕ ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

| | | |
|----------------|---|---|
| A | — | работа |
| a | — | линейное ускорение |
| E | — | модуль упругости I рода |
| F | — | сила |
| f | — | коэффициент трения скольжения |
| G | — | модуль упругости II рода (модуль упругости при сдвиге) |
| HRC, HB, HV | — | обозначение твердости соответственно по Роквеллу (шкала C), Бринеллю и Виккерсу |
| i | — | передаточное отношение |
| J | — | момент инерции |
| k | — | коэффициент трения качения |
| L | — | момент количества движения |
| M | — | момент |
| m | — | масса |
| N | — | мощность |
| n | — | коэффициент запаса |
| P | — | шаг резьбы |
| S | — | площадь поперечного сечения |
| s_x | — | статический момент относительно оси x |
| T | — | кинетическая энергия |
| t | — | шаг цепи |
| U | — | перемещение |
| u | — | передаточное число |
| v | — | линейная скорость |
| W_p | — | полярный момент сопротивления |
| z | — | число зубьев |
| ε | — | угловое ускорение |
| η | — | коэффициент полезного действия |
| μ | — | коэффициент Пуассона |
| σ | — | нормальное напряжение |
| τ | — | касательное напряжение |
| ω | — | угловая скорость |

Механика — одна из древнейших наук. Она развивалась вместе с эволюцией человечества, своевременно отвечая на многочисленные запросы практики. В древности не существовало деления науки по отраслям знаний, поэтому механика являлась составной частью науки о природе и обществе. И только после Аристотеля (384—322 гг. до н. э.) начинается выделение частных наук из общего естествознания.

В древнем Египте при строительстве пирамид уже пользовались рычагами, наклонными плоскостями, блоками. Эмпирические знания, накопленные человечеством, помогли установить законы механики.

Основоположником механики как науки считают Архимеда (ок. 287—212 гг. до н. э.); он дал точное решение задач о равновесии сил, приложенных к рычагу, об определении центра тяжести тел.

В эпоху Возрождения (XIV—XVI вв.) большой вклад в развитие механики внес знаменитый итальянский художник, ученый и инженер Леонардо да Винчи (1452—1519). Он изучал трение скольжения, движение падающего тела, впервые ввел понятие момента силы.

Благодаря великому открытию польского каноника и астронома Николая Коперника (1473—1543) был совершен переворот в естествознании: на смену геоцентрической системе Птолемея пришла гелиоцентрическая система мира. На основании учения Коперника немецкий математик и астроном Иоганн Кеплер (1571—1630) сформулировал три закона движения планет. Основателями основ динамики считаются итальянец Галилео Галилей (1564—1642) и англичанин Исаак Ньютон (1643—1727), открывший закон всемирного тяготения.

В XVIII в. были разработаны общие принципы классической механики. К этому же времени относятся исследования по механике твердого тела, гидродинамике и небесной механике.

В России в 1725 г. по инициативе Петра I была образована Российская академия наук. Большое влияние на развитие теоретической механики оказали труды академика М. В. Ломоносова (1711—1765), а также знаменитого математика, астронома и физика, швейцарца по происхождению, Леонарда Эйлера (1707—1783), проработавшего в Российской академии наук более 30 лет. Среди

его многочисленных работ в области математики, гидромеханики и небесной механики следует отметить исследования по механике твердого и упругого тела. Эйлер заложил первые кирпичики в фундамент только зарождавшихся наук — сопротивления материалов и теории упругости.

В XVIII—XIX вв. большой вклад в изучение механики внесли отец и сын Иоганн и Даниил Бернулли, Жан Д’Аламбер, Жозеф Лагранж — все они были иностранными почетными членами Российской академии наук. В работах французских ученых П. Вариньона и Л. Пуансо наряду с динамикой получила дальнейшее развитие и статика.

Огромное значение для дальнейшего развития механики имели работы отечественных ученых XIX и XX вв.: М. В. Остроградского, П. Л. Чебышева, С. В. Ковалевской, А. М. Ляпунова, И. В. Мещерского, К. Э. Циолковского, А. Н. Крылова, Н. Е. Жуковского и др.

Современное развитие машиностроения требует решения специальных задач. Бурно развивается наука о прочности и деформируемости элементов сооружений и деталей машин — сопротивление материалов. В отличие от теоретической механики сопротивление материалов рассматривает задачи, в которых наиболее существенными являются свойства деформируемых тел. Законы движения абсолютно твердого тела отступают на второй план. В то же время вследствие общности основных положений сопротивление материалов может рассматриваться как раздел механики, называемый механикой деформируемых тел.

В курсе «Детали машин» на базе теоретической механики и сопротивления материалов изучают особенности расчета и принципы конструирования отдельных элементов и простейших соединений машин.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

1.1. Основные понятия и аксиомы статики

Теоретическая механика — это наука, в которой изучается механическое движение тел и устанавливаются общие законы этого движения. Теоретическая механика разделяется на статику, кинематику и динамику.

Статика — это раздел теоретической механики, в котором изучаются законы приведения и условия равновесия сил, действующих на материальные точки. Встречающиеся в природе материальные тела обладают способностью под действием приложенных сил в той или иной мере деформироваться, т. е. менять форму вследствие изменения взаимного расположения образующих их частиц. Однако у большинства твердых тел (металлов, дерева) в нормальных условиях эти деформации пренебрежимо малы. Учет их приобретает практическое значение только при определении прочности соответствующих конструкций. Эти вопросы изучает наука о сопротивлении материалов. При рассмотрении же общих условий равновесия деформациями большинства твердых тел в первом приближении можно пренебречь. В связи с этим в механике вводится понятие абсолютно твердого тела.

Абсолютно твердым телом называется тело, расстояние между любыми двумя точками которого всегда остается неизменным. На рис. 1.1 расстояние $AB = \text{const}$.

В статике мы будем рассматривать все тела как абсолютно твердые, в дальнейшем для краткости называя их твердыми телами или просто телами.

Абсолютно твердое тело, размерами которого можно пренебречь, мысленно сосредоточив всю массу этого тела в точке, называется *материальной точкой*. Например, движение спутника вокруг планеты можно рассматривать как движение материальной точки, так как размеры спутника ничтожно малы по сравнению с размерами планеты.

Другим основным понятием в статике является сила. *Силой* называется векторная величина, представляющая собой меру механического воздействия одних тел на другие. Что же такое механическое воздействие?

Механическим воздействием называется такое взаимодействие материальных тел, в результате

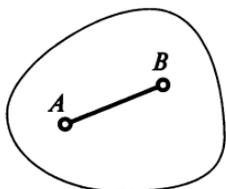


Рис. 1.1

которого с течением времени происходит изменение взаимного положения этих тел в пространстве (механическое движение) или изменение взаимного положения частиц этих тел (деформация). Например, при штамповке деталей верхний штамп, падая, останавливается в результате взаимодействия с нижним штампом. Если же между ними положить заготовку, то в результате такого же взаимодействия происходит деформация заготовки.

Итак, сила \vec{F} как векторная величина имеет модуль F , точку приложения A и направление (линию действия силы) (рис. 1.2). Проекции вектора силы \vec{F} на оси координат определяются следующим образом. На векторе силы \vec{F} строят прямоугольный треугольник, катеты которого параллельны осям Ox и Oy , а гипотенузой является сила F . Катет, параллельный оси Ox , будет равен проекции этой силы на эту ось:

$$F_x = F \cos \alpha.$$

Катет, параллельный оси Oy , будет равен проекции силы \vec{F} на эту ось:

$$F_y = F \cos \beta.$$

Модуль вектора \vec{F} , т.е. значение силы, определяется по теореме Пифагора:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}.$$

Системой сил называется совокупность нескольких сил, действующих на данное тело. Две системы называются *эквивалентными*, если, действуя на одно и то же твердое тело, они производят одинаковое механическое воздействие.

Силы, действующие на частицы тела со стороны других материальных тел, называются *внешними силами*. Силы, действующие на частицы данного тела со стороны других частиц этого же тела, называются *внутренними силами*.

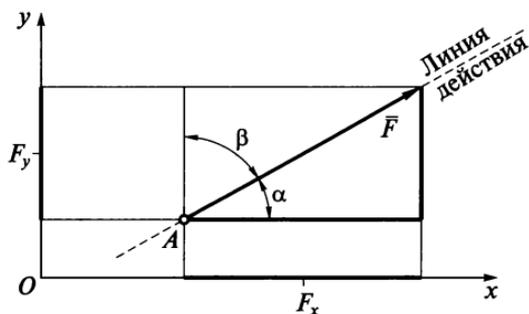


Рис. 1.2

Если под действием данной системы сил свободное тело может находиться в покое, то такая система сил называется *уравновешенной*, или *системой, эквивалентной нулю*.

Если система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется *равнодействующей* данной системы сил.

Сила, приложенная к телу в какой-нибудь одной точке, называется *сосредоточенной* силой. Силу, действующую на определенную часть поверхности тела, называют *распределенной*.

Все теоремы и уравнения статики базируются на нескольких исходных положениях, принимаемых без математических доказательств и называемых аксиомами. Аксиомы статики представляют собой результат знаний, накопленных человечеством, и отражают объективные процессы. Справедливость этих аксиом подтверждается многочисленными опытами и наблюдениями.

Аксиома 1. Две силы (\vec{F}_1 и \vec{F}_2), действующие на свободное абсолютно твердое тело, находятся в равновесии тогда и только тогда, когда они равны по модулю и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны (рис. 1.3).

Аксиома 2. Действие данной системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или от нее отнять уравновешенную систему сил.

Следствие из аксиом 1 и 2. Точку приложения силы, действующей на абсолютно твердое тело, можно переносить вдоль ее линии действия в любую другую точку тела.

Предположим, что в точке A к твердому телу приложена сила \vec{F} (рис. 1.4). Приложим в точке B две силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , равные по модулю силе \vec{F} и направленные по ее линии действия в противоположные стороны. По аксиоме 2 можно отбросить уравновешенную систему сил \vec{F}_2 и \vec{F} . В результате на тело теперь действует сила \vec{F}_1 , равная силе \vec{F} , но приложенная в точке B .

Аксиома 3. Две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, являющуюся диагональю параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах. Вектор \vec{R} (рис. 1.5) представляет собой геометрическую сумму векторов \vec{F}_1 и \vec{F}_2 :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

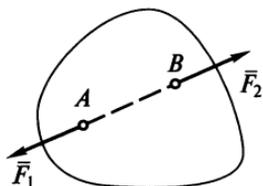


Рис. 1.3

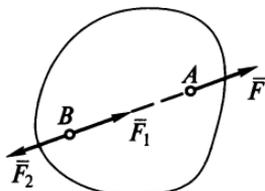


Рис. 1.4

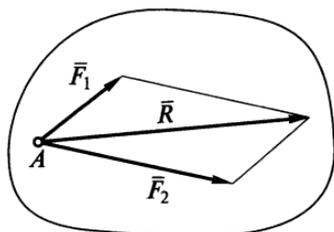


Рис. 1.5

Из аксиомы 3 следует, что равнодействующая двух сил, приложенных в одной точке, равна их *геометрической сумме* и приложена в той же точке.

Аксиома 4. Два материальных тела действуют друг на друга с силами, равными по величине и противоположно направленными. Такая система сил не является уравновешенной, так как силы приложены к разным телам.

Аксиома 5. Если деформируемое тело находится в равновесии под действием данной системы сил, то равновесие не нарушится, если тела станут абсолютно твердыми.

Эта аксиома называется аксиомой затвердевания. Из аксиомы 5 следует, что это условие, являясь необходимым и для абсолютно твердого тела, и для деформируемого, не является для последнего достаточным. В разд. 2 будет рассматриваться достаточность равновесия деформируемых тел.

1.2. Связи и их реакции

Тело, которое может совершать любые перемещения в пространстве, называется *свободным*; примером свободного тела может служить самолет или снаряд, летящие в воздухе. В различного рода сооружениях и конструкциях мы обычно встречаемся с телами, на перемещения которых наложены ограничения. Такие тела называются *несвободными*. Тело, ограничивающее свободу движения твердого тела, является по отношению к нему *связью*. Если приложенные к телу силы будут стремиться сдвинуть его по тому или иному направлению, а связь препятствует такому перемещению, то тело будет воздействовать на связь с *силой давления на связь*.

По аксиоме 4 статики связь будет действовать на тело с такой же силой, но противоположно направленной. Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя тому или иному перемещению, называется *силой реакции* связи.

Из изложенного следует **принцип освобожденности** твердого тела от связи, или **аксиома связи**: всякое несвободное тело (рис. 1.6, а) можно рассматривать как свободное, если мысленно отбросить наложенные на тело связи и приложить вместо них силы реакции этих связей (рис. 1.6, б). На рис. 1.6 mg — вес тела, N — реакция связей.

Силы, действующие на тела, будем разделять на заданные, или активные силы, и реакции связей, или пассивные силы.

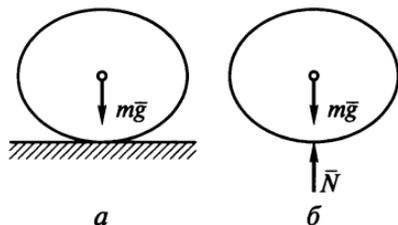


Рис. 1.6

Модуль и направление каждой *активной силы* известны заранее и не зависят от действия других приложенных к данному телу сил. Примерами активных сил могут служить мускульная сила человека, сила тяжести, сила сжатой пружины.

Реакции связи на покоящееся тело возникают лишь в тех случаях, когда это тело под действием активных сил оказывает давление на связь, поэтому они и называются *пассивными силами*. По аксиоме связи реакция связи направлена в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу. Следовательно, если известно, в каком направлении связь препятствует перемещению твердого тела, то известно и направление реакции связи.

Рассмотрим наиболее часто встречающиеся типы связей.

1. Гладкая поверхность или плоскость. Гладкой будем называть такую поверхность, на которой в первом приближении можно пренебречь трением. Связь в виде гладкой поверхности не дает телу перемещаться только в одном направлении — перпендикулярном к этой поверхности. Поэтому реакция гладкой поверхности \vec{N} направлена по нормали к этой поверхности и приложена к телу в точке касания (см. рис. 1.6, б). На рис. 1.6, б тело изображено освобожденным от связи.

В дальнейшем при рассмотрении равновесия несвободного тела реакцию связи будем изображать так, как показано на рис. 1.7. На этом рисунке приведены связи в виде *гладких выпуклой* (рис. 1.7, а) и *вогнутой* (рис. 1.7, в) поверхностей, а на рис. 1.7, б — в виде *плоской гладкой* поверхности.

2. Гладкая опора. Связь, осуществленная в виде гладкой опоры, не дает телу перемещаться в направлении, перпендикулярном к поверхности тела в точке опоры (рис. 1.8). Видно, что реакция гладкой опоры направлена по нормали к опирающейся поверхности и приложена к телу в точках касания *A* и *B*.

3. Н и т ь. Связь, осуществляемая в виде гибкой нити (рис. 1.9), не позволяет телу удаляться от точки *A*, поэтому реакция связи *T* всегда направлена вдоль нити к точке ее закрепления.

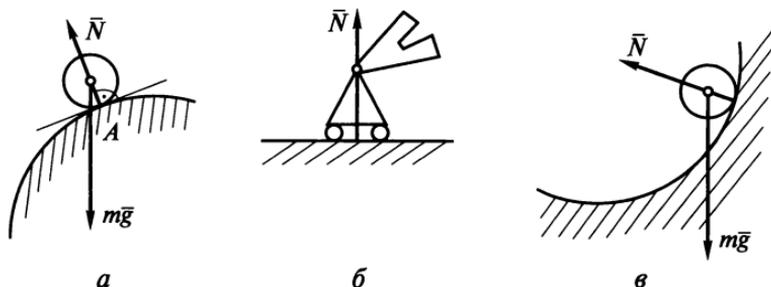


Рис. 1.7

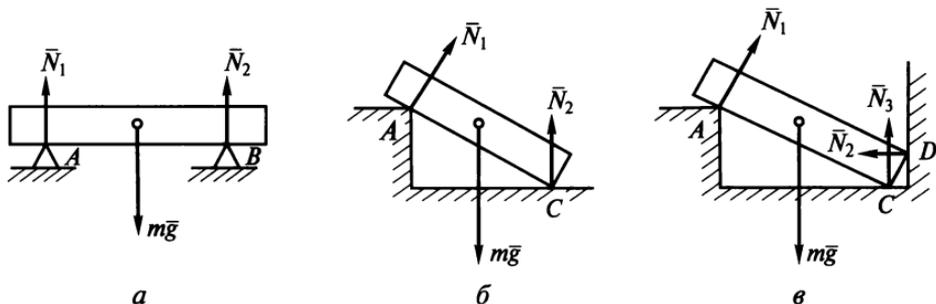


Рис. 1.8

4. Цилиндрический шарнир. На рис. 1.10 изображена шарнирно-неподвижная опора вала, ось которого проходит через шарнир A перпендикулярно к плоскости чертежа. Цилиндрический шарнир A допускает вращение вала, но препятствует его перемещению в плоскости xOy . Поэтому реакция цилиндрического шарнира \bar{R} расположена в плоскости, перпендикулярной оси возможного вращения, и ее направление определяют две взаимно перпендикулярные проекции на оси Ox и Oy .

5. Невесомый стержень. Жесткий невесомый (массой его пренебрегают) стержень, шарнирно прикрепленный к телу (рис. 1.11, a), испытывает действие только двух сил, приложенных в шарнирах A и B (рис. 1.11, $б$). Как и вся конструкция, стержень AB находится в равновесии. Если стержень находится в равновесии под действием двух сил, то в соответствии с аксиомой 1 статики эти силы должны быть равны по модулю, но противоположно направлены по одной линии действия, т.е. $\bar{R}_1 = -\bar{R}_2$, а их модули $R_1 = R_2 = R$.

В отличие от нити стержень может действовать на тело в двух направлениях, испытывая либо сжатие (см. рис. 1.11, $б$), либо растяжение.

6. Жесткая заделка. Заделка (рис. 1.12) исключает возможность любых перемещений вдоль осей Ox и Oy , а также поворот в плос-

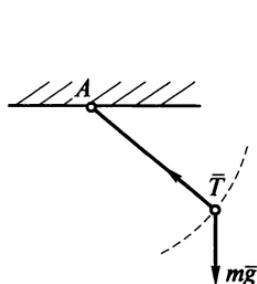


Рис. 1.9

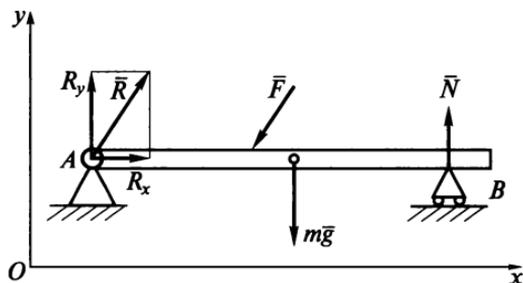


Рис. 1.10

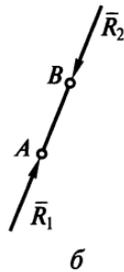
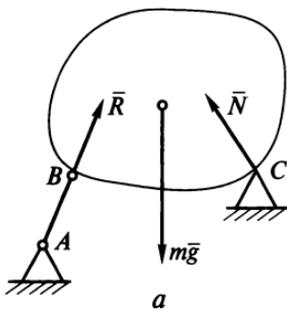


Рис. 1.11

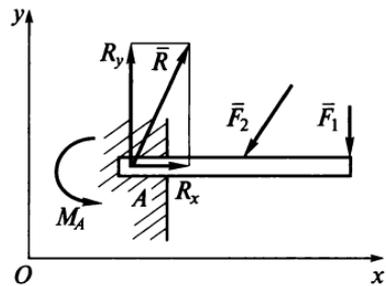


Рис. 1.12

кости xOy . Поэтому такая связь при освобождении тела от связи будет заменяться реакцией \bar{R} (или ее проекциями R_x и R_y и моментом в заделке M_A).

1.3. Плоская система сил

Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости, называется *плоской*. На плоскости могут быть приложены произвольно расположенные силы, пары сил и силы, сходящиеся в одной точке.

Равновесие системы сходящихся сил. *Сходящимися* называются силы, линии действия которых пересекаются в одной точке (рис. 1.13, а). Существуют два метода сложения пересекающихся сил: геометрический (рис. 1.13, б) и аналитический (рис. 1.13, в).

Геометрический метод сложения сходящихся сил. От произвольной точки O откладываем вектор, равный силе \bar{F}_1 ; от конца \bar{F}_1 откладываем вектор, равный силе \bar{F}_2 , и т. д. (см. рис. 1.13, а, б). Затем, соединяя начало вектора \bar{F}_1 с концом последнего \bar{F}_4 , получаем равнодействующую всех сил. Построенная фигура называется *силовым многоугольником*.

Аналитический метод сложения сходящихся сил. Проектируя векторное равенство $\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 = \bar{R}$ на оси координат (см. рис. 1.13, в), получим два алгебраических равенства:

$$F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = R_x;$$

$$F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = R_y,$$

или

$$F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + F_3 \cos \alpha_3 = R \cos \alpha;$$

$$F_1 \cos \beta_1 - F_2 \cos \beta_2 - F_3 \cos \beta_3 = -R \cos \beta.$$

С учетом того, что $R \cos \alpha = R_x$, $R \cos \beta = R_y$, определим значение равнодействующей всех сходящихся сил

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

и направление вектора \bar{R}

$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R}; \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R}.$$

Условием равновесия системы сходящихся сил является равенство нулю модуля равнодействующей \bar{R} , т.е. силовой многоугольник должен быть замкнутым (при геометрическом способе сложения) или (аналитически) проекции равнодействующей силы на оси координат должны быть равны нулю ($R_x = R_y = 0$). Отсюда для плоской системы сходящихся сил получим два уравнения равновесия этих сил:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad \sum F_{iy} = 0.$$

Следовательно, для равновесия системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций всех сил на каждую из осей координат была равна нулю.

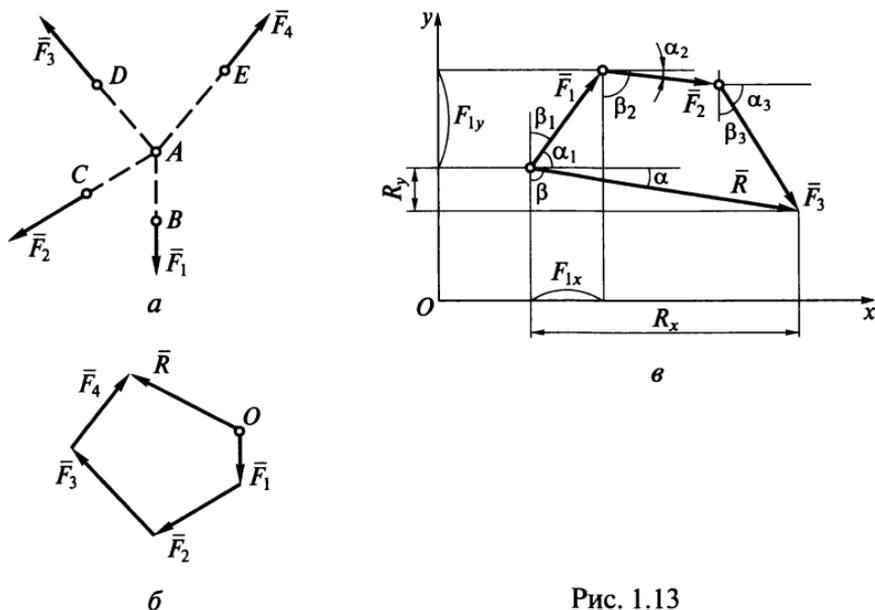


Рис. 1.13

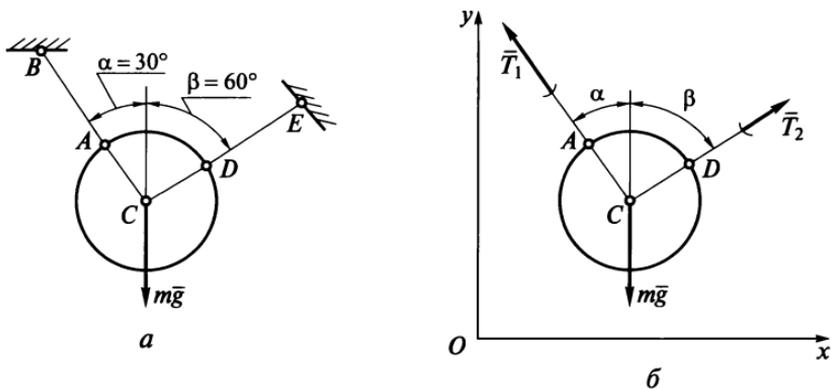


Рис. 1.14

Пример 1.1.

Определить натяжение нитей, удерживающих тело весом 5 Н в равновесии (рис. 1.14, а).

Решение.

При решении задач статики необходимо придерживаться определенной последовательности. В данном примере подробно изложен порядок решения задач такого типа.

1. Сделать схематический чертеж конструкции. Выбрать объект (стержень, твердое тело и т.п.), равновесие которого следует рассмотреть, причем исходные и заданные величины должны быть с ним связаны. В этой задаче исходные данные (вес, углы α и β) и искомые величины (натяжения нитей) связаны с телом весом 5 Н, т.е. оно является *объектом равновесия*.

2. Освободиться от связей и приложить к рассматриваемому объекту равновесия все активные и пассивные силы. К этому этапу решения задачи следует относиться особенно внимательно. Уравнения равновесия, изучаемые в статике, приводятся только для свободных тел. Поэтому следует хорошо обдумать, какие реакции связей при освобождении от последних нужно проставить на чертеже.

В данном случае связями являются нити AB и DE . При освобождении от связей заменяем их соответственно натяжениями \bar{T}_1 и \bar{T}_2 (рис. 1.14, б).

3. Проанализировать полученную систему сил. Тело находится в равновесии под действием плоской системы сходящихся сил (линии их действия пересекаются в центре шара). Для такой системы сил имеются два уравнения равновесия. Число неизвестных в этих уравнениях также равно двум, следовательно, задача статически определима.

4. Записать условия равновесия в векторной (графической) или аналитической форме. Найти неизвестные величины.

В данной задаче используем аналитический метод решения. Записываем уравнения равновесия плоской системы сходящихся сил:

$$\sum_{i=1}^3 F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^3 F_{iy} = 0;$$

$$-T_1 \cos 60^\circ + T_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$T_1 \cos 30^\circ + T_2 \cos 60^\circ - mg = 0.$$

Решив полученную систему уравнений, определим натяжение нитей:

$$T_1 = 4,34 \text{ Н}; T_2 = 2,5 \text{ Н}.$$

Момент силы относительно точки. Сила, действующая на тело, может не только смещать его, но и поворачивать вокруг какой-нибудь точки. Пусть сила \vec{F} , приложенная в точке A , стремится повернуть тело вокруг точки O (рис. 1.15). Поскольку силу можно переносить по линии ее действия, то вращательный эффект этой силы не будет зависеть от того, в какой точке эта сила приложена, а будет зависеть от расстояния h от точки O до линии действия силы.

Моментом силы F относительно некоторого центра O называется величина, равная произведению силы на кратчайшее расстояние от точки O до линии действия силы и взятая с соответствующим знаком. Знак «плюс» соответствует моменту силы, которая стремится повернуть тело вокруг точки O против хода часовой стрелки (см. рис. 1.15, *а*), а знак «минус» ставится, если сила стремится повернуть тело по направлению движения часовой стрелки (см. рис. 1.15, *б*). Если линия действия силы проходит через точку, то момент силы относительно этой точки равен нулю.

Перпендикуляр h , опущенный из точки O на линию действия силы \vec{F} , называется ее *плечом относительно центра O* .

Пара сил. Система двух равных по модулю, параллельных и противоположно направленных сил, приложенных к телу в двух разных точках (рис. 1.16, *а*), называется *парой сил*.

Плечом пары h называется кратчайшее расстояние между линиями действия сил, составляющих пару. *Моментом пары сил* называется взятое со знаком «плюс» или «минус» произведение модуля одной из сил на плечо пары.

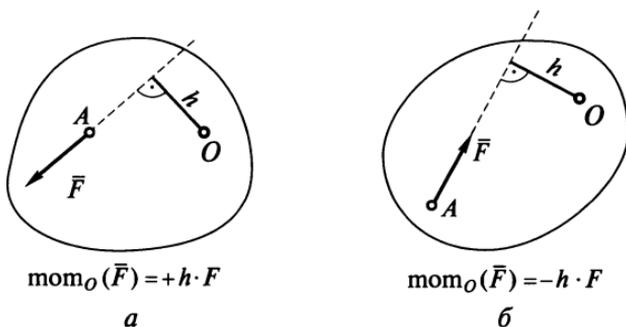


Рис. 1.15

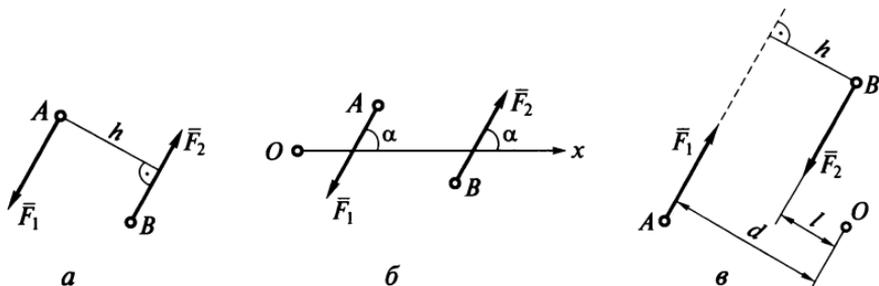


Рис. 1.16

Свойства пары сил. 1. Сумма проекций на любую ось сил, образующих пару, равняется нулю (рис. 1.16, б):

$$F_2 \cos \alpha - F_1 \cos \alpha = 0.$$

Следовательно, пару сил нельзя заменить равнодействующей.

Пример 1.2.

Вычислить моменты пар сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 (см. рис. 1.16, а и в), учитывая что $F_1 = F_2 = F$.

Решение.

Момент пары сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , представленных на рис. 1.16, а:

$$\text{mom}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = +F_1 h = +Fh.$$

Момент пары сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , представленных на рис. 1.16, в:

$$\text{mom}(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = -F_1 h = -Fh.$$

2. Сумма моментов сил, образующих пару, относительно любой точки плоскости, в которой расположена пара, равняется моменту пары (см. рис. 1.16, в):

$$\text{mom}_O(\vec{F}_1) = -F_1 d = -Fd;$$

$$\text{mom}_O(\vec{F}_2) = +F_1 l = +Fl;$$

$$\text{mom}_O(\vec{F}_1) + \text{mom}_O(\vec{F}_2) = -Fd + Fl = -(d - l)F = -Fh.$$

Приведение плоской системы сил к заданному центру. Пусть на твердое тело действует система сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ (рис. 1.17, а).

Приложим в точке O по две уравновешенные силы, одна из которых будет равна по модулю и параллельна заданной:

$\bar{F}'_1 = \bar{F}_1, \dots, \bar{F}'_n = \bar{F}_n$, а другая — равна, но направлена в противоположную сторону: $\bar{F}''_1 = -\bar{F}_1, \dots, \bar{F}''_n = -\bar{F}_n$.

Теперь на тело действуют: система сходящихся сил $\bar{F}'_1, \bar{F}'_2, \dots, \bar{F}'_n$ и система пар сил с моментами $m_1 = \text{мом}(\bar{F}_1, \bar{F}''_1)$, $m_2 = \text{мом}(\bar{F}_2, \bar{F}''_2)$, ..., $m_n = \text{мом}(\bar{F}_n, \bar{F}''_n)$. Систему сходящихся сил заменяем равнодействующей (рис. 1.17, б): $\bar{R} = \bar{F}'_1 + \bar{F}'_2 + \dots + \bar{F}'_n$ или (что вытекает из равенства $\bar{F}_1 = \bar{F}'_1$ и т. д.) $\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n$. В соответствии со вторым свойством пары сил найдем алгебраическую сумму моментов всех пар:

$$M_O = m_1 + m_2 + \dots + m_n.$$

Результат этих преобразований сформулирован в **лемме Пуансо**: произвольную плоскую систему сил можно заменить одной силой, равной геометрической сумме всех сил, приложенных в произвольно выбранном центре, и моментом, равным алгебраической сумме моментов присоединенных пар.

Полученная в результате приведения сила \bar{R} называется *результатирующей силой* (она не является равнодействующей для заданной системы сил, так как не заменяет их действия), а M_O — *результатирующим моментом*.

В теоретической механике приняты следующие **определения**:

1. Точка O называется *центром приведения*.
2. Вектор \bar{R} , равный геометрической сумме всех сил, является *главным вектором*. Его значение не зависит от выбора центра приведения, т.е. \bar{R} — инвариантная величина.
3. Момент M_O , равный алгебраической сумме моментов присоединенных пар, называется *главным моментом*; его значение зависит от выбора центра приведения.

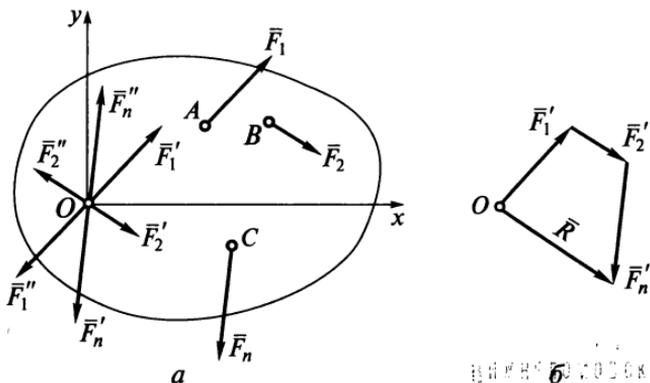


Рис. 1.17

ВНИМАНИЕ! КОСОВСКАЯ ФИЛИАЛ
 «ОДНОВЕРСТОВЫЙ»
 ГОСУНИВЕРСИТЕТ»

Частные случаи приведения:

1) $\bar{R} = 0$, $M_O = 0$ — плоская система сил находится в равновесии;

2) $\bar{R} = 0$, $M_O \neq 0$ — система сил приводится к паре с моментом, равным алгебраической сумме моментов всех сил относительно центра приведения. В этом случае главный момент не зависит от центра приведения;

3) $\bar{R} \neq 0$, $M_O = 0$ — система сил приводится к одной равнодействующей силе, приложенной в точке O ; главный вектор в этом случае является равнодействующей, так как он один заменяет совокупность действующих сил;

4) $\bar{R} \neq 0$, $M_O \neq 0$ — система сил может быть заменена одной равнодействующей силой, приложенной в новом центре приведения, расположенном от прежнего на расстоянии $d = M_O/R$.

Аналитические условия равновесия плоской системы сил. Необходимыми и достаточными условиями равновесия является равенство нулю главного вектора и главного момента:

$$\bar{R} = 0 \text{ и } M_O = 0.$$

Спроектировав вектор \bar{R} на оси координат, получим

$$R_x = 0 \text{ и } R_y = 0, \text{ так как } R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}.$$

Зная, что $R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}$ и $R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}$, получим аналитические условия равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_O(\bar{F}_i) = 0.$$

Часто эти уравнения называют *основными уравнениями равновесия*. В зависимости от расположения сил иногда целесообразно составлять условия равновесия в виде двух уравнений моментов и одного уравнения проекций:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_A(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_B(\bar{F}_i) = 0.$$

В этом случае ось Ox не должна быть перпендикулярна AB .

Можно записать уравнения равновесия в виде трех уравнений моментов относительно трех точек A , B и C , не лежащих на одной прямой:

$$\sum_{i=1}^n \text{mom}_A(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_B(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_C(\bar{F}_i) = 0.$$

Пример 1.3.

На ферму весом 100 кН действует ветер с силой $F = 20$ кН. Определить реакции опор.

Решение.

1. За объект равновесия выбираем ферму.
2. Освобождаемся от связей и заменяем их действие реакциями (рис. 1.18).
3. В результате анализа полученной системы сил устанавливаем, что ферма находится в равновесии под действием произвольной плоской системы сил. Следовательно, существуют три уравнения равновесия. Составив число неизвестных искомых величин N_B , X_A и Y_A с числом уравнений, делаем заключение, что система статически определимая.
4. Записываем уравнения равновесия для конкретной задачи:

$$\sum_{i=1}^5 F_{ix} = 0; N_B \cos 60^\circ + X_A - 20 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^5 F_{iy} = 0; N_B \cos 30^\circ + Y_A - 100 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^5 \text{mom}_B(F_i) = 0; -100 \cdot 10 + Y_A \cdot 20 + 20 \cdot 4 = 0.$$

5. Решая полученную систему уравнений, определяем:

$$Y_A = 46 \text{ кН}; N_B = 62,4 \text{ кН}; X_A = -11,2 \text{ кН}.$$

Реакция X_A получилась со знаком «минус»; это означает, что фактическое ее направление противоположное.

Пример 1.4.

Мост состоит из двух частей, связанных между собой цилиндрическим шарниром C и прикрепленных к береговым устоям шарнирами A и B . Вес каждой части моста $G_1 = G_2 = 130$ кН, их центры тяжести расположены на расстоянии 1,5 м от каждой опоры и находятся в точках D и E . На мост воздействуют силы F_1 и F_2 от грузов, лежащих на мосту. Вес этих грузов $F_1 = 10$ кН и $F_2 = 40$ кН. Размеры моста и расположение грузов

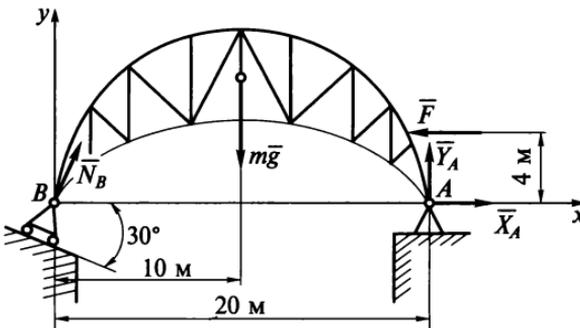


Рис. 1.18

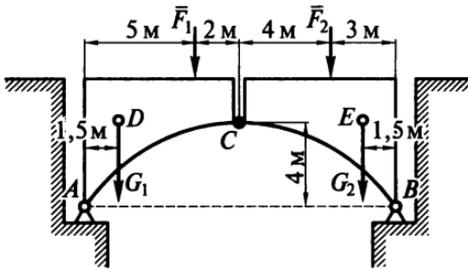
указаны на рис. 1.19, а. Определить давление в шарнире С и реакции в опорах А и В.

Решение.

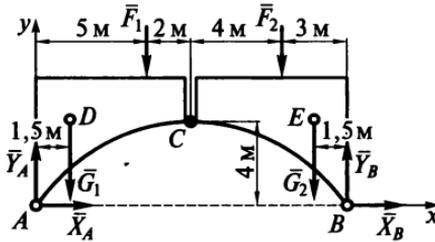
1. Выбор объекта равновесия. Если за объект равновесия выбрать мост, то, освободившись от связей — шарниров А и В, — будем иметь четыре неизвестных реакции X_A, Y_A, X_B, Y_B . Эти четыре неизвестные силы нельзя определить из трех уравнений равновесия плоской системы сил, приложенных к мосту, рассматриваемому как одно тело (рис. 1.19, б). Поэтому за объекты равновесия выберем левую и правую части моста, соединенные шарниром С, произведя его расчленение (рис. 1.19, в).

В число внешних сил, действующих на каждую часть моста, войдут реакции отброшенной части $\bar{X}_C = -\bar{X}'_C$ и $\bar{Y}_C = -\bar{Y}'_C$, приложенные в точке С, которые для всего моста являются внутренними силами.

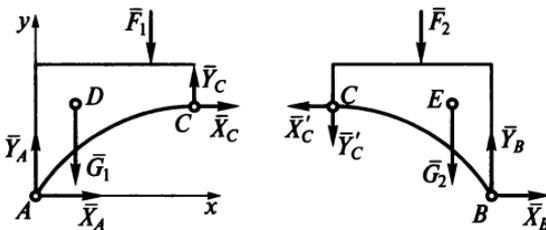
2. Для плоской системы сил, приложенных к каждой части моста, можно составить по три уравнения равновесия и из шести уравнений определить шесть неизвестных величин: X_A, Y_A, X_B, Y_B, X_C и Y_C . Следовательно, задача статически определяемая.



а



б



в

Рис. 1.19

3. Записываем уравнения равновесия плоской системы сил. В этой задаче система шести уравнений получается проще, если сначала составить три уравнения равновесия сил, приложенных ко всему мосту, рассматриваемому как одно тело, а потом — уравнения равновесия сил, приложенных к одной части.

Рассматриваем равновесие сил, приложенных к мосту, как к одному телу, и составляем уравнения равновесия плоской системы сил:

$$\sum_{i=1}^n \text{mom}_A(\bar{F}_i) = 0; \quad -G_1 \cdot 1,5 - F_1 \cdot 5 - F_2 \cdot 11 - G_2 \cdot 12,5 + Y_B \cdot 14 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad X_A + X_B = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad Y_A + Y_B - G_1 - F_1 - F_2 - G_2 = 0.$$

Подставляем исходные данные в эти уравнения и определяем неизвестные реакции:

$$-130 \cdot 1,5 - 10 \cdot 5 - 40 \cdot 11 - 130 \cdot 12,5 + Y_B \cdot 14 = 0, \text{ откуда } Y_B = 165 \text{ кН};$$

$$X_A + X_B = 0;$$

$$Y_A + 165 - 130 - 10 - 40 - 130 = 0, \text{ откуда } Y_A = 145 \text{ кН}.$$

Теперь рассмотрим равновесие сил, приложенных к левой части моста:

$$\sum_{i=1}^n \text{mom}_C(\bar{F}_i) = 0; \quad F_1 \cdot 2 + G_1 \cdot 5,5 + X_A \cdot 4 - Y_A \cdot 7 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad Y_A - F_1 - G_1 + Y_C = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad X_A + X_C = 0.$$

Подставляем исходные данные и определяем оставшиеся неизвестные реакции связей:

$$10 \cdot 2 + 130 \cdot 5,5 + X_A \cdot 4 - 145 \cdot 7 = 0, \text{ откуда } X_A = 70 \text{ кН};$$

$$145 - 10 - 130 + Y_C = 0, \text{ откуда } Y_C = -5 \text{ кН};$$

$$70 + X_C = 0, \text{ откуда } X_C = -70 \text{ кН}.$$

Знаки «минус» при значениях X_C и Y_C показывают, что истинные направления векторов сил \bar{X}_C и \bar{Y}_C , приложенных в шарнире C и действующих на левую часть моста, противоположны показанным на рис. 1.19, в. Следовательно, истинные направления векторов сил \bar{X}_C и \bar{Y}_C , приложенных к правой части моста, также имеют другое направление.

Теперь можно определить реакцию X_B . Подставляем значение реакции X_A во второе уравнение равновесия системы сил, приложенных к мосту как единому телу:

$$70 + X_B = 0, \text{ откуда } X_B = -70 \text{ кН.}$$

Реакция X_B получилась со знаком «минус»; это означает, что фактическое ее направление противоположное.

1.4. Элементы теории трения

Давно известно, что если двигать одно тело по поверхности другого, в плоскости соприкосновения возникает сила сопротивления относительно скольжению этих тел. Впервые явления трения исследовал Леонардо да Винчи. Точное определение силы трения с учетом всех факторов, от которых она зависит, представляет столь сложную задачу, что до сих пор не удается найти полного теоретического решения. Поэтому при изучении законов трения приходится опираться на результаты экспериментов.

Итак, **законы трения** были найдены опытным путем и в 1771 г. сформулированы французским ученым Шарлем Огюстом Кулоном.

1. Сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ направлена в сторону, противоположную относительной скорости скольжения \vec{v} (рис. 1.20).
2. Сила трения не зависит от площади трущихся поверхностей.
3. Модуль силы трения пропорционален нормальной реакции связи.

Различают силу трения при покое и при движении:

$$F_{\text{тр}} \leq f_0 N \text{ — сила трения покоя;}$$

$$F_{\text{тр}} \leq f N \text{ — сила трения при движении,}$$

где N — нормальная реакция связи; f_0 — коэффициент трения покоя; f — коэффициент трения скольжения.

Максимальное значение силы трения покоя

$$F_{\text{тр max}} = f_0 N.$$

Из экспериментов известно, что при движении коэффициент трения скольжения зависит от скорости скольжения тел. Коэффициенты трения покоя и трения скольжения зависят от материала и физического состояния трущихся поверхностей (табл. 1.1).

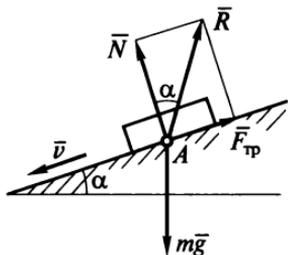


Рис. 1.20

**Значения коэффициентов трения покоя и скольжения
для различных материалов**

| Материалы | Коэффициент трения | |
|--|--------------------|----------------|
| | покоя f_0 | скольжения f |
| Камень по камню | 0,6...07 | — |
| Бетон по галечнику | 0,5...0,6 | — |
| Веревка по дереву | 0,5...0,8 | 0,5 |
| Дерево по дереву | 0,4...0,7 | 0,3 |
| Металл по дереву | 0,4...0,6 | 0,3...0,5 |
| Бетон по песку | 0,3...0,4 | — |
| Камень по дереву | 0,4 | — |
| Кожа по металлу | 0,3...0,4 | 0,3 |
| Асбестовая обкладка по стали (чугуну) | 0,25...0,35 | — |
| Бронза по чугуну | 0,16 | — |
| Бронза по чугуну с обильной смазкой | 0,12 | — |
| Сталь по льду | 0,03 | 0,015 |
| Сталь по чугуну, сталь по стали, чугун по чугуну | 0,12...0,2 | 0,1 |

Пример 1.5

На стальной вал диаметром $d = 0,4$ м (рис. 1.21, а) действует крутящий момент $M_{кр} = 500$ кН·м. Определить, с какой силой нужно сжать тормозные колодки, обтянутые кожей, чтобы остановить вал.

Решение.

1. За объект равновесия выбираем вал.

2. Освобождаемся от связей и заменяем их реакциями: нормальной силой \bar{N} и силой трения $F_{тр}$, которые будут действовать на вал со стороны каждой колодки (рис. 1.21, б).

3. Поскольку число неизвестных не превышает числа уравнений равновесия плоской системы сил, то считаем, что задача статически определимая.

4. Запишем одно из уравнений равновесия, а именно:

$$\sum_{i=1}^n \text{mom}_O(F_i) = 0; \quad M_{кр} - F_{тр}d = 0.$$

Отсюда $F_{тр} = M_{кр}/d = 500/0,4 = 1250$ кН.

5. Искомую силу \bar{N} определяем из зависимости $F_{тр} = f_0 N$.

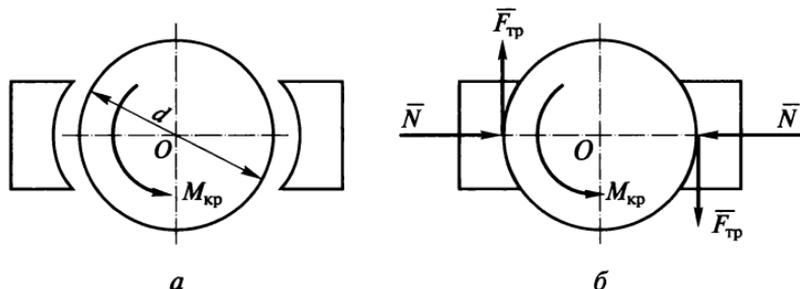


Рис. 1.21

В табл. 1.1 для пары кожа—металл коэффициент трения покоя рекомендуется принимать $f_0 = 0,3 \dots 0,4$. Таким образом,

$$N = \frac{F_{\text{тр}}}{0,3} = \frac{1250}{0,3} = 4166,6 \text{ кН.}$$

На шероховатой поверхности сила трения может колебаться от нуля до максимального значения, т. е. $0 \leq F_{\text{тр}} \leq F_{\text{тр max}}$. В этом случае реакция связи R будет $N \leq R \leq R_{\text{max}}$.

Наибольший угол φ , на который полная реакция R может отклоняться от нормали, называется *углом трения*:

$$\text{tg}\varphi = F_{\text{тр max}}/N = f_0 N/N = f_0.$$

В зависимости от направления приложенной к телу силы максимальная реакция связи R_{max} может иметь различные направления, образуя при этом геометрическое место в пространстве в виде конической поверхности с вершиной в точке касания тела, называемое *конусом трения*. Если приложенная к телу сила проходит внутри конуса трения, то тело находится в равновесии.

Трением качения называют сопротивление, возникающее при качении одного тела по другому.

Рассмотрим цилиндрический каток радиусом r и весом $m\bar{g}$, лежащий на шероховатой поверхности. Приложим в центре катка силу \bar{Q} (рис. 1.22, а), которая будет меньше, чем $F_{\text{тр max}}$:

$$Q < F_{\text{тр max}}.$$

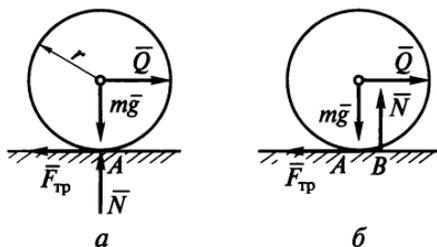


Рис. 1.22

Возникнет сила трения $F_{\text{тр}}$, препятствующая скольжению точки A по плоскости. В этом случае $m\bar{g}$ и \bar{N} уравниваются, а $\bar{F}_{\text{тр}}$ и \bar{Q} образуют пару сил и каток должен катиться по плоскости.

Значения коэффициента трения качения для различных материалов

| Материалы | Коэффициент трения качения k , см |
|--------------------------------------|-------------------------------------|
| Дерево по дереву | 0,05 ... 0,08 |
| Дерево по стали | 0,03 ... 0,04 |
| Чугун по чугуну | 0,005 |
| Мягкая сталь по мягкой стали | 0,005 |
| Закаленная сталь по закаленной стали | 0,001 |

В действительности, если действующая сила Q меньше ее предельного значения $Q_{\text{пред}}$ ($Q < Q_{\text{пред}}$), каток остается в состоянии покоя. Для объяснения этого явления необходимо в рассуждения внести следующие коррективы (рис. 1.22, б):

$$Q_{\text{пред}} r = N \cdot AB = Nk.$$

Входящий в это выражение коэффициент k называется *коэффициентом трения качения*; он измеряется в сантиметрах (см). Следовательно, возникает момент трения качения

$$M_{\text{тр}} = kN.$$

Значения коэффициента трения качения приведены в табл. 1.2.

1.5. Пространственная система сил

Пространственной будем называть систему сил, линии действия которых имеют любые направления в пространстве.

Момент силы относительно точки (центра). Вектор момента силы относительно некоторого центра есть векторное произведение радиуса-вектора точки приложения силы, проведенного из этого центра, на вектор силы (рис. 1.23). В соответствии с определением

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \overline{\text{мом}}_O(\vec{F}).$$

Из рис. 1.23 видно, что модуль вектора момента силы относительно центра O будет равен моменту силы относительно точки O , находящейся с этой силой в одной плоскости:

$$M_O = hF = rF \sin(\vec{r}, \vec{F}) = 2S_{\Delta OAB},$$

где $S_{\Delta OAB}$ — площадь треугольника OAB .

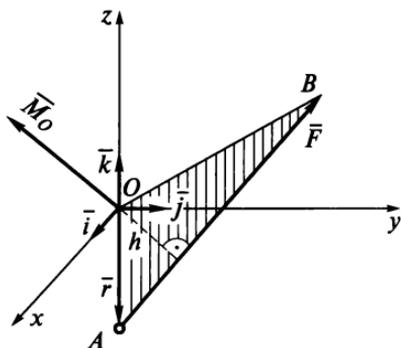


Рис. 1.23

Известно, что всякий вектор можно разложить по осям координат:

$$\vec{M}_O = M_x \vec{i} + M_y \vec{j} + M_z \vec{k};$$

так же можно разложить по осям координат радиус-вектор \vec{r} точки приложения силы и силу \vec{F} :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}; \quad \vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}.$$

Выполнив действие $\vec{r} \times \vec{F}$, получим

$$\vec{M}_O = (yF_z - zF_y)\vec{i} + (zF_x - xF_z)\vec{j} + (xF_y - yF_x)\vec{k}.$$

Таким образом, проекции вектора момента силы на оси координат будут следующие:

$$M_x = yF_z - zF_y;$$

$$M_y = zF_x - xF_z;$$

$$M_z = xF_y - yF_x.$$

Направляющие косинусы вектора момента силы определяют его направление в пространстве:

$$\cos(\vec{M}_O, \vec{i}) = M_x / M_O;$$

$$\cos(\vec{M}_O, \vec{j}) = M_y / M_O;$$

$$\cos(\vec{M}_O, \vec{k}) = M_z / M_O.$$

Проекции вектора момента силы на ось численно равны моменту силы относительно оси:

$$\text{mom}_x(\vec{F}) = M_x = y \cdot F_z - z \cdot F_y;$$

$$\text{mom}_y(\vec{F}) = M_y = z \cdot F_x - x \cdot F_z;$$

$$\text{mom}_z(\vec{F}) = M_z = x \cdot F_y - y \cdot F_x;$$

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}.$$

Первые три уравнения являются аналитическим выражением для определения моментов силы относительно осей координат.

Пример 1.6.

Определить моменты сил \bar{Q} , \bar{T} и \bar{P} относительно осей координат, если известны точки приложения этих сил (рис. 1.24).

Решение.

1. Определяем моменты силы \bar{T} относительно осей координат:

$$\text{mom}_x(\bar{T}) = -Ta;$$

$$\text{mom}_y(\bar{T}) = 0 \text{ (так как сила } \bar{T} \text{ пересекает ось } Oy);$$

$$\text{mom}_z(\bar{T}) = 0 \text{ (так как сила } \bar{T} \text{ параллельна оси } Oz).$$

2. Определяем моменты силы \bar{P} относительно осей координат:

$$\text{mom}_x(\bar{P}) = +Ph;$$

$$\text{mom}_y(\bar{P}) = 0 \text{ (так как сила } \bar{P} \text{ параллельна оси } Oy);$$

$$\text{mom}_z(\bar{P}) = -Pb.$$

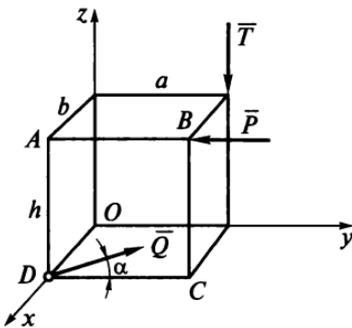
3. Вычисляем моменты силы \bar{Q} относительно осей координат:

$$\text{mom}_x(\bar{Q}) = 0 \text{ (так как сила } \bar{Q} \text{ пересекает ось } Ox);$$

$$\text{mom}_y(\bar{Q}) = -(Q \sin \alpha)b;$$

$$\text{mom}_z(\bar{Q}) = +(Q \cos \alpha)b.$$

Теорема о приведении пространственной системы сил к заданному центру. Всякая пространственная система сил, действующих на абсолютно твердое тело, может быть заменена одной силой, геометрически равной сумме всех действующих сил, приложенных в произвольно выбранном центре, и вектором-моментом, равным геометрической сумме моментов всех сил относительно центра приведения.



Сила \bar{Q} – в плоскости $ABCD$

Рис. 1.24

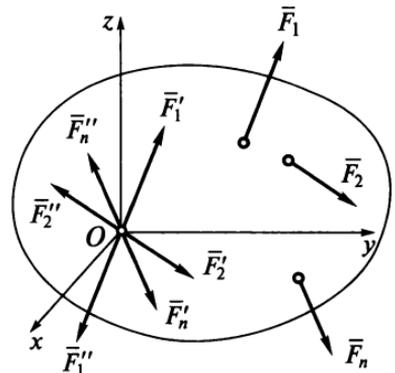


Рис. 1.25

Доказательство. Пусть на твердое тело действует система сил F_1, F_2, \dots, F_n , произвольно расположенная в пространстве (рис. 1.25). За центр приведения выбираем произвольную точку O . Приложим в этой точке уравновешенную систему сил: $\bar{F}'_1 = -\bar{F}''_1$, $\bar{F}'_2 = -\bar{F}''_2$ и так далее, причем $\bar{F}'_1 = \bar{F}_1, \dots, \bar{F}'_n = \bar{F}_n$. Заменим сходящуюся систему сил \bar{F}'_i равнодействующей $\bar{R} = \bar{F}'_1 + \bar{F}'_2 + \dots + \bar{F}'_n$. Затем вычислим моменты всех оставшихся сил относительно центра приведения O . Моменты сил $\bar{F}''_1, \bar{F}''_2, \dots, \bar{F}''_n$ относительно центра O равны нулю, так как их плечо равно нулю. Векторы-моменты заданных сил относительно центра приведения будут равны:

$$\overline{\text{mom}}_O(\bar{F}_1) = \bar{m}_1;$$

$$\overline{\text{mom}}_O(\bar{F}_2) = \bar{m}_2;$$

.....

$$\overline{\text{mom}}_O(\bar{F}_n) = \bar{m}_n.$$

Найдем геометрическую сумму этих векторов и получим главный вектор-момент:

$$\bar{M}_O = \sum_{i=1}^n \overline{\text{mom}}_O(\bar{F}_i) = \sum_{i=1}^n \bar{m}_i.$$

Таким образом, на твердое тело теперь действует одна сила \bar{R} и один момент \bar{M}_O , т.е. система пространственных сил, произвольно расположенных, сведена к одной результирующей силе \bar{R} и одному результирующему моменту \bar{M}_O . Теорема доказана.

Частные случаи приведения:

1) $\bar{R} = 0$; $\bar{M}_O = 0$ — пространственная система сил находится в равновесии;

2) $\bar{R} = 0$; $\bar{M}_O \neq 0$ — система сил приводится к паре (твердое тело вращается);

3) $\bar{R} \neq 0$; $\bar{M}_O \neq 0$ и $\bar{R} \perp \bar{M}_O$ — система сил сводится к равнодействующей, приложенной не в центре приведения, а в другой точке, отстоящей от него на расстоянии, равном M_O/R . Это частный случай плоской системы сил, так как результирующая сила и результирующая пара лежат в одной плоскости, а ранее было показано, что такой случай может иметь равнодействующую. Таким образом, пространственная система сил заменена одной равнодействующей, не проходящей через центр приведения;

4) $\bar{R} \neq 0$; $\bar{M}_O = 0$ — система сил приведена к равнодействующей, которая проходит через центр приведения (точку O);

5) $\bar{R} \neq 0$; $\bar{M}_O \neq 0$ и эти векторы не перпендикулярны — система сил приводится к так называемому динамическому винту.

Аналитическое выражение для определения главного вектора и главного момента. Для пространственной системы сил главный вектор \bar{R} и главный момент \bar{M}_O проще определять аналитически. Принимаем центр приведения за начало координат. Тогда, проектируя на оси координат векторные равенства $\bar{R} = \sum \bar{R}_i$ и $\bar{M}_O = \sum \bar{M}_{O_i}$, получаем:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{ix}; \quad R_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}; \quad R_z = \sum_{i=1}^n F_{iz};$$

$$M_x = \sum_{i=1}^n m_{ix}; \quad M_y = \sum_{i=1}^n m_{iy}; \quad M_z = \sum_{i=1}^n m_{iz}.$$

Аналитические условия равновесия пространственной системы сил. Необходимыми и достаточными условиями равновесия произвольной пространственной системы сил является равенство нулю главного вектора и главного момента:

$$\bar{R} = 0; \quad \bar{M}_O = 0.$$

Поскольку $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0$, то R_x , R_y и R_z должны быть равны нулю. Аналогичное рассуждение справедливо и для вектора главного момента. Следовательно, для равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n \text{mom}_x(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_y(\bar{F}_i) = 0; \quad \sum_{i=1}^n \text{mom}_z(\bar{F}_i) = 0.$$

Пример 1.7.

Определить, какой груз Q сможет поднять человек, прикладывая усилие к веревке $P = 60$ Н (рис. 1.26); определить также реакции опор.

Решение.

1. За объект равновесия выбираем вал AB .

2. Освобождаем вал от связей и заменяем их действие реакциями. Опоры O и B представляют собой цилиндрические шарниры, которые препятствуют перемещению только в радиальном направлении, поэтому представляем в радиальных направлениях реакции \bar{X}_O , \bar{Z}_O , \bar{X}_B и \bar{Z}_B . Веревку «обрываем» чуть выше ролика C и заменяем натяжением нити \bar{T} , равным усилию $P = 60$ Н.

3. Теперь можно рассматривать равновесие свободного тела под действием активных и пассивных сил. Из шести уравнений равновесия про-

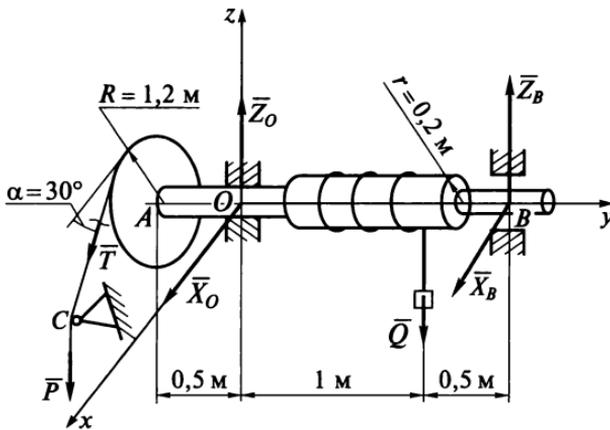


Рис. 1.26

извольной системы пространственных сил остается только пять, так как сумма проекций на ось Oy тождественно равна нулю. Задача представляется статически определимой, так как неизвестных величин тоже пять: X_O , X_B , Q , Z_O и Z_B .

4. Составляем уравнения равновесия пространственной системы сил:

$$\sum_{i=1}^6 F_{ix} = X_O + X_B + T \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^6 F_{iz} = -Q + Z_O + Z_B - T \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^6 M_{ix} = +Z_B \cdot 1,5 - Q \cdot 1 + T \cos 60^\circ \cdot 0,5 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^6 M_{iy} = -Qr + TR = 0;$$

$$\sum_{i=1}^6 M_{iz} = -X_B \cdot 1,5 + T \cos 30^\circ \cdot 0,5 = 0.$$

5. Подставив в предпоследнее уравнение $r = 0,2$ м, $R = 1,2$ м и $T = 60$ Н, получим, что вес груза $Q = 360$ Н.

Из последнего уравнения определим реакцию X_B :

$$X_B = \frac{60 \cos 30^\circ \cdot 0,5}{1,5} = 17 \text{ Н.}$$

Подставляя полученные значения $Q = 360$ Н, $X_B = 17$ Н в оставшиеся уравнения, найдем Z_B , Z_O и X_O :

$$Z_B = \frac{360 \cdot 1 - 60 \cdot 0,5 \cdot 0,5}{1,5} = 230 \text{ Н;}$$

$$Z_O = 360 - 230 + 60 \cdot 0,5 = 160 \text{ Н;}$$

$$X_O = - (17 + 60 \cdot 0,85) = -68 \text{ Н.}$$

Реакция X_O будет иметь противоположное направление, так как в результате вычислений получилось отрицательное значение.

1.6. Определение центра тяжести

Центр тяжести твердого тела. Силы притяжения отдельных частиц тела направлены к центру Земли. Так как размеры рассматриваемых тел малы по сравнению с радиусом Земли, то эти силы можно считать параллельными. Равнодействующая этих параллельных сил, равная их сумме, есть вес тела, а центр этой системы параллельных сил, в котором приложен вес тела, называется *центром тяжести тела*. Чтобы найти положение центра тяжести тела, необходимо изучить, как складываются параллельные силы и определяются координаты точки приложения их равнодействующей.

Сложение параллельных сил. Допустим, что на тело действует система параллельных сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ и \vec{F}_4 (рис. 1.27), причем \vec{F}_1 и \vec{F}_2 действуют в одну сторону, а \vec{F}_3 и \vec{F}_4 — в противоположную. Для сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 найдем такой центр приведения, относительно которого результирующий момент будет равен нулю:

$$\sum_{i=1}^2 \text{mom}_{B_1}(\vec{F}_i) = F_2 \cdot A_2 B_1 - F_1 \cdot A_1 B_1 = 0.$$

Отсюда $\frac{A_2 B_1}{A_1 B_1} = \frac{F_1}{F_2}$. Модуль результирующей силы, приложенной в точке B_1 , будет равен $R_1 = F_1 + F_2$.

Аналогично найдем R_2 и ее точку приложения B_2 .

Приведем силы \vec{R}_1 и \vec{R}_2 к центру приведения C , положение которого определится из соотношения

$$\frac{B_2 C}{B_1 C} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Результирующая сил \vec{R}_1 и \vec{R}_2 будет равна их геометрической сумме, т. е.

$$\vec{R} = \vec{R}_1 + \vec{R}_2.$$

Поскольку векторы сил \vec{R}_1 и \vec{R}_2 параллельны и противоположно направлены, то модуль результирующей силы \vec{R} будет равен: $R = R_2 - R_1$.

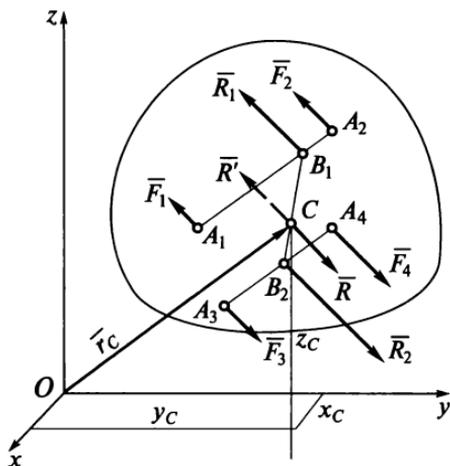


Рис. 1.27

Если $\bar{R} \neq 0$, то всегда можно найти такую точку, в которой будет приложена равнодействующая \bar{R} всех параллельных сил. Эта точка называется *центром параллельных сил*.

Координаты центра параллельных сил. Положение центра параллельных сил относительно начала координат определяется радиусом-вектором \bar{r}_C или его проекциями на оси координат, что равнозначно координатам центра параллельных сил x_C , y_C и z_C .

Приложим в точке C силу $\bar{R}' = -\bar{R}$ (см. рис. 1.27). Тогда система будет находиться в равновесии. Теперь определим момент всех сил относительно точки O . Очевидно, он равен нулю, так как система сил находится в равновесии:

$$\sum_{i=1}^{n+1} \overline{\text{mom}_O}(\bar{F}_i) = \sum_{i=1}^n \overline{\text{mom}_O}(\bar{F}_i) + \overline{\text{mom}_O}(\bar{R}') = 0.$$

Но так как $\bar{R}' = -\bar{R}$, то

$$\sum_{i=1}^n \bar{r}_i \times \bar{F}_i - \bar{r}_C \times \bar{R} = 0,$$

или

$$\sum_{i=1}^n \bar{r}_i \times \bar{F}_i = \bar{r}_C \times \bar{R}.$$

В правой части равенства записан момент равнодействующей, а в левой части — геометрическая сумма моментов всех сил относительно той же точки. Отсюда следует, что момент равнодействующей относительно любого центра равен геометрической сумме векторов-моментов слагаемых сил относительно того же центра. Эта теорема о моменте равнодействующей называется **теоремой Вариньона**.

Спроектировав векторное равенство $\bar{r}_C \times \bar{R} = \sum_{i=1}^n \bar{r}_i \times \bar{F}_i$ на оси координат, получим формулы для определения моментов равнодействующей относительно осей координат:

$$\text{mom}_x(\bar{R}) = \sum_{i=1}^n \text{mom}_x(\bar{F}_i);$$

$$\text{mom}_y(\bar{R}) = \sum_{i=1}^n \text{mom}_y(\bar{F}_i);$$

$$\text{mom}_z(\bar{R}) = \sum_{i=1}^n \overline{\text{mom}_z}(\bar{F}_i).$$

Величина равнодействующей параллельных сил не изменится, если все силы повернуть параллельно оси Oz . В этом случае момент равнодействующей относительно оси Oy

$$Rx_C = \sum_{i=1}^n F_i x_i, \text{ откуда } x_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{R} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i x_i}{\sum_{i=1}^n F_i}.$$

Аналогичным образом вычислим и другие координаты центра параллельных сил:

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{R} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i y_i}{\sum_{i=1}^n F_i}; \quad z_C = \frac{\sum_{i=1}^n F_i z_i}{R} = \frac{\sum_{i=1}^n F_i z_i}{\sum_{i=1}^n F_i}.$$

Координаты центра тяжести твердого тела. Если в формулах для определения координат центра параллельных сил вместо F_{ix} , F_{iy} , F_{iz} и R подставить $m_i g_x$, $m_i g_y$, $m_i g_z$ и mg , то получим зависимости для определения координат центра тяжести тела:

$$x_C = \frac{\sum m_i g_x \cdot x_i}{mg} = \frac{\sum V_i x_i}{V}; \quad y_C = \frac{\sum m_i g_y \cdot y_i}{mg} = \frac{\sum V_i y_i}{V};$$

$$z_C = \frac{\sum m_i g_z \cdot z_i}{mg} = \frac{\sum V_i z_i}{V},$$

где m_i , V_i — соответственно масса и объем каждой частицы твердого тела, а m и V — масса и объем всего однородного тела.

Для плоской фигуры площадью S , имеющей одинаковую толщину h , элементарные объемы V_i можно выразить через элементарные площади S_i : $V_i = hS_i$.

Тогда координаты центра тяжести этой фигуры определяются по следующим формулам:

$$x_C = \frac{\sum S_i x_i}{S}; \quad y_C = \frac{\sum S_i y_i}{S}; \quad z_C = \frac{\sum S_i z_i}{S}.$$

Таким образом, центр тяжести — это геометрическая точка C , которая в частных случаях может лежать вне пределов самого тела; например, центр тяжести кольца лежит на пересечении его осей симметрии, т. е. вне тела.

Пример 1.8.

Найти координаты центра тяжести однородной пластины, изображенной на рис. 1.28, *a*. Толщина пластины постоянная.

Решение.

1. Поскольку однородная пластина имеет одинаковую толщину, то можно воспользоваться формулами для определения положения центра тяжести плоской фигуры.

2. Разбиваем пластинку на три простейшие геометрические фигуры (рис. 1.28, б), центры тяжести C_1, C_2, C_3 которых известны.

3. Выбираем систему координат, как указано на чертеже, и определяем координаты центров тяжести прямоугольников и их площади.

4. Заносим в таблицу результаты вычислений; каждому прямоугольнику соответствует одна строка таблицы.

| Номер элемента | $S_i, \text{см}^2$ | $x_i, \text{см}$ | $y_i, \text{см}$ | $S_i \cdot x_i, \text{см}^3$ | $S_i \cdot y_i, \text{см}^3$ |
|----------------|--------------------|------------------|------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1 | 12 | 5 | 9 | 60 | 108 |
| 2 | 20 | 1 | 5 | 20 | 100 |
| 3 | 4 | -1 | 1 | -4 | 4 |
| Σ | 36 | | | 76 | 212 |

5. Суммируем значения $S_i, S_i \cdot x_i, S_i \cdot y_i$ и записываем результаты в нижней строке.

6. Вычисляем координаты центра тяжести пластины:

$$x_C = \frac{\sum S_i \cdot x_i}{S} = \frac{76}{36} = 2\frac{1}{9} \text{ см}; \quad y_C = \frac{\sum S_i \cdot y_i}{S} = \frac{212}{36} = 5\frac{8}{9} \text{ см}.$$

7. По вычисленным координатам центра тяжести пластины строим ее центр тяжести C .

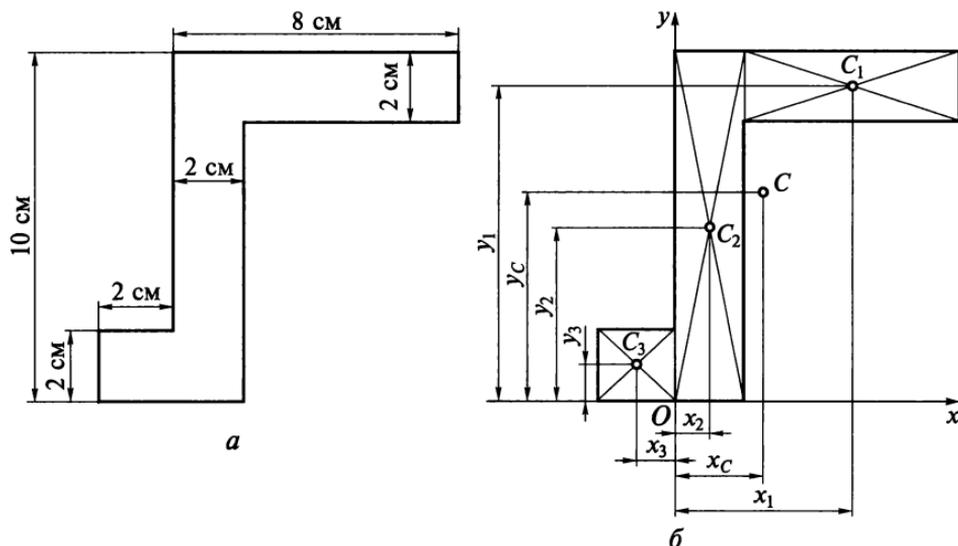


Рис. 1.28

Способы определения центров тяжести. На практике для определения центров тяжести используют различные способы.

Способ разбиения на фигуры, положение центров тяжести которых известно, применяется в случаях, когда тело можно разбить на конечное число элементов.

Способ дополнения является частным случаем способа разбиения. Применяется, когда тело разбивается на простейшие фигуры, положения центров тяжести которых известны, но некоторые из геометрических фигур представляют из себя пустоты.

Пример 1.9.

Найти центр тяжести поперечного сечения вала диаметром 12 см, в котором высверлено отверстие диаметром 2 см (рис. 1.29).

Решение.

1. Поскольку нужно найти центр тяжести поперечного сечения, то воспользуемся формулами для определения центра тяжести плоской фигуры.

2. Дополняем поперечное сечение отрицательной площадью

$$S_2 = -\pi r^2 = -\pi \text{ см}^2.$$

3. Начало системы координат расположим в центре окружности радиуса R , т.е. в точке C_1 .

4. Заполняем таблицу.

| Номер элемента | $S_i, \text{ см}^2$ | $x_i, \text{ см}$ | $y_i, \text{ см}$ | $S_i \cdot x_i, \text{ см}^3$ | $S_i \cdot y_i, \text{ см}^3$ |
|----------------|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 | 36π | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | $-\pi$ | 3 | 0 | -3π | 0 |
| Σ | 35π | | | -3π | 0 |

5. Суммируем S_i и $S_i \cdot x_i$, после чего записываем результаты в нижней строке.

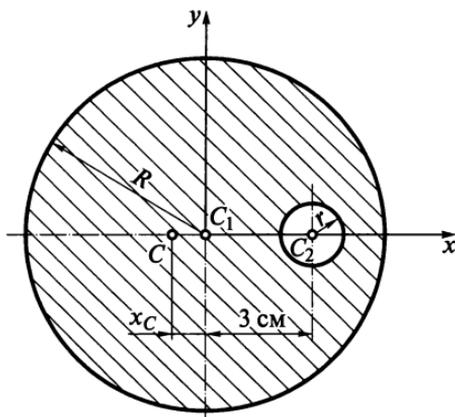


Рис. 1.29

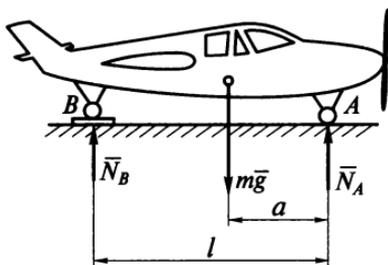


Рис. 1.30

6. Вычисляем координаты центра тяжести поперечного сечения:

$$x_c = \frac{\sum S_i \cdot x_i}{S} = \frac{-3\pi}{35\pi} = -\frac{3}{35} \text{ см,}$$

а $y_c = 0$, так как ось C_1 является осью симметрии этого сечения.

7. По вычисленным координатам поперечного сечения строим его центр тяжести C .

Способ интегрирования — определение центра тяжести с помощью математических формул — применяется в случаях, когда не могут быть применены первые два способа.

Экспериментальный способ осуществляется двумя методами — подвешивания и взвешивания.

Метод подвешивания заключается в том, что плоское тело, которое нельзя разбить на простейшие фигуры с известным положением центра тяжести, подвешивают на нити. Прочерчивают линию вдоль этой нити на плоскости тела. Затем эту плоскую фигуру открепляют и подвешивают за другую точку, после чего вновь проводят вертикальную линию (вдоль линии подвеса). Пересечение этих двух линий дает точку, в которой находится центр тяжести.

Метод взвешивания обычно применяется для крупных изделий: самолетов, вертолетов и других машин. Если известна масса, например, самолета, то ставят на весы задние колеса (рис. 1.30) и по показанию весов определяют реакцию N_B . Затем составляют одно из уравнений равновесия; удобнее составить сумму моментов относительно точки A :

$$\sum_{i=1}^3 \text{мом}_A(\vec{F}_i) = 0; \quad mga - N_B l = 0.$$

Отсюда находят искомую величину a , т.е. положение центра тяжести самолета:

$$a = \frac{N_B l}{mg}.$$

1.7. Кинематика точки

Основные понятия. *Кинематикой* называется раздел механики, в котором изучается движение материальных тел в пространстве с геометрической точки зрения, вне связи с силами, вызывающими это движение.

В теоретической механике изучается простейшая форма движения — *механическое движение*. Механическое движение всегда рассматривается относительно выбранной системы отсчета, которая может быть подвижной или условно неподвижной. Например, при рассмотрении механического движения тел, находящихся на поверхности Земли, за *неподвижную систему осей координат* выбирают систему осей, неизменно связанных с Землей.

Способы задания движения материальной точки. Движущаяся точка описывает в пространстве некоторую линию, или *траекторию*.

Движение точки будет задано *естественным способом* (рис. 1.31, а), если будут известны: 1) траектория точки; 2) зависимость изменения длины дуги от времени: $OM = S = f(t)$ (эта зависимость называется *уравнением движения материальной точки*); 3) начало движения; 4) начало отсчета; 5) направление отсчета.

Положение точки в пространстве однозначно определяется радиусом-вектором \vec{r} , проведенным из некоторого неподвижного центра в данную точку M (рис. 1.31, б).

Изменение радиуса-вектора в функции времени задает движение точки:

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$

Такой способ называется *векторным*. Положение точки в пространстве в этом случае будет определяться геометрическим местом концов векторов \vec{r} , т. е. *годографом* ее радиуса-вектора.

При *координатном способе* задания движения (рис. 1.31, в) должны быть известны зависимости, по которым можно определить, как со временем изменяются координаты точки в пространстве:

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t).$$

Эти уравнения называются *уравнениями движения точки в декартовых координатах*, с их помощью для каждого момента времени можно определить положение точки в пространстве. Если

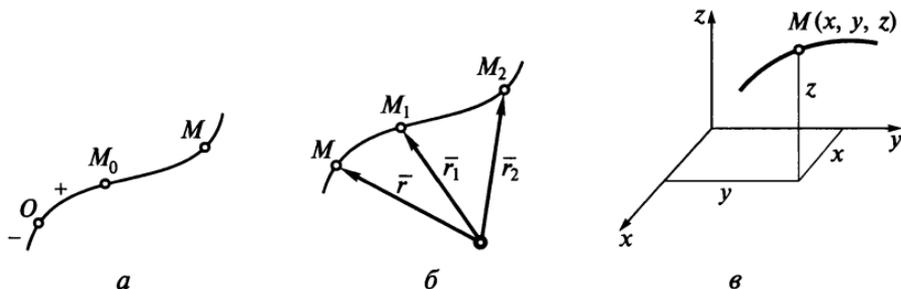


Рис. 1.31

точка движется на плоскости, то ее положение определяется двумя уравнениями

$$x = f_1(t); y = f_2(t);$$

если точка движется по прямой, то ее движение определится только одним уравнением

$$x = f(t).$$

Пример 1.10.

Движение точки на плоскости задано уравнениями

$$x = 2 + 4t;$$

$$y = -3 + 8t.$$

Определить траекторию движущейся точки, учитывая, что x и y заданы в сантиметрах, а время — в секундах.

Решение.

Уравнение траектории получим, исключив время t из заданных уравнений движения. Из первого уравнения $t = (x - 2)/4$, из второго $t = (y + 3)/8$. Приравняв правые части этих равенств, получим

$$\frac{x - 2}{4} = \frac{y + 3}{8}$$

или $2x - y = 7$.

Траектория движения — прямая линия, построим ее. Полагая $x = 0$, найдем точку пересечения линии траектории с осью y : $y_1 = -7$ (рис. 1.32).

Полагая $y = 0$, найдем точку пересечения траектории с осью x : $x_2 = 3,5$. Проведя через эти точки прямую, получим линейную траекторию движения материальной точки. На этой линии необходимо найти начало движения точки.

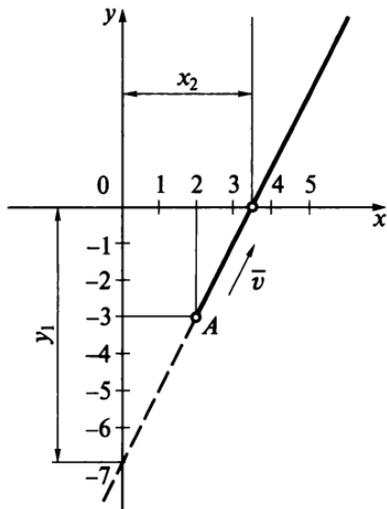


Рис. 1.32

В момент начала движения, т. е. когда $t = 0$, точка имела координаты $x_A = 2 + 4 \cdot 0 = 2$ см, $y_A = -3 + 8 \cdot 0 = -3$ см. Остается определить, куда от точки A движется материальная точка. С увеличением времени координаты x и y будут возрастать. Следовательно, материальная точка начнет движение из точки A и далее будет двигаться вверх по стрелке до бесконечности.

Итак, траектория движения материальной точки найдена; она показана естественным способом: ее начало — в точке A , направление движения — по стрелке.

Скорость точки. Скорость точки характеризует быстроту и направле-

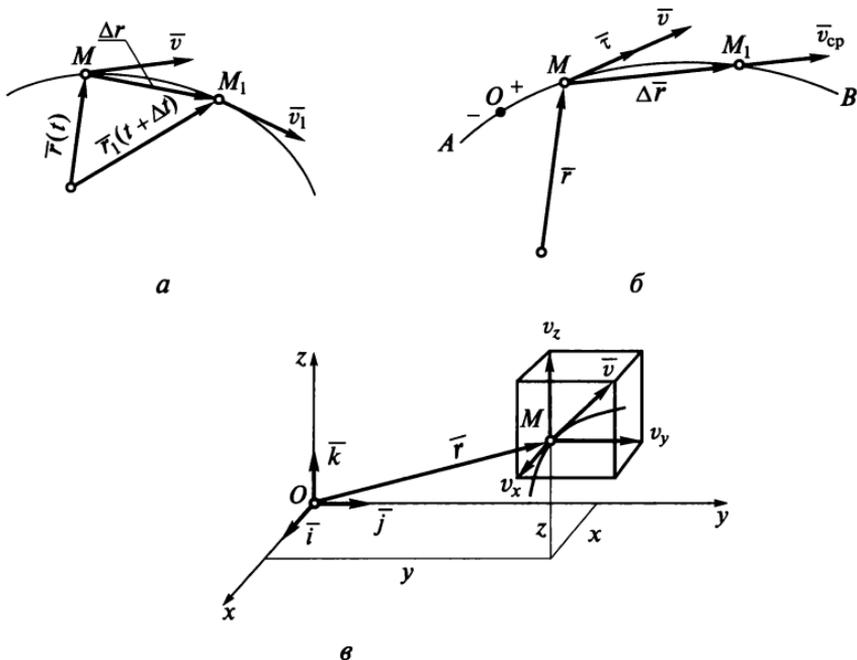


Рис. 1.33

ние движения точки. При векторном способе задания движения положение точки в каждый момент времени определяется радиусом-вектором $\vec{r}_1 = \vec{r}(t)$.

Пусть в момент времени t точка занимает положение M , определяемое радиусом-вектором $\vec{r} = \vec{r}(t)$ (рис. 1.33, а). В момент времени $t + \Delta t$ точка займет положение M_1 , определяемое радиусом-вектором \vec{r}_1 . Этот радиус-вектор будет равен сумме: $\vec{r}_1 = \vec{r} + \Delta\vec{r}$. Отношение $\Delta\vec{r}/\Delta t$ является вектором средней скорости, а векторная производная от \vec{r} по времени t и будет вектором скорости в данный момент времени:

$$\vec{v} = d\vec{r}/dt.$$

Поскольку \vec{v} есть производная от функции $\vec{r} = \vec{r}(t)$, то вектор скорости \vec{v} всегда направлен по касательной к траектории движения материальной точки.

Если же движение точки задано естественным способом, то известны ее траектория AB , начало движения (точка O), направление и уравнение движения $S = S(t)$ (рис. 1.33, б). В полученное выражение $\vec{v} = d\vec{r}/dt$ введем промежуточную переменную — дуговую координату S :

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dS} \frac{dS}{dt}.$$

Поскольку dS — величина скалярная, то вектор $d\vec{r}/dS$ будет иметь направление касательной к траектории в точке M ; этот вектор обозначается $\vec{\tau}$ и является ортом направления, модуль его равен единице. Орт $\vec{\tau}$ всегда направлен в сторону возрастания S .

Таким образом, при естественном способе задания траектории вектор скорости

$$\vec{v} = \frac{dS}{dt} \vec{\tau}.$$

Производная dS/dt представляет собой алгебраическое значение скорости. Если $dS/dt > 0$, то в этот момент времени точка движется в сторону увеличения дуги S и, следовательно, направление ее скорости совпадает с направлением орта $\vec{\tau}$. Если же $dS/dt < 0$, то функция S убывает, и, следовательно, вектор скорости направлен в сторону, противоположную вектору $\vec{\tau}$.

Определим скорость точки при координатном способе задания движения. Пусть заданы уравнения движения точки M (рис. 1.33, θ):

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t).$$

Ее положение в пространстве определяется радиусом-вектором

$$\vec{r} = \bar{i}x + \bar{j}y + \bar{k}z.$$

На основании предыдущих выводов вектор скорости можно записать следующим образом:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}) = \bar{i} \frac{dx}{dt} + \bar{j} \frac{dy}{dt} + \bar{k} \frac{dz}{dt}.$$

Следовательно, $\vec{v} = \bar{i}v_x + \bar{j}v_y + \bar{k}v_z$.

Построим параллелепипед на проекциях v_x , v_y и v_z и определим модуль вектора скорости:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Ускорение точки. Векторная величина, характеризующая быстроту изменения с течением времени вектора скорости, называется *ускорением*: $\vec{a} = d\vec{v}/dt = d^2\vec{r}/dt^2$. Запишем выражения для проекций вектора ускорения на оси координат $a_x = dv_x/dt$, $a_y = dv_y/dt$, $a_z = dv_z/dt$. Если известны проекции a_x , a_y и a_z этого вектора на оси координат, то можно определить модуль ускорения:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

При естественном способе задания траектории движения материальной точки ее вектор ускорения можно разложить по естественным осям координат $\bar{\tau}$ и \bar{n} (рис. 1.34):

$$\bar{a} = a_{\tau}\bar{\tau} + a_n\bar{n}.$$

Проекция ускорения на орт $\bar{\tau}$ называется *касательным ускорением*, оно изменяет модуль скорости:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}.$$

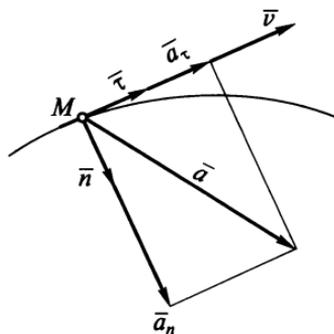


Рис. 1.34

Касательное ускорение существует только при неравномерном криволинейном движении.

Нормальное ускорение $a_n = v^2/\rho$ изменяет направление вектора скорости \bar{v} , поэтому материальная точка движется по криволинейной траектории (ρ — радиус кривизны траектории в точке).

Частные случаи движения материальной точки:

1) $a_n = 0$; $a_{\tau} = 0$. Следовательно, полное ускорение $a = 0$. Точка движется равномерно по прямой линии. Закон движения в этом случае $S = S_0 + v_0t$, где S_0 — дуговая координата в начальный момент времени; v_0 — скорость движения точки в начальный момент движения (скорость не изменится и в любой другой момент времени t , так как движение не ускоренное);

2) $a_n \neq 0$; $a_{\tau} = 0$ — равномерное криволинейное движение. Вектор скорости материальной точки изменяется лишь по направлению. Закон движения по криволинейной траектории запишется аналогично первому случаю:

$$S = S_0 + v_0t;$$

3) $a_n = 0$; $a_{\tau} \neq 0$ — прямолинейное неравномерное движение;

4) $a_n \neq 0$; $a_{\tau} \neq 0$ — криволинейное неравномерное движение.

Если в третьем случае $a_{\tau} = a = \text{const}$ и в четвертом $a_{\tau} = \text{const}$, то можно записать законы движения соответственно для равноускоренного (равнозамедленного) прямолинейного движения

$$S = S_0 + v_0t \pm \frac{at^2}{2}$$

и криволинейного равноускоренного (равнозамедленного) движения

$$S = S_0 + v_0t \pm \frac{a_{\tau}t^2}{2}.$$

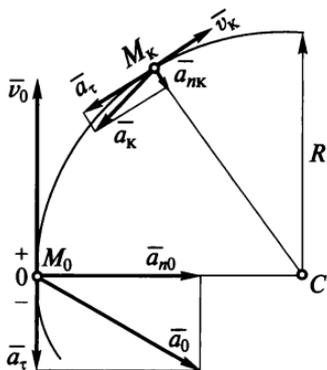


Рис. 1.35

Пример 1.11.

Поезд движется равнозамедленно по закруглению радиусом $R = 1$ км. В начале участка поезд имел скорость 36 км/ч и полное ускорение $a_0 = 0,125$ м/с². Определить скорость и ускорение поезда в конце криволинейного участка (точке M_k), если длина участка 560 м.

Решение.

1. Будем рассматривать движение одной из точек поезда, например его центра тяжести. Совместим начало отсчета дуговой координаты с начальным положением точки M_0 , направление движения принимаем за положительное (рис. 1.35). В этом случае величина S_0 будет равна нулю.

2. Запишем закон равнозамедленного движения материальной точки

$$S = v_0 t - \frac{a_t t^2}{2}$$

и формулу для определения скорости в этом движении

$$v = v_0 - a_t t.$$

3. Определим нормальное ускорение точки в начале участка:

$$a_{n0} = \frac{v_0^2}{R} = \frac{100}{1000} = 0,1 \text{ м/с}^2$$

($v_0 = 36$ км/ч $= 10$ м/с; $R = 1$ км $= 1000$ м).

4. Зная модуль полного ускорения точки в начале пути, определим его касательную составляющую:

$$a_0^2 = a_{n0}^2 + a_t^2; \quad a_t = \sqrt{a_0^2 - a_{n0}^2} = \sqrt{0,125^2 - 0,1^2} = 0,075 \text{ м/с}^2.$$

5. Подставляя в закон движения касательную составляющую ускорения a_t , определим время t , в течение которого поезд прошел участок длиной 560 м:

$$560 = 10t - \frac{0,75t^2}{2}.$$

$$\text{Отсюда } t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 1120 \cdot 0,075}}{0,075} = \frac{10 \pm 4}{0,075} \text{ с.}$$

$$\text{Следовательно, } t_1 = \frac{14}{0,075} \text{ с; } t_2 = \frac{6}{0,075} \text{ с.}$$

Значение t_1 отбрасываем как нереальное, так как это время превышает время $t_2 = \frac{6}{0,075}$ с, через которое поезд уже окажется в конце пути.

Поэтому принимаем во внимание только второй корень уравнения

$$t_2 = \frac{6}{0,075} = 80 \text{ с.}$$

6. Определим скорость в конце пути:

$$v_k = 10 - 0,075t_k = 10 - 0,075 \cdot 80 = 4 \text{ м/с.}$$

7. Вычислим нормальное ускорение в конце пути:

$$a_{нк} = \frac{v_k^2}{R} = \frac{4^2}{1000} = 0,016 \text{ м/с}^2.$$

8. Определим полное ускорение в конце пути:

$$a_k = \sqrt{a_{нк}^2 + a_{\tau}^2} = \sqrt{0,016^2 + 0,075^2} = 0,0767 \text{ м/с}^2.$$

Из расчетов видно, что полное ускорение уменьшилось за счет уменьшения нормального ускорения, в то время как касательное ускорение осталось неизменным.

1.8. Простейшие движения твердого тела

Поступательное движение. *Поступательным* называется такое движение твердого тела, при котором любая прямая, связанная с телом, во время движения остается параллельной своему начальному положению.

При поступательном движении все точки описывают одинаковые траектории и в каждый момент времени имеют геометрически равные скорости и ускорения. Это основное свойство поступательного движения дает возможность изучать движение по одной из его точек. Примером поступательного движения является движение поршня паровой машины, ползуна с резцом в поперечно-строгальном станке. В этих случаях траектории точек тела прямолинейные. В спарнике двух колес (рис. 1.36) траектории всех точек представляют окружность; сам спарник AA_1 движется поступательно, а колеса вращаются с угловой скоростью ω . Существуют еще более сложные траектории движения точек при поступательном движении тела. При выпуске шасси у истребителя МиГ-21 колеса совершают поступательное движение, причем траектории точек колеса представляют собой пространственную кривую.

Вращательное движение относительно неподвижной оси. *Вращательным* называется такое движение твердого тела, при котором точки тела движутся в плоскостях, перпендикулярных неподвижной прямой, называе-

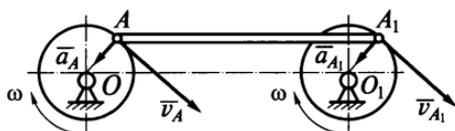


Рис. 1.36

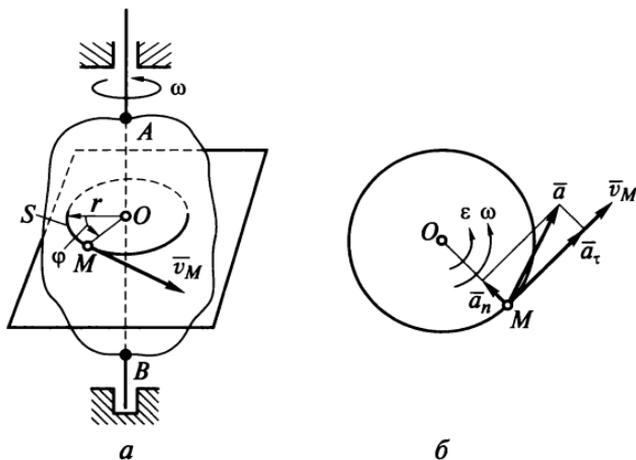


Рис. 1.37

мой осью вращения тела, и описывают окружности, центры которых лежат на этой оси. Для осуществления этого движения следует неподвижно закрепить две точки твердого тела A и B (рис. 1.37, a). Тогда прямая, проходящая через эти точки, является осью вращения.

При вращении угол поворота тела меняется в зависимости от времени:

$$\varphi = f(t).$$

Эта зависимость называется *уравнением вращательного движения тела*. Угол поворота часто выражают через число оборотов N . Тогда угол φ в радианах, соответствующий N оборотам, определяется по следующей формуле:

$$\varphi = 2\pi N.$$

Величина, характеризующая быстроту изменения угла поворота φ с течением времени, называется *угловой скоростью тела* и имеет размерность секунда в минус первой степени ($1/c$). Ее значение определяется по формуле

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Учитывая, что дуга $S = r\varphi$ и, следовательно, $\varphi = S/r$, получим

$$\omega = \frac{dS}{rdt} = \frac{v_M}{r}.$$

Отсюда найдем *линейную скорость точки вращающегося тела*:

$$v_M = \omega r.$$

Угловая скорость вращения ω (1/с) связана с частотой вращения n (об/мин) следующей зависимостью

$$\omega = (2\pi/60) \cdot n = \pi n/30.$$

В этом случае линейная скорость точки тела может быть выражена также через частоту вращения

$$v = (\pi n/30) \cdot (d/2).$$

Размерность скорости будет зависеть от размерности диаметра d . Если d измерен в миллиметрах, то скорость будет выражена в метрах в секунду (м/с):

$$v = \pi dn/(60 \cdot 1000).$$

В технике часто скорость выражается в метрах в минуту (м/мин), тогда

$$v = \pi dn/1000.$$

Величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости с течением времени, называется *угловым ускорением* и имеет размерность секунда в минус второй степени (1/с²):

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Если $d\omega/dt > 0$ и $d\varphi/dt > 0$, то движение ускоренное; если $d\omega/dt < 0$, а $d\varphi/dt > 0$, то движение замедленное.

Точка M тела участвует во вращательном движении, перемещаясь по окружности радиуса $OM = r$ (рис. 1.37, б). Поскольку ее траектория криволинейная, то ускорение

$$\bar{a} = a_\tau \bar{\tau} + a_n \bar{n}.$$

Касательная составляющая ускорения

$$a_\tau = |dv/dt| = |d\omega r/dt| = r|d\omega/dt| = r\varepsilon;$$

направление a_τ определяет направление стрелки ε .

Нормальная составляющая ускорения

$$a_n = v^2/\rho = (\omega r)^2/r = \omega^2 r.$$

Это ускорение направлено всегда к центру, поэтому называется *центростремительным*.

Полное ускорение точки вращающегося вокруг неподвижной оси тела

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Частные случаи вращательного движения тела:
 1) $\omega = \text{const}$. Зная, что $\omega = d\varphi/dt = \text{const}$, перепишем эту зависимость и проинтегрируем уравнение в пределах, соответствующих начальному моменту времени t_0 (соответственно, φ_0) и произвольному моменту времени t :

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \omega \int_{t_0}^t dt,$$

откуда

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

В результате получен закон равномерного вращательного движения тела;

2) $\varepsilon = \text{const}$ — равнопеременное вращательное движение (равноускоренное или равнозамедленное) тела. Вывод его закона движения аналогичен:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Плоское движение твердого тела. *Плоским*, или плоскопараллельным, движением твердого тела называется такое движение, при котором каждая точка тела движется в плоскости, параллельной некоторой неподвижной плоскости. Примерами плоского движения являются движение шайбы по льду, колеса поезда по прямолинейному участку пути.

Плоское движение тела можно разложить на поступательное и вращательное относительно выбранного центра. На рис. 1.38 показано, что тело из положения I можно переместить в положение II двумя способами.

1. Перемещаем тело поступательно так, чтобы прямая AB , перемещаясь параллельно первоначальному положению, заняла в пространстве положение A_2B_1 . После этого повернем тело вокруг точки B_1 на угол φ_1 .

2. Переместим тело поступательно из положения I так, чтобы прямая AB совместилась с прямой A_1B_2 , ей параллельной. После этого будем вращать тело вокруг точки A_1 до тех пор, пока точка B_2 не попадет в точку B_1 .

Поскольку $A_1B_2 \parallel A_2B_1$, то углы $\varphi_1 = \varphi_2$. Следовательно, чтобы занять положение II, тело может совершить различные поступательные движения (в зависимо-

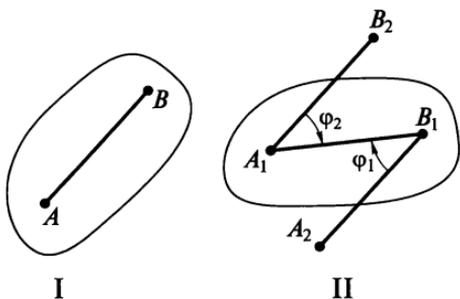


Рис. 1.38

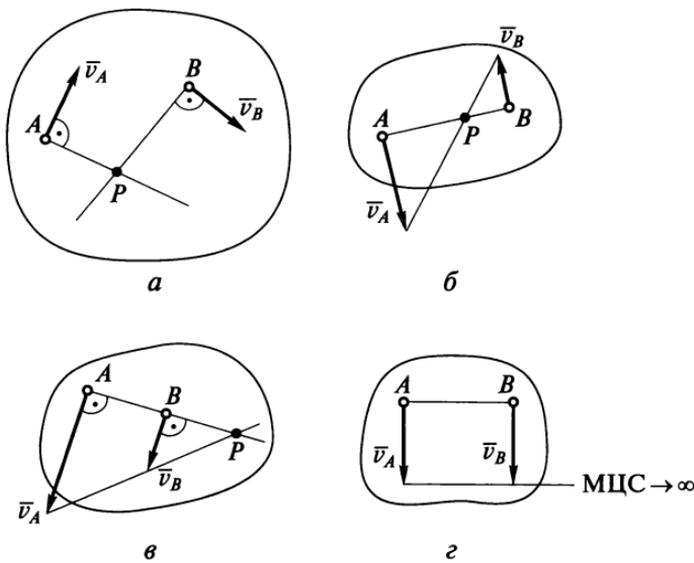


Рис. 1.39

сти от выбранного полюса), а вращение, как при первом, так и при втором способе, будет одинаковым.

Следовательно, любое плоское движение можно разложить на поступательное движение тела вместе с выбранным полюсом и вращательное относительно полюса. Чаще всего за такой полюс выбирают центр масс тела.

Мгновенный центр скоростей. Неизменно связанная с телом точка, скорость которой в данный момент времени равна нулю, называется *мгновенным центром скоростей* (МЦС). Мгновенный центр скоростей находится в точке P на перпендикулярах к скоростям точек тела, опущенных из этих точек (рис. 1.39, а). Различные случаи определения мгновенного центра скоростей показаны на рис. 1.39, б—г.

Преобразование движений. В машинах очень часто происходит преобразование одного движения в другое. Например, в криво-

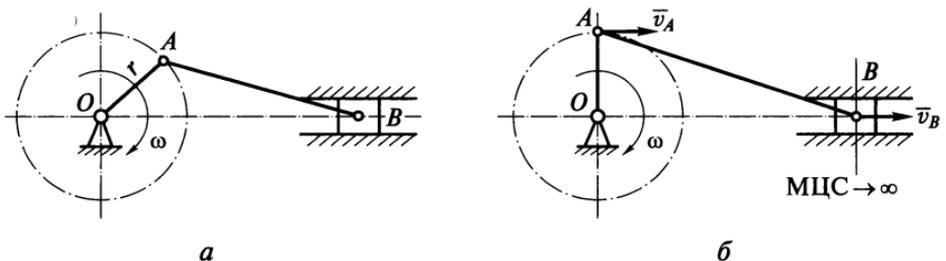


Рис. 1.40

шипно-шатунном механизме (рис. 1.40) кривошип OA совершает вращательное движение, которое преобразуется в поступательное перемещение ползуна B . При решении практических задач бывает необходимо найти законы этого движения или скорости.

Пример 1.12.

В кривошипно-шатунном механизме (см. рис. 1.40, *a*) за один оборот кривошипа ползун проходит путь, равный 400 мм. Какой путь пройдет за это время точка A ? Где будет находиться МЦС звена AB , когда кривошип OA займет вертикальное положение?

Решение.

1. Рассмотрим, какие траектории движения имеют точки A , B и какие движения совершают тела, к которым они принадлежат. Точка A участвует во вращательном движении кривошипа OA , и в то же время она принадлежит шатуну AB , который совершает плоское движение. Точка B также сочленяет два тела: шатун AB и ползун B . Поскольку точка B принадлежит ползуну, совершающему поступательное движение с прямолинейной траекторией всех его точек, то для нее всегда известна траектория движения — это горизонтальная прямая. Таким образом, зная направления скоростей точек A и B , можно найти положение мгновенного центра скоростей для кривошипно-шатунного механизма, когда кривошип OA занимает вертикальное положение. Из рис. 1.40, *b* видно, что МЦС лежит в бесконечности. Следовательно, все точки звена AB имеют одинаковые скорости.

2. За один оборот кривошипа точка A проходит путь $S = 2\pi r$. Ползун B за один оборот пройдет путь, равный $4r$.

Следовательно, можно найти радиус кривошипа, если известен пройденный путь точки B :

$$4r = 400 \text{ мм}; r = 100 \text{ мм.}$$

3. Зная радиус r кривошипа, можно определить пройденный точкой A путь за один оборот кривошипа:

$$S = 2\pi r = 2\pi \cdot 100 = 628 \text{ мм.}$$

1.9. Законы динамики, уравнения движения материальной точки, принцип Д'Аламбера

Законы динамики. *Динамикой* называется раздел механики, в котором изучается движение материальных тел под действием приложенных к ним сил. В основе динамики лежат законы, сформулированные Ньютоном.

Первый закон — закон инерции, установленный Галилеем, гласит: материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока воздействие других тел не изменит это состояние.

Второй закон — основной закон динамики — устанавливает связь между ускорением a , массой m материальной точки M и силой \vec{F} (рис. 1.41): ускорение материальной точки пропорционально приложенной к ней силе и имеет одинаковое с ней направление. Запишем этот закон в форме, которую придал этому закону Эйлер:

$$m\bar{a} = \bar{F}.$$

В классической механике масса m принята за постоянную величину. *Масса* является мерой инертности материальных тел в их поступательном движении. Запишем основной закон динамики в виде скалярных равенств, проецируя векторное равенство на оси координат:

$$ma_x = F_x; ma_y = F_y; ma_z = F_z.$$

Третий закон формулируется следующим образом: всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие. Этот закон устанавливает, что при взаимодействии двух тел, в каком бы кинематическом состоянии они не находились, силы, приложенные к каждому из них, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны.

Четвертый закон не был сформулирован Ньютоном как отдельный закон механики, но таковым можно считать сделанное им обобщение правила параллелограмма сил: несколько одновременно действующих сил сообщают точке такое ускорение, какое сообщала бы одна сила, равная их геометрической сумме.

Уравнения движения материальной точки. Основной закон динамики можно записать в скалярном виде, спроецировав векторы либо на декартовы, либо на естественные оси координат. В первом случае получим *уравнения движения материальной точки в прямоугольной декартовой системе координат*:

$$m\ddot{x} = F_x; m\ddot{y} = F_y; m\ddot{z} = F_z,$$

где $\ddot{x} = a_x; \ddot{y} = a_y; \ddot{z} = a_z$.

Во втором случае получим *естественные уравнения движения*:

$$ma_n = F_n; ma_\tau = F_\tau; ma_b = F_b,$$

где $a_n = v^2/\rho; a_\tau = d^2S/dt^2$.

Проекция ускорения на бинормаль всегда равна нулю: $a_b = 0$, поэтому $F_b = 0$.

Пример 1.13.

Уравнение движения материальной точки M с массой m имеет вид:

$$x = r \cos kt; y = r \sin kt.$$

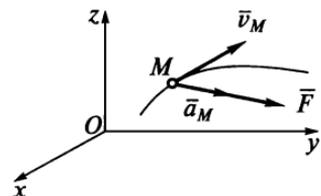


Рис. 1.41

Определить равнодействующую приложенных к точке сил и траекторию движения материальной точки.

Решение.

1. Определяем проекции ускорения на оси координат. Сначала определим проекции скорости на те же оси:

$$v_x = \dot{x} = -kr \sin kt; \quad v_y = \dot{y} = kr \cos kt.$$

С учетом этого получаем $a_x = \dot{v}_x = -k^2 r \cos kt$; $a_y = \dot{v}_y = -k^2 r \sin kt$.

2. Определяем проекции равнодействующей силы.

Поскольку $F_x = m\ddot{x} = ma_x$ и $F_y = m\ddot{y} = ma_y$, то

$$F_x = -mk^2 r \cos kt; \quad F_y = -mk^2 r \sin kt.$$

3. Определяем модуль равнодействующей:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = mk^2 r \sqrt{\cos^2 kt + \sin^2 kt} = mk^2 r.$$

4. Определяем направление равнодействующей:

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} = -\cos kt = -\frac{x}{r}; \quad \cos \beta = \frac{F_y}{F} = -\sin kt = -\frac{y}{r}.$$

Очевидно, что угол наклона равнодействующей силы по отношению к осям координат меняется.

5. Определяем траекторию движения материальной точки. Для исключения времени возведем в квадрат и сложим уравнения движения. В результате получим уравнение окружности с радиусом r : $x^2 + y^2 = r^2$.

Если построить проекции равнодействующей силы, приложенной к материальной точке, то получится, что сила все время меняет направление, оставаясь постоянно направленной к центру окружности радиуса r .

Принцип Д'Аламбера. Принципом Д'Аламбера называют общий метод, с помощью которого уравнения динамики по форме придается вид уравнений статики. Для этого вводится понятие *силы инерции* материальной точки — силы, равной произведению массы точки на ее ускорение и направленной противоположно ускорению:

$$\bar{F}_{\text{ин}} = -m\bar{a}.$$

Положим, что материальная точка M под действием системы сил $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \dots, \bar{F}_n$ движется с ускорением \bar{a} (рис. 1.42, a), при этом основное уравнение динамики будет иметь вид

$$m\bar{a} = \bar{F}, \quad \text{где } \bar{F} = \sum \bar{F}_i,$$

тогда

$$m\bar{a} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n.$$

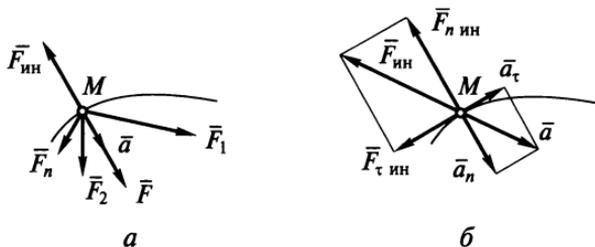


Рис. 1.42

Перенесем член $m\bar{a}$ из левой части уравнения в правую. Тогда

$$0 = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n - m\bar{a}.$$

Так как $-m\bar{a} = \bar{F}_{ин}$, то имеем

$$\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots + \bar{F}_n + \bar{F}_{ин} = 0.$$

Полученное соотношение выражает принцип Д'Аламбера и формулируется следующим образом: геометрическая сумма всех приложенных к точке сил и силы инерции этой точки равна нулю.

Принцип Д'Аламбера применим как для свободной, так и для несвободной материальной точки, так как, освобождая материальную точку от связей и заменяя ее действие пассивными силами, мы рассматриваем движение точки под действием активных и пассивных сил, которые сообщают ей ускорение.

Следует помнить, что к материальной точке инерционная сила приложена лишь условно. Фактически сила инерции приложена не к материальной точке, а к телу, сообщаемому ей ускорение. Этот метод получил широкое применение при расчетах на прочность при динамических нагрузках (см. пример 2.14, в разд. 2).

Силу инерции можно разложить на касательную $F_{т\text{ин}}$ (тангенциальную) и нормальную $F_{n\text{ин}}$ (центробежную) составляющие (рис. 1.42, б)

$$F_{т\text{ин}} = ma_{т};$$

$$F_{n\text{ин}} = mv^2/\rho,$$

где ρ — радиус кривизны траектории.

В случае круговой траектории точки (радиус окружности r), принадлежащей телу, вращающемуся с угловой скоростью ω и угловым ускорением ϵ , тангенциальная и центробежная составляющие силы инерции определяются так:

$$F_{т\text{ин}} = m\epsilon r; F_{n\text{ин}} = m\omega^2 r.$$

1.10. Силы, действующие на точки механической системы

Механической системой называют мысленно выделенную совокупность материальных точек, взаимодействующих между собой. Механическую систему иногда называют *материальной системой* или *системой материальных точек*. Существуют системы *свободных* точек (например, Солнечная система) и *несвободных* материальных точек (их движения ограничены связями). Примером системы несвободных точек может служить любой механизм или машина.

Все силы, действующие на систему несвободных точек, подразделяют на *задаваемые (активные) силы* и *реакции связей (пассивные силы)*. По другому признаку силы, действующие на точки любой механической системы, делят на внешние и внутренние. Условимся обозначать внешние силы \bar{F}^E , внутренние силы \bar{F}^J .

Внешними называют силы, действующие на точки системы со стороны материальных точек, не входящих в состав данной системы.

Внутренними называют силы взаимодействия между материальными точками данной механической системы. Примером внутренних сил могут служить силы упругости, действующие между частицами упругого тела, принятого за механическую систему.

Одна и та же сила может быть как внешней, так и внутренней в зависимости от того, какая механическая система рассматривается. Например, реакции подшипников вала являются внешними силами по отношению к валу. Эти же реакции можно отнести к внутренним силам, если рассматривать всю установку вместе с машиной.

Таким образом, любая сила может быть внешней или внутренней, в то же время она может быть задаваемой или реакцией связи. Движение точек системы зависит как от внешних, так и от внутренних сил.

По закону равенства действия и противодействия каждой внутренней силе соответствует другая внутренняя сила, равная ей по модулю и противоположная по направлению. На основании этого можно сделать следующие выводы.

1. Главный вектор всех внутренних сил системы равен нулю:

$$\bar{R}^J = \sum_{i=1}^k \bar{F}_i^J = 0.$$

Следовательно, и суммы их проекций на координатные оси также равны нулю:

$$\sum_{i=1}^k \bar{F}_{ix}^J = 0; \sum_{i=1}^k \bar{F}_{iy}^J = 0; \sum_{i=1}^k \bar{F}_{iz}^J = 0.$$

2. Главный вектор-момент всех внутренних сил системы относительно любого центра и координатных осей равен нулю:

$$\bar{M}_O^J = \sum_{i=1}^k \bar{M}_{iO}^J = 0$$

или

$$\sum_{i=1}^k \text{mom}_x(\bar{F}_i^J) = 0; \sum_{i=1}^k \text{mom}_y(\bar{F}_i^J) = 0; \sum_{i=1}^k \text{mom}_z(\bar{F}_i^J) = 0.$$

Хотя эти уравнения имеют вид уравнений равновесия сил, произвольно приложенных в пространстве, однако в них входят внутренние силы, которые не уравниваются, так как они приложены к разным точкам системы и могут вызвать перемещение этих точек относительно друг друга.

1.11. Теорема о движении центра масс механической системы

Представим, что механическая система состоит из k материальных точек (рис. 1.43). Известно (см. подразд. 1.6), что можно найти положение центра масс такой системы, если заданы массы m_i точек и их координаты :

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^k m_i x_i}{m}; \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^k m_i y_i}{m}; \quad z_C = \frac{\sum_{i=1}^k m_i z_i}{m}.$$

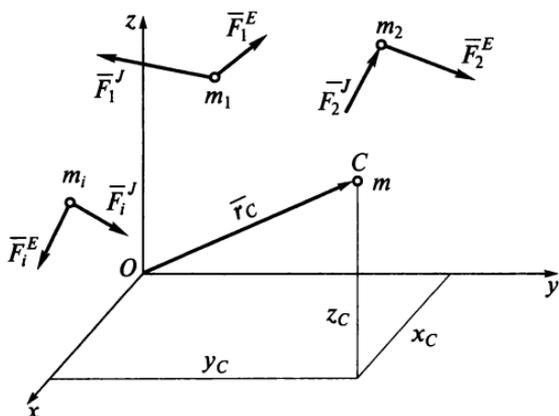


Рис. 1.43

Следовательно,

$$m x_C = \sum_{i=1}^k m_i x_i; \quad m y_C = \sum_{i=1}^k m_i y_i; \quad m z_C = \sum_{i=1}^k m_i z_i.$$

Дважды про дифференцировав эти равенства, получим

$$m \ddot{x}_C = \sum_{i=1}^k m_i \ddot{x}_i; \quad m \ddot{y}_C = \sum_{i=1}^k m_i \ddot{y}_i; \quad m \ddot{z}_C = \sum_{i=1}^k m_i \ddot{z}_i.$$

Правые части полученных уравнений в соответствии с основным законом динамики представляют собой сумму внешних \bar{F}_i^E и внутренних \bar{F}_i^J сил, действующих на эти материальные точки, в проекциях на соответствующие оси координат. Следовательно, последние уравнения можно переписать так:

$$m \ddot{x}_C = \sum_{i=1}^k F_{ix}^E + \sum_{i=1}^k F_{ix}^J; \quad m \ddot{y}_C = \sum_{i=1}^k F_{iy}^E + \sum_{i=1}^k F_{iy}^J; \quad m \ddot{z}_C = \sum_{i=1}^k F_{iz}^E + \sum_{i=1}^k F_{iz}^J.$$

Учитывая, что главный вектор внутренних сил равен нулю ($\bar{R}^J = 0$), получим

$$m \ddot{x}_C = \sum_{i=1}^k F_{ix}^E; \quad m \ddot{y}_C = \sum_{i=1}^k F_{iy}^E; \quad m \ddot{z}_C = \sum_{i=1}^k F_{iz}^E.$$

Эти уравнения выражают **теорему о движении центра масс системы**, которая формулируется следующим образом.

Центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе системы, к которой приложены все внешние силы, действующие на эту систему.

Отсюда следует, что внутренние силы не оказывают влияния на движение центра масс механической системы.

Пример 1.14.

Определить перемещение плавучего крана, поднимающего груз массой 2000 кг, при повороте стрелы крана до вертикального положения (рис. 1.44). Масса крана 20 т. Длина стрелы AB равна 8 м. Соппротивлением воды пренебречь.

Решение.

1. Выбираем систему отсчета Oxy (рис. 1.44, a).
2. Проставляем все внешние силы, действующие на материальные тела данной механической системы. На плавучий кран действуют сила тяжести $m_1 \bar{g}$ (заданная сила) и сила \bar{N} (реакция, т.е. пассивная сила); к грузу приложена только одна внешняя сила — его вес $m_2 \bar{g}$.
3. Запишем уравнения движения центра масс механической системы:

$$m \ddot{x}_C = \sum_{i=1}^2 F_{ix}^E; \quad m \ddot{y}_C = \sum_{i=1}^2 F_{iy}^E,$$

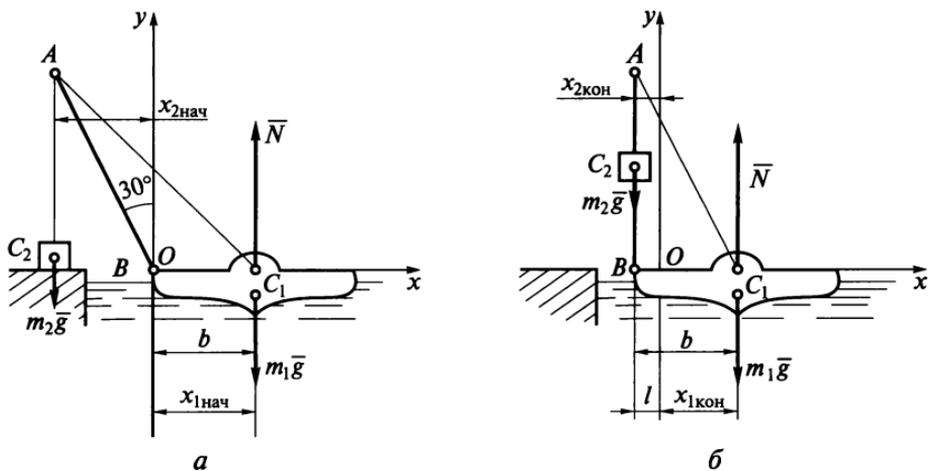


Рис. 1.44

или

$$m\ddot{x}_C = 0; m\ddot{y}_C = -m_1g - m_2g + N.$$

4. Будем исследовать первое уравнение, так как нас интересует движение центра масс по горизонтали. Поскольку $m\ddot{x}_C = 0$, то скорость центра масс вдоль оси Ox $v_{xC} = \text{const}$. Это означает, что скорость центра масс в этом направлении в любой момент времени неизменна, т.е. справедливо равенство $v_{xC \text{ нач}} = v_{xC \text{ кон}}$.

В начальный момент система находилась в покое, следовательно, $v_{xC \text{ нач}} = v_{xC \text{ кон}} = 0$. А так как $v_{xC} = dx_C/dt$, то $x_C = \text{const}$.

Таким образом, анализ уравнения движения центра масс вдоль оси Ox показал, что начальная и конечная координаты центра масс совпадают: $x_{C \text{ нач}} = x_{C \text{ кон}}$.

5. Запишем формулу для определения положения центра масс механической системы применительно к ее начальному положению

$$x_{C \text{ нач}} = \frac{m_1 x_{1 \text{ нач}} + m_2 x_{2 \text{ нач}}}{m_1 + m_2}$$

и конечному положению

$$x_{C \text{ кон}} = \frac{m_1 x_{1 \text{ кон}} + m_2 x_{2 \text{ кон}}}{m_1 + m_2}.$$

6. Выразим начальные и конечные координаты материальных тел системы в соответствии с выбранной системой отсчета (рис. 1.44, б):

$$x_{1 \text{ нач}} = b; x_{2 \text{ нач}} = -AB \sin 30^\circ = -8 \cdot \frac{1}{2} = -4 \text{ м};$$

$$x_{1 \text{ кон}} = b - l; x_{2 \text{ кон}} = -l.$$

7. Определяем перемещение l плавучего крана. Приравнявая $x_{\text{нач}} = x_{\text{кон}}$, получим

$$m_1 x_{1 \text{ нач}} + m_2 x_{2 \text{ нач}} = m_1 x_{1 \text{ кон}} + m_2 x_{2 \text{ кон}}$$

или

$$m_1 b + m_2(-4) = m_1(b - l) + m_2(-l);$$

$$m_1 b - m_2 \cdot 4 = m_1 b - m_1 l - m_2 l;$$

$$-2000 \cdot 4 = -20\,000l - 2000l;$$

$$l = (4 \cdot 2000)/(20\,000 + 2000) = 0,36 \text{ м.}$$

1.12. Работа силы

Работа постоянной силы. Вычислим работу силы, постоянной по модулю и направлению (рис. 1.45, а). Предположим, что точка M перемещается в точку M_1 . Вектор силы \vec{F} с вектором перемещения \vec{U} составляет угол α . В этом случае работу выполняет только та составляющая силы, которая совпадает с направлением вектора перемещения \vec{U} :

$$A = FU \cos \alpha = FU \cos(\vec{F}, \vec{U}).$$

Из векторной алгебры известно, что скалярное произведение двух векторов равно произведению их модулей на косинус угла между ними:

$$\vec{F} \cdot \vec{U} = FU \cos(\vec{F}, \vec{U}).$$

Следовательно, работа постоянной по модулю и направлению силы на прямолинейном перемещении определяется скалярным произведением вектора силы на вектор перемещения ее точки приложения:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{U}.$$

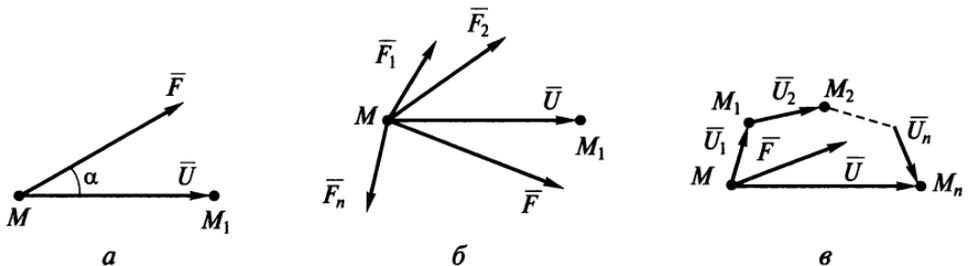


Рис. 1.45

Частные случаи определения работы постоянной силы:

1) сила \vec{F} действует на тело в направлении вектора перемещения \vec{U} :

$$A = FU;$$

2) сила \vec{F} направлена перпендикулярно вектору перемещения \vec{U} :

$$A = 0;$$

3) сила \vec{F} направлена в сторону, противоположную вектору перемещения \vec{U} :

$$A = -FU.$$

Рассмотрим теоремы о работе постоянной силы.

Теорема 1. Работа равнодействующей силы на некотором перемещении равна алгебраической сумме работ составляющих силы на том же перемещении.

Положим, что на точку M действуют постоянные по модулю и направлению силы $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ (рис. 1.45, б). Равнодействующая этих сил: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$. Если точка получает перемещение \vec{U} , то работа силы \vec{F} на этом перемещении будет равна

$$A = \vec{F} \cdot \vec{U} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n) \cdot \vec{U} = \vec{F}_1 \cdot \vec{U} + \vec{F}_2 \cdot \vec{U} + \dots + \vec{F}_n \cdot \vec{U}.$$

Полученная сумма представляет собой сумму работ отдельных сил на перемещении \vec{U} . Таким образом, имеем

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n.$$

Теорема 2. Работа силы на результирующем перемещении равна алгебраической сумме работ этой силы на составляющих перемещениях.

Положим, что точка M приложения постоянной силы \vec{F} получает совокупность последовательных перемещений $\vec{U}_1, \vec{U}_2, \dots, \vec{U}_n$ (рис. 1.45, в). Результирующее перемещение точки M

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \dots + \vec{U}_n.$$

Определим работу силы \vec{F} на этом перемещении:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{U} = \vec{F} \cdot (\vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \dots + \vec{U}_n) = \vec{F} \cdot \vec{U}_1 + \vec{F} \cdot \vec{U}_2 + \dots + \vec{F} \cdot \vec{U}_n.$$

Полученная сумма представляет собой сумму работ силы \vec{F} на составляющих перемещениях. Таким образом, имеем

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n.$$

Напомним, что единицей измерения работы в Международной системе единиц (СИ) является *джоуль* ($1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$).

Работа силы тяжести не зависит от вида траектории, а определяется только расстоянием по вертикали между начальной и конечной точками перемещения (перепадом высот H):

если точка перемещается сверху вниз, то работа силы тяжести положительная

$$A = mgH,$$

если точка перемещается снизу вверх, то работа силы тяжести отрицательная

$$A = -mgH.$$

Из этого следует важный вывод: работа силы тяжести на замкнутом пути равна нулю.

Пример 1.15.

Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить работу силы тяжести при снижении планера массой $1\,200 \text{ кг}$ из точки A в точку B (рис. 1.46).

Решение.

На планер, который мы принимаем за материальную точку, действует только сила тяжести. Работа силы тяжести при перемещении ее точки приложения сверху вниз определится так:

$$A = mgH = 1\,200 \cdot 9,8 \cdot 2\,800 = 32\,828\,000 \text{ Н} \cdot \text{м} = 32,828 \text{ МН} \cdot \text{м}.$$

Работа сил, приложенных к вращающемуся твердому телу. Твердое тело представляет из себя механическую систему, расстояния между точками которой остаются неизменными. Положим, что к твердому телу (рис. 1.47), вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложены внешние силы $\vec{F}_1^E, \vec{F}_2^E, \dots, \vec{F}_n^E$, в результате действия которых в опорах A и B возникают реакции связей, их проекции показаны на рисунке. Необходимо определить работу сил, в результате действия которых тело вращается. Помимо внешних существуют и внутренние силы и моменты, но для абсолютно твердого тела работа внутренних силовых факторов равна нулю. Вы-

числим элементарную работу отдельной силы \vec{F}_i^E на элементарном перемещении ее точки приложения dS_i . Траектория точки D_i — окружность с радиусом $r_i = D_iO$. При элементарном перемещении тела его угол поворота получает приращение $d\phi$, а дуговая координата точки D_i — приращение $dS_i = r_i d\phi$. Вычислим элементарную работу силы \vec{F}_i^E ,

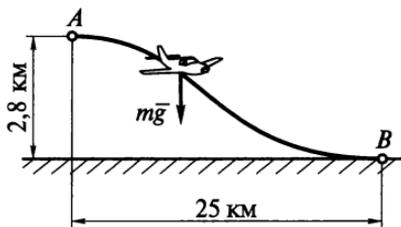


Рис. 1.46

предварительно разложив ее на три составляющие по естественным осям траектории точки D_i . Работа сил \bar{F}_{in}^E и \bar{F}_{ib}^E , перпендикулярных к вектору скорости точки D_i , равна нулю. Поэтому элементарная работа силы \bar{F}_i^E будет определяться только ее тангенциальной составляющей:

$$\delta A_i^E = F_{i\tau}^E dS_i = F_{i\tau}^E r_i d\varphi = M_{iz}^E d\varphi.$$

Элементарная работа всех внешних сил, приложенных к твердому телу:

$$\delta A = \sum \delta A_i^E = \sum M_{iz}^E d\varphi = d\varphi \sum M_{iz}^E,$$

где $\sum M_{iz}^E = M_z^E$ — главный момент внешних сил относительно оси вращения z . Здесь следует отметить, что реакции связей момента относительно оси z не создают, так как пересекают эту ось.

Таким образом, имеем

$$\delta A = \sum \delta A_i^E = M_z^E d\varphi,$$

т. е. элементарная работа сил, приложенных к твердому телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси, равна произведению главного момента внешних сил относительно оси вращения на приращение угла поворота.

Если при вращении тела угол поворота изменяется от φ_1 до φ_2 , то сумма работ сил на этом конечном перемещении

$$\sum A_i = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z^E d\varphi.$$

Если главный момент внешних сил относительно оси z постоянный, то

$$\sum A_i = M_z^E \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = M_z^E (\varphi_2 - \varphi_1).$$

В этом случае сумма работ на конечном угловом перемещении равна произведению главного момента внешних сил относительно оси вращения на конечное изменение угла поворота тела.

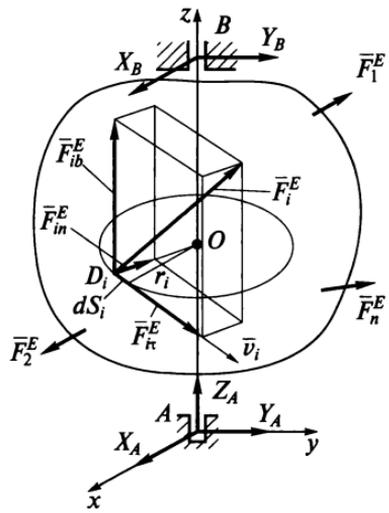


Рис. 1.47

1.13. Мощность

Одна и та же работа может быть выполнена за различные промежутки времени. Поэтому вводят понятие мощности; единицей измерения мощности в СИ является *ватт* ($1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$).

Если сила производит в равные промежутки времени равные работы, то мощность можно определить отношением работы ко времени. При равномерном прямолинейном движении точки, когда перемещение $U = vt$, мощность N можно определить через силу F и скорость движения:

$$N = F \cdot v \cos \alpha,$$

где α — угол между векторами перемещения и силы.

Для равномерного вращательного движения тела, которое имеет постоянную угловую скорость, справедлива следующая формула:

$$N = M_{\text{кр}}\omega = M_{\text{кр}} \frac{n}{30},$$

где $M_{\text{кр}}$ — крутящий момент относительно оси вращения; n — частота вращения, об/мин.

1.14. Коэффициент полезного действия

Чтобы произвести полезную работу, необходимо затратить несколько бóльшую работу, так как часть ее расходуется на преодоление сил сопротивления (сил трения в зубчатых передачах и опорах, сопротивления воздуха и другой среды, в которой перемещается материальная точка). Эффективность работы какой-либо установки или машины оценивается коэффициентом полезного действия η .

Коэффициентом полезного действия (КПД) машины называют отношение полезной работы к полной затраченной работе:

$$\eta = \frac{A_{\text{полез}}}{A_{\text{полн}}} < 1.$$



Контрольные вопросы

1. Что называется абсолютно твердым телом?
2. Какие системы сил называются эквивалентными?
3. В чем состоит принцип освобожденности твердого тела от связей?
4. Чем отличаются активные силы от пассивных?

5. Что называется плоской и пространственной системой сил?
6. Чем отличаются сходящиеся силы от произвольно расположенных в пространстве?
7. Как определяется момент силы относительно точки?
8. Запишите основные уравнения равновесия произвольной пространственной системы сил.
9. Что такое главный вектор сил и чему он равен? Зависит ли главный вектор сил от выбора центра приведения?
10. Перечислите способы определения положения центра тяжести твердого тела.
11. Имеет ли материальная точка ускорение при равномерном движении по криволинейной траектории?
12. Могут ли точки тела, движущегося поступательно, иметь криволинейные траектории?
13. Что такое мгновенный центр скоростей плоской фигуры?
14. Запишите основной закон динамики.
15. В чем состоит принцип Д'Аламбера?
16. Чему равна работа силы тяжести? Зависит ли она от вида траектории точки приложения силы?
17. Дайте определение коэффициента полезного действия. Для чего введено это понятие?
18. Как определить центр тяжести грузовика?

ОСНОВЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

2.1. Основные понятия

При проектировании сооружений и машин инженеру приходится выбирать материал и поперечные размеры для каждого элемента конструкции так, чтобы он вполне надежно, без риска разрушиться или исказить свою форму, *сопротивлялся* действию внешних сил. Основания для правильного решения этой задачи дает наука о *сопротивлении материалов*.

В данном разделе рассматриваются тела, которые под действием внешних сил меняют свою форму и размеры, т. е. *деформируются*.

Деформации могут быть *упругими*, если тело после устранения нагрузки, т. е. внешних сил, восстанавливает свои размеры и форму. Если же после снятия нагрузки тело не восстанавливает своих размеров и прежней формы, то возникающие при этом деформации называются *остаточными*. Мы будем изучать только *однородные изотропные* тела, у которых по всем направлениям свойства одинаковые.

В сопротивлении материалов тела классифицируют следующим образом:

пластина — параллелепипед, длина и ширина которого намного больше толщины;

оболочка — тело, ограниченное криволинейными поверхностями, длина и ширина которого, как у пластины, намного больше толщины;

брус — тело, у которого размеры поперечного сечения малы по сравнению с его длиной. Если линия, соединяющая центры тяжести отдельных поперечных сечений бруса, прямая, то такой брус называют *прямым*;

стержень — брус, работающий на растяжение или сжатие;

балка — брус, к которому приложены силы под углом. В этом случае брус под действием таких сил будет работать не только на сжатие (растяжение), но и на изгиб, т. е. будет изгибаться.

В зависимости от того, какие силы приложены к телу, оно будет по-разному деформироваться. Чтобы определить напряженное состояние, применяют *метод сечений*. Метод сечений позволяет выявить внутренние силы и заключается в том, что тело мысленно рассекают плоскостью на две части (рис. 2.1, *a*) и рассматривают равновесие одной из отсеченных частей. Считают, что внут-

ренные силы распределены равномерно, их равнодействующая равна \bar{N} (рис. 2.1, б). Составим уравнение равновесия внешних \bar{F}^E и внутренних \bar{F}^J сил, действующих на отсеченную часть бруса:

$$\sum_i \bar{F}_i^E + \sum_i \bar{F}_i^J = 0 \text{ или } F - N = 0.$$

Отсюда

$$N = F.$$

Величина σ , характеризующая интенсивность распределения внутренних сил по поперечному сечению, называется *напряжением*:

$$\sigma = N/S,$$

где S — площадь поперечного сечения.

Напряжение согласно Международной системе единиц измеряется в *паскалях* (Па; $1 \text{ Па} = \text{Н}/\text{м}^2$), на практике чаще используют мегапаскали ($1 \text{ МПа} = 1 \text{ Н}/\text{мм}^2$).

На рис. 2.1 внутренние силы направлены по нормали к поперечному сечению, поэтому напряжение называется *нормальным*.

В общем случае нагружения тела (рис. 2.2) все внутренние силы можно привести к главному вектору \bar{R} и главному моменту \bar{M} .

Выбираем систему координат так, чтобы ось Oz была направлена по нормали к сечению, а оси Ox и Oy расположим в его плоскости. Спроектировав главный вектор и главный момент внутренних сил, а также внешние силы, действующие на правую отсеченную часть, на координатные оси и приравняв их сумму нулю, получим шесть уравнений для определения *внутренних силовых факторов*. Составляющая внутренних сил, действующих по нормали к сечению, \bar{N} — нормальная сила; силы \bar{Q}_x и \bar{Q}_y являются составляющими поперечной силы \bar{Q} . Момент относительно оси z называют крутящим моментом ($M_{кр}$), а моменты M_x и M_y — изги-

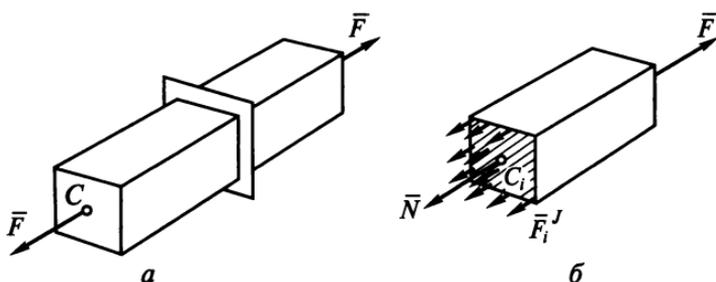


Рис. 2.1

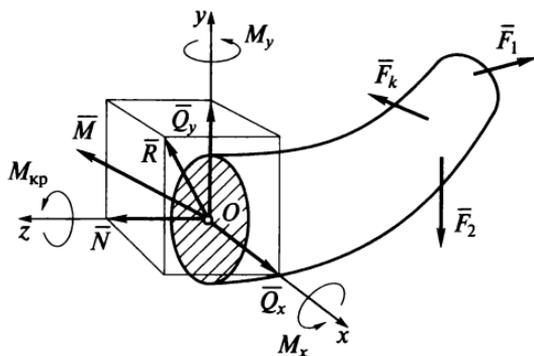


Рис. 2.2

бающими моментами относительно осей Ox и Oy . При заданных внешних силах все шесть внутренних силовых факторов могут быть определены из шести уравнений равновесия, составленных для отсеченной части бруса. Если в поперечном сечении возникает только внутренняя нормальная сила \bar{N} , а прочие внутренние силовые факторы обращаются в нуль, то имеет место *растяжение* или *сжатие*, в зависимости от направления силы \bar{N} . Если в поперечном сечении возникает только момент $M_{кр}$, то брус в данном сечении работает только на *кручение*. В случае, когда внешние силы приложены к брусу таким образом, что в поперечных сечениях возникает только изгибающий момент M_x (или M_y), имеет место *чистый изгиб* в плоскости Oyz (или Oxz). Если в поперечном сечении наряду с изгибающим моментом, например M_x , возникает и поперечная сила Q_y , такой случай нагружения называется *поперечным изгибом* (в плоскости Oyz). Возможны и другие случаи, когда в поперечном сечении действуют различные силовые факторы; при этом брус испытывает *сложное напряженное состояние*. Помимо нормального напряжения в сечении будет возникать касательное напряжение τ в плоскости этого сечения.

2.2. Растяжение и сжатие

Под *растяжением* понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса (стержня) возникают только нормальные силы, а все прочие внутренние силовые факторы (поперечные силы, крутящий момент и изгибающие моменты) равны нулю. *Сжатие* отличается от растяжения только знаком силы \bar{N} : при растяжении нормальная сила \bar{N} направлена от сечения (см. рис. 2.1), а при сжатии — к сечению. Поэтому при анализе внутренних сил сохраняется единство подхода к вопросам растя-

жения и сжатия. Исключение составят длинные тонкие стержни, для которых сжатие сопровождается изгибом (см. подразд. 2.11).

Закон Гука. Многочисленные наблюдения за поведением твердых тел показывают, что в подавляющем большинстве случаев перемещения в определенных пределах пропорциональны действующим силам. В 1660 г. английский ученый Р. Гук сформулировал закон о том, что «какова сила, такова и деформация». В современной трактовке закон Гука определяет *линейную зависимость между напряжением σ и деформацией ϵ* :

$$\sigma = E\epsilon,$$

где E — модуль упругости I рода.

Для однородного стержня длиной l деформация ϵ определяется по формуле

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl — удлинение стержня под действием приложенной силы. Величину ϵ часто называют *относительным удлинением*.

Модуль упругости I рода для каждого материала определяется экспериментально. Для наиболее часто встречающихся материалов его значения приведены в табл. 2.1.

Удлинение стержня. Если в закон Гука вместо напряжения подставить $\sigma = N/S$, а вместо деформации $\epsilon = \Delta l/l$, то для стержня, у которого на длине l внутренняя нормальная сила постоянная и поперечное сечение не изменяется, получим выражение для определения удлинения стержня:

$$\Delta l = \frac{Nl}{ES}.$$

При решении многих практических задач возникает необходимость наряду с удлинением, обусловленным напряжением σ , учитывать также удлинения, связанные с температурным воздействием.

В этом случае деформацию рассматривают как сумму силовой и чисто температурной деформации:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha t,$$

где α — коэффициент температурного расширения материала.

Для однородного стержня, нагруженного по концам и равномерно нагретого, имеем

$$\Delta l = \frac{Nl}{ES} + \alpha lt.$$

Механические характеристики материалов

| Материал | Напряжение, Н/мм ² | | | | $E, 10^5$ Н/мм ² | $\delta, \%$ при $l_0 =$ $= 5d$ | μ |
|-------------------------|-------------------------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------------|---------------------------------------|-------------|
| | $\sigma_{т.р}$ | $\sigma_{т.с}$ | $\sigma_{в.р}$ | $\sigma_{в.с}$ | | | |
| Сталь низкоуглеродистая | 250 | 250 | 390 | — | 2,0 | 42 | — |
| Сталь 30 незакаленная | 330 | 330 | 530 | — | 2,0 | 28 | — |
| Сталь 30 закаленная | 1030 | 900 | 1100 | — | 2,0 | 11 | — |
| Сталь 45 незакаленная | 370 | 370 | 620 | — | 2,0 | 24 | 0,25...0,35 |
| Сталь 45 закаленная | 1040 | 970 | 1080 | — | 2,0 | 13 | — |
| Сталь У8 незакаленная | 250 | 430 | 630 | — | 2,0 | 25 | — |
| Сталь У8 закаленная | 700 | 700 | 1100 | — | 2,0 | 16 | — |
| Сталь 30ХГС закаленная | 1400 | 1400 | 1620 | — | 2,0 | 10 | — |
| Сталь 40ХНВ закаленная | 1720 | 2100 | 2050 | — | 2,0 | 10 | — |
| Чугун серый СЧ25 | 140 | 310 | 250 | 640 | 0,7 | 0,6 | — |
| Титан технический | 520 | 520 | 600 | — | 1,1 | 23 | — |
| Медь отожженная | 55 | 55 | 220 | — | 1,1 | 46 | 0,34 |
| Медь прутковая | 250 | 250 | 320 | — | 1,1 | 15 | — |
| Латунь | 330 | 330 | 450 | — | 1,2 | 17 | — |
| Бронза | 110 | 110 | 136 | — | 1,2 | 7,5 | — |
| Алюминий | 50 | 50 | 84 | — | 0,7 | 35 | 0,26...0,36 |
| Дюраль | 340 | 340 | 540 | — | 0,75 | 13 | — |
| Текстолит | 75 | 115 | 127 | 168 | 0,03 | 1,5 | — |

Примечание. $\sigma_{т.р}$ и $\sigma_{т.с}$ — предел текучести соответственно при растяжении и сжатии; $\sigma_{в.р}$ и $\sigma_{в.с}$ — предел прочности соответственно при растяжении и сжатии; δ — относительное удлинение при разрыве; l_0 — длина образца; d — диаметр образца; μ — коэффициент Пуассона.

Построение эпюр. График изменения нормальной силы, напряжений и перемещений стержня вдоль его оси называется *эпюрой* соответственно нормальных сил, напряжений и перемещений. Эпюры дают наглядное представление о законах изменения различных исследуемых величин. Построение эпюр рассмотрим на конкретном примере.

Пример 2.1.

Для бруса, изображенного на рис. 2.3, а, построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений по длине бруса.

Решение.

1. Выбираем начало отсчета в неподвижном сечении (точка O); положительное направление оси z направим по оси бруса, т.е. вниз.

2. Определим реакцию, составив одно уравнение равновесия:

$$\sum F_{iz} = 0; N_O - 3F + F = 0.$$

Отсюда $N_O = 2F$.

3. Построим эпюру внутренних сил N .

Для этого на расстоянии z_1 рассечем брус и рассмотрим равновесие нижней части (рис. 2.3, б):

$$\sum F_{iz} = 0; -N_1 + F = 0.$$

Отсюда $N_1 = F$, что справедливо для $l \leq z_1 \leq 3l$.

В этих пределах в брусе возникает растяжение, так как N_1 направлена от сечения.

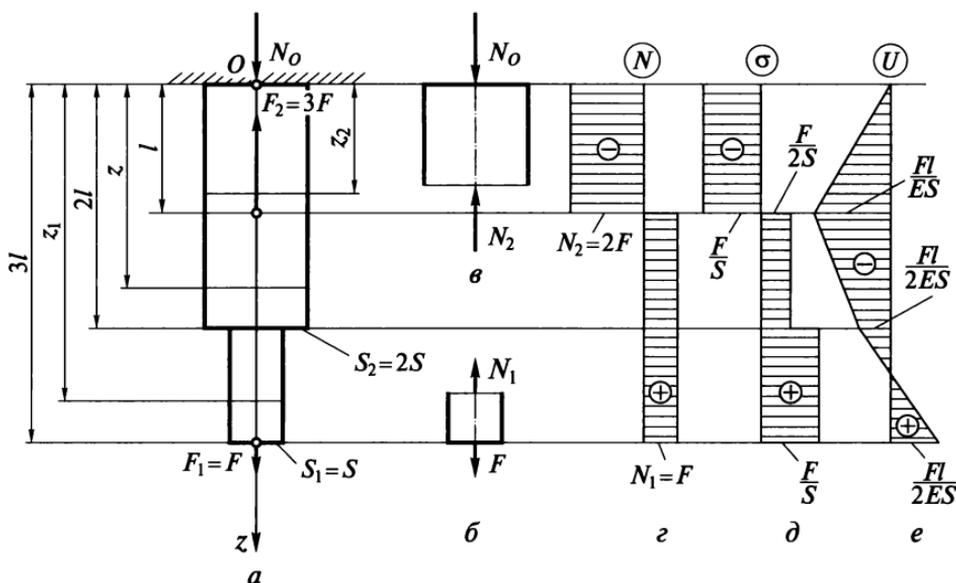


Рис. 2.3

Теперь выберем второй участок бруса $0 \leq z_2 \leq l$ и рассмотрим равновесие верхней части (рис. 2.3, в):

$$\sum_i F_{iz} = 0; \quad N_0 - N_2 = 0; \quad 2F - N_2 = 0.$$

Отсюда $N_2 = 2F$. Поскольку N_2 направлена к сечению, то брус под действием сил N_0 и N_2 сжимается. После того как определили все внутренние нормальные силы, переходим к построению эпюры нормальных сил (рис. 2.3, г). Вправо будем откладывать положительные значения, соответствующие растяжению, а влево — отрицательные значения нормальных сил, соответствующие сжатию.

Анализируя построенную эпюру N , заметим, что внутренние силы не зависят от размеров поперечного сечения, а зависят только от приложенных внешних сил. Поэтому длину бруса разбивают на такое число участков, сколько сосредоточенных сил на его длине приложено. В данном случае было два участка.

При проверке правильности построения эпюры N следует обратить внимание на то, что на эпюре внутренних сил в тех сечениях, где были приложены внешние силы, должны быть скачки, равные приложенной внешней силе.

4. Построим эпюру напряжений σ . Брус следует разбить на участки. Напряжение $\sigma = N/S$, следовательно, участков на эпюре будет столько, сколько раз меняется поперечное сечение; при этом следует обращать внимание, что при постоянной площади поперечного сечения нормальная сила на эпюре N должна оставаться неизменной. С учетом этого на эпюре σ будут три различных значения σ (рис. 2.3, д): $\sigma_1 = N_1/S_1 = F/S$; $\sigma_2 = N_1/S_2 = F/(2S)$; $\sigma_3 = N_2/S_2 = -2F/(2S) = -F/S$.

5. Построим эпюру перемещений U . Начинать следует от неподвижного сечения, т. е. от сечения O . Выразим перемещение сечения, находящегося от неподвижного на расстоянии z_2 :

$$U = \frac{\sigma}{E} z_2.$$

Если $0 \leq z_2 \leq l$, то для $z_2 = l$ перемещение

$$U_1 = \frac{-F}{ES} l.$$

Для $l \leq z \leq 2l$

$$U_2 = U_1 + \frac{\sigma}{E} z,$$

$$\text{или } U_2 = U_1 + \frac{F}{2ES} (z - l); \quad \text{при } z = 2l \quad U_2 = -\frac{F}{2ES} l.$$

Для $2l \leq z_1 \leq 3l$

$$U_3 = U_2 + \frac{F}{ES} (z_1 - 2l); \quad \text{при } z_1 = 3l \quad U_3 = \frac{F}{2ES} l.$$

Откладываем вычисленные перемещения на эпюру U (рис. 2.3, д).

Диаграмма растяжения. Наиболее наглядно особенности диаграммы растяжения можно показать на примере испытания образца из низкоуглеродистой стали (рис. 2.4). Диаграмма вычерчена в координатах $F, \Delta l$. На кривой можно выделить четыре зоны.

Зона OA носит название *зоны упругости*. Здесь материал подчиняется закону Гука и $\Delta l = \frac{Fl}{ES}$. На рис. 2.4 этот участок для большей наглядности показан с отступлением от масштаба. Удлинения на участке OA очень малы, и прямая OA , будучи вычерченной в масштабе, совпадала бы в пределах ширины линии с осью ординат. Значение силы, для которой справедлив закон Гука, зависит от размеров образца и физических свойств материала, поэтому при дальнейшем рассмотрении диаграммы растяжения ее перестраивают в координатах σ и ϵ .

Зона AB называется *зоной общей текучести*, иногда ее называют *площадкой текучести*. Здесь происходит существенное изменение длины образца без заметного увеличения нагрузки. Не все металлы имеют площадку текучести. Например, у алюминия, отожженной меди, легированных сталей площадка текучести не обнаруживается.

Зона BC называется *зоной упрочнения*. Здесь удлинение образца сопровождается возрастанием нагрузки. В стадии упрочнения на образце намечается место будущего разрыва и начинает образовываться так называемая *шейка* — местное сужение образца. При дальнейшем растяжении образца шейка быстро прогрессирует: начиная с точки C удлинение образца происходит с уменьшением силы, но среднее напряжение в поперечном сечении шейки возрастает. Удлинение образца носит в этом случае местный характер, поэтому участок CD называется *зоной местной текучести*. Точка D соответствует разрушению образца.

Относительная поперечная деформация. При растяжении (сжатии) прямого бруса кроме продольной деформации ϵ происходит изменение поперечных размеров бруса (рис. 2.5). Ширина бруса при растяжении уменьшается на Δb . Если Δb отнести к первоначальной

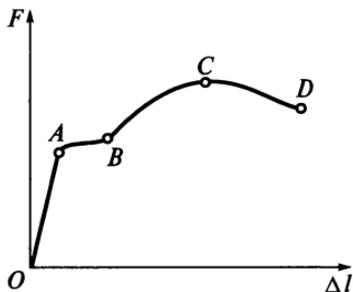


Рис. 2.4

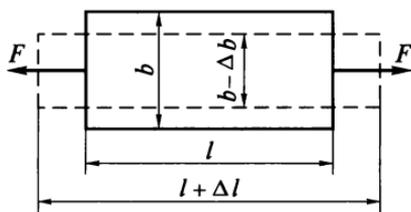


Рис. 2.5

альной ширине, то получим выражение для определения относительной поперечной деформации ϵ_1 :

$$\epsilon_1 = \frac{\Delta b}{b}.$$

Отношение относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации называют *коэффициентом Пуассона* и обозначают μ :

$$\mu = \frac{\epsilon_1}{\epsilon}.$$

Коэффициент Пуассона, так же как и модуль упругости E , характеризует физические свойства материала; его значение колеблется для сталей в пределах от 0,25 до 0,35 (см. табл. 2.1).

2.3. Основные механические характеристики материалов

Механические свойства материалов устанавливают опытным путем, испытывая образцы на растяжение. Затем диаграмму растяжения перестраивают в координатах σ и ϵ . Как видно из рис. 2.6, она имеет вид, аналогичный диаграмме в координатах F , Δl (см. рис. 2.4), но эта кривая будет характеризовать свойства не образца, а материала. Отметим на этой диаграмме характерные точки.

Наибольшее значение напряжения, до которого материал следует закону Гука, называется *пределом пропорциональности* $\sigma_{п}$.

Упругие свойства материала сохраняются до значений напряжения, называемого *пределом упругости* σ_y . Под *пределом упругости* понимается такое наибольшее значение напряжения, до которого материал не получает остаточных деформаций.

На практике предел пропорциональности и предел упругости трудно поддаются замеру, поэтому значения $\sigma_{п}$ и σ_y в справочные данные по свойствам материалов обычно не включают.

Более определенной характеристикой является предел текучести $\sigma_{т}$. Под *пределом текучести* понимается такое значение напряжения, при котором рост деформации происходит без заметного увеличения нагрузки. В тех случаях, когда на диаграмме отсутствует явно выраженная площадка текучести, за

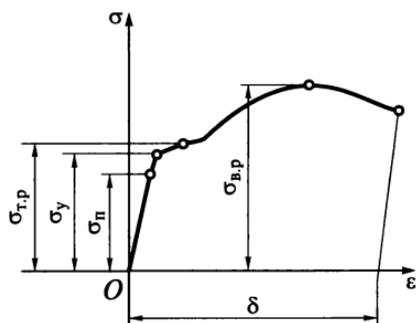


Рис. 2.6

предел текучести условно принимают такое значение напряжения, при котором остаточная деформация составляет 0,2 %. В этом случае *условный предел текучести* будет обозначаться через $\sigma_{0,2}$. Если необходимо отличить предел текучести при растяжении от предела текучести при сжатии, то в обозначение вводится дополнительный индекс «р» или «сж» ($\sigma_{т.р}$ и $\sigma_{т.сж}$). Предел текучести легко определяется экспериментально, поэтому он является одной из основных механических характеристик материала.

Отношение максимальной силы, которую способен выдержать образец, к его начальной площади поперечного сечения называется *пределом прочности*, или *временным сопротивлением разрыву* — $\sigma_{в.р}$ (*сжатию* — $\sigma_{в.сж}$). Следует заметить, что $\sigma_{в.р}$ не является тем значением напряжения, при котором разрушается образец. Фактическое напряжение, при котором образец разрушается, будет больше, так как площадь поперечного сечения в этот момент меньше первоначальной площади вследствие образования шейки (на диаграмме напряжение подсчитывается относительно первоначальной площади поперечного сечения образца). Значение $\sigma_{в.р}$ является сравнительной характеристикой прочностных свойств материалов и часто используется при расчетах.

При испытаниях на растяжение определяют еще одну характеристику материала — относительное удлинение при разрыве δ (%).

Относительное удлинение при разрыве представляет собой значение средней остаточной деформации, которая образуется к моменту разрыва на определенной стандартной длине образца. За стандартную длину образца принимают либо $l_0 = 10d$, либо $l_0 = 5d$, где d — диаметр образца.

Значения механических характеристик наиболее часто используемых материалов приведены в табл. 2.1.

2.4. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии

Размеры элементов конструкции следует подбирать так, чтобы обеспечить их прочность в работе при наименьшей затрате материала. На основании анализа конструкции выявляется та точка, где возникают наибольшие напряжения $\sigma_{наиб}$. Найденное значение напряжения сопоставляется с допустимым значением напряжения для данного материала и конструкции.

На стадии проектирования конструкции задают *коэффициент запаса* n . Его назначают исходя из конкретных условий работы рассчитываемой конструкции. В каждой области техники уже сложились свои традиции, свои требования и специфика расчетов. Например, при проектировании строительных сооружений, рассчитанных на долгие сроки эксплуатации, коэффициент запаса принимают довольно большим ($n_v = 2 \dots 5$). Индекс «в» указывает

на то, что запас вычисляют от предела прочности σ_B . В авиационной технике, где на конструкцию накладываются ограничения по массе, коэффициент запаса также определяется по пределу прочности, но составляет $n_B = 1,3 \dots 2,0$.

Значение коэффициента запаса зависит и от свойств материала. В случае пластичного материала коэффициент запаса берется от предела текучести ($n_T = 1,5 \dots 2,0$), а для хрупких материалов запас рассчитывается от предела прочности и принимается $n_B = 2,5 \dots 4,0$.

Назначив коэффициент запаса, для данного элемента конструкции рассчитывают *допускаемое напряжение*

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} \text{ или } [\sigma] = \frac{\sigma_B}{n_B}.$$

Выбрав допускаемое напряжение, составляют условие

$$\sigma_{\text{наиб}} \leq [\sigma],$$

из которого определяют размеры проектируемого элемента.

Пример 2.2.

Определить диаметры поперечных сечений бруса (материал — закаленная сталь 30), нагруженного по схеме, приведенной на рис. 2.3, а. Сила $F = 1000 \text{ Н}$.

Решение.

1. Сначала необходимо построить эпюры N и σ . Методика и последовательность построения эпюр представлена в примере 2.1.

2. Определяем коэффициент запаса. Поскольку материал пластичный, принимаем коэффициент запаса $n_T = 1,5$.

3. Вычисляем допускаемое напряжение. Из табл. 2.1 для стали 30 выписываем $\sigma_{T.p} = \sigma_{T.сж} = 330 \text{ Н/мм}^2$. После этого можно определить допускаемое напряжение при растяжении и сжатии:

$$[\sigma]_p = [\sigma]_{сж} = \frac{330}{1,5} = 220 \text{ Н/мм}^2.$$

4. Проанализировав эпюру напряжений (см. рис. 2.3, д), делаем вывод, что на двух участках возникает одинаковое напряжение $\sigma_{\text{наиб}} = F/S$. Поскольку данный материал работает одинаково на растяжение и сжатие, то можно для любого из этих двух участков записать условие $\sigma_{\text{наиб}} \leq [\sigma]$:

$$\frac{1000}{S} \leq 220 \text{ Н/мм}^2.$$

5. Определяем диаметры круглого брус. Из неравенства $\frac{1000}{S} \leq 220$ $S = 4,55 \text{ мм}^2$. Зная, что $S = \pi r^2$, определяем $r_1 = 1,2 \text{ мм}$; $d_1 = 2,4 \text{ мм}$. На участке, где площадь $S_2 = 2S$, диаметр $d_2 = 3,4 \text{ мм}$.

2.5. Срез и смятие

Напряжения и деформации при сдвиге (срезе). В подразд. 2.1 уже упоминалось, что в поперечном сечении могут возникать как нормальные σ , так и касательные τ напряжения. Если к короткому брусу, жестко заделанному одним концом в стену (рис. 2.7, а), перпендикулярно его оси приложить силу \bar{F} , то в плоскости поперечных сечений возникнет внутренняя поперечная сила Q , а следовательно, и касательное напряжение $\tau = Q/S$ (рис. 2.7, б).

Параллельные сечения бруса сдвигаются относительно друг друга так, что верхняя грань образует угол γ с горизонталью. Установлено, что касательное напряжение τ прямо пропорционально *угловой деформации* γ .

$$\tau = G\gamma,$$

где G — модуль упругости при сдвиге.

Эта зависимость выражает *закон Гука для сдвига*. Явление среза можно наблюдать, если стальную полосу или бумагу перерезать ножницами или, например, к клепаному соединению приложена сила, бо́льшая, чем та, на которую данное соединение было рассчитано. На рис. 2.8 показано, что приложенные силы \bar{F} вызывают деформацию сдвига, и под их действием может произойти срез заклепки. Вот почему сдвиг часто называют срезом.

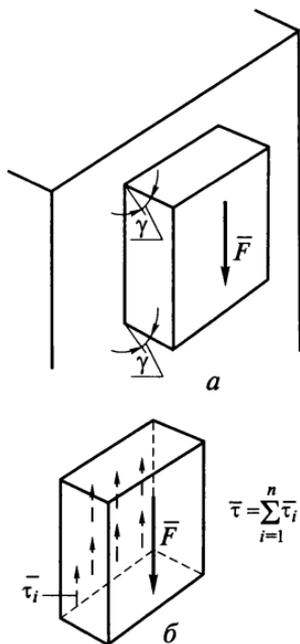


Рис. 2.7

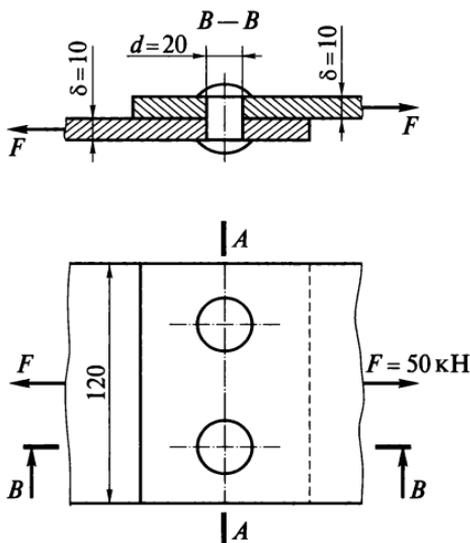


Рис. 2.8

Модуль упругости при сдвиге зависит от модуля упругости I рода E :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Если известны E и μ , то модуль упругости при сдвиге можно определить. Например, для стали 30 $E = 2 \cdot 10^5$ Н/мм², $\mu = 0,3$, следовательно,

$$G = \frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot (1 + 0,3)} = 0,77 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2.$$

Подчеркнем, что сдвиг — это напряженное состояние. Если возникшие при сдвиге деформации находятся в пределах упругости, то после снятия нагрузки размеры и форма детали восстанавливаются. Если же превышен предел упругости, то наблюдаются пластические деформации. После снятия нагрузки остается намеченное место среза. По достижении предельных напряжений произойдет срез.

Пример 2.3.

Проверить прочность заклепок (см. рис. 2.8), если допускаемое напряжение при срезе $[\tau]_{\text{ср}} = 100$ Н/мм².

Решение.

1. Определяем фактическое касательное напряжение, возникающее в поперечных сечениях заклепок под действием заданных сил. Поскольку число заклепок $i = 2$ и они срезаются по одной плоскости (число плоскостей среза $k = 1$), то

$$\tau_{\text{факт}} = \frac{F}{S} = \frac{F}{(ik) \cdot \pi d^2 / 4} = \frac{50\,000}{2 \cdot 1 \cdot \pi \cdot 20^2 / 4} = 79,6 \text{ Н/мм}^2.$$

2. Осуществляем проверку прочности заклепок: фактическое касательное напряжение в поперечном сечении заклепки должно быть меньше (или равно) допускаемого касательного напряжения на срез. Действительно, $79,6 < 100$.

Следовательно, заклепки под действием $F = 50$ кН не срежутся.

Смятие. При сжатии двух тел возникает опасность смятия контактирующих поверхностей. Напряжение, возникающее на этих поверхностях, называется *напряжением смятия*. Смятие возникает, например, в клепаных и болтовых соединениях. Напряжение смятия определяют по формуле

$$\sigma_{\text{см}} = F/S_{\text{см}},$$

где F — сила, с которой сдавливаются контактирующие поверхности; $S_{\text{см}}$ — площадь смятия.

Если поверхность смятия является криволинейной, то площадь смятия такой поверхности вычисляется как площадь проекции этой поверхности на плоскость, перпендикулярную линии действия сминающей силы.

Пример 2.4.

Проверить прочность клепаного соединения (см. рис. 2.8), если $[\tau]_{\text{ср}} = 100 \text{ Н/мм}^2$; $[\sigma]_{\text{см}} = 240 \text{ Н/мм}^2$; $[\sigma]_{\text{р}} = 140 \text{ Н/мм}^2$.

Решение.

1. Проверяем прочность заклепки на срез (методика расчета приведена в примере 2.3).

2. Проверяем на смятие стенки отверстий в соединяемых листах

$$\sigma_{\text{факт.см}} = \frac{F}{i\delta d} = \frac{50\,000}{2 \cdot 10 \cdot 20} = 125 \text{ Н/мм}^2.$$

Полученное значение фактического напряжения смятия меньше допускаемого, так как по условию $[\sigma]_{\text{см}} = 240 \text{ Н/мм}^2$. Следовательно, смятия стенок отверстий не произойдет.

3. Проверяем прочность листов на растяжение по формуле

$$\sigma_{\text{факт.р}} = F/S \leq [\sigma]_{\text{р}}.$$

Для определения опасного сечения в сложных случаях обычно строятся эпюры N , а затем σ . В данном случае задача более простая. Ясно, что опасным сечением является сечение $A-A$. Площадь поперечного сечения каждого листа $S = 10 \cdot (120 - 2 \cdot 20) = 800 \text{ мм}^2$, а фактическое напряжение

$$\sigma_{\text{факт.р}} = \frac{50\,000}{800} = 63,3 \text{ Н/мм}^2,$$

что меньше допускаемого: $63,3 < 140$.

Следовательно, можно считать, что прочность клепаного соединения достаточна.

2.6. Кручение

Под кручением понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях возникает только крутящий момент. Прочие внутренние силовые факторы (нормальная и поперечные силы, изгибающие моменты) равны нулю. Рассмотрим кручение круглого бруса (рис. 2.9). К круглому брусу, жестко заделанному в стенку, на свободном торце приложен скручивающий момент M . В результате этого брус деформируется: смежные сечения поворачиваются относительно друг друга, образующая OB искривляется и

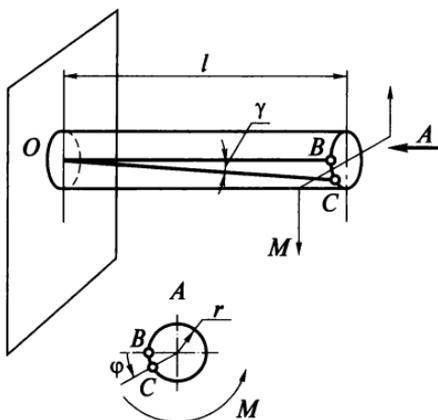


Рис. 2.9

занимает положение OC . При рассмотрении кручения принимаются следующие допущения и правила:

- ось бруса не деформируется;
- поперечные сечения, плоские до деформации, после деформации также остаются плоскими;
- продольные волокна не изменяют своей длины (угол γ настолько мал, что изменением длины можно пренебречь);
- радиусы r поперечных сечений остаются прямыми после деформации, поворачиваясь на некоторый угол φ ;

для крутящих моментов принято следующее правило знаков: если наблюдатель смотрит на поперечное сечение со стороны внешней нормали и видит внутренний крутящий момент $M_{кр}$ направленным против хода часовой стрелки, то момент считается положительным.

При кручении в поперечном сечении бруса возникают *касательные напряжения (чистый сдвиг)*.

Существуют понятия угла закручивания φ и относительного угла закручивания θ , которые связывает следующая зависимость:

$$\theta = \varphi/l.$$

Касательные напряжения τ при кручении распределяются в сечении по линейной зависимости: в центре они равны нулю, а на максимальном радиусе поперечного сечения — максимальному значению τ_{max} , по которому ведется расчет. Значение касательного напряжения зависит от внутреннего крутящего момента и геометрической характеристики поперечного сечения:

$$\tau_{max} = M_{кр}/W_p,$$

где W_p — *полярный момент сопротивления*, который для сплошного поперечного сечения диаметром D равен $W_p = 0,2D^3$; для кольцевого сечения (полый вал) — $W_p = 0,2D^3(1 - d^4/D^4)$, здесь d — внутренний диаметр (диаметр отверстия), D — внешний диаметр вала. Покажем, что валы сплошного поперечного сечения использовать неэкономично.

Пример 2.5.

Вал передает момент $M = 10\,000 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Требуется подобрать размеры поперечного сечения вала для случаев: а) сплошного кругового сечения;

б) кругового сечения с отверстием $d = (7/8)D$, где D — диаметр вала. Сравнить оба сечения по расходу металла. Допускаемое напряжение $[\tau] = 6000 \text{ Н/см}^2$.

Решение.

1. Определяем требуемый момент сопротивления для обоих поперечных сечений:

$$W_p = \frac{M_{кр}}{[\tau]} = \frac{10\,000 \cdot 100}{6000} = 167 \text{ см}^3.$$

2. Определяем диаметр вала для сплошного сечения:

$$D^3 = \frac{167}{0,2} = 835 \text{ см}^3; \quad D = 9,42 \text{ см}.$$

3. Определяем диаметр вала для полого поперечного сечения:

$$D^3 = \frac{167}{0,2 \left[1 - (7/8)^4 \right]} = 2048 \text{ см}^3; \quad D = 12,7 \text{ см}.$$

4. Определяем расход металла. Для этого вычислим площади поперечных сечений сплошного и полого валов:

для сплошного вала

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = 69,69 \text{ см}^2;$$

для полого вала

$$S = \frac{\pi D^2}{4} \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) = 29,68 \text{ см}^2.$$

Поскольку расход металла будет пропорционален площади поперечного сечения, то полое сечение является более экономичным и в данном случае дает более чем двукратное снижение массы вала.

Построение эпюр. При кручении, как и при растяжении, строят эпюры внутренних силовых факторов (крутящих моментов), напряжений (τ_{\max}) и перемещений (углов закручивания φ).

Построение эпюры $M_{кр}$. Всю длину бруса (рис. 2.10) разобьем на три участка. На эпюре внутренних силовых факторов в сечениях, где приложены внешние силы, будут скачки, равные приложенным нагрузкам (в данном случае — внешним скручивающим моментам). Применяя метод сечений с учетом правила знаков для крутящих моментов, строим эпюры $M_{кр}$. На рис. 2.10 для изображения внешних моментов применено условное обозначение в виде кружков: кружок с точкой обозначает силу, направленную на наблюдателя, а кружок с крестиком — силу, направленную от наблюдателя.

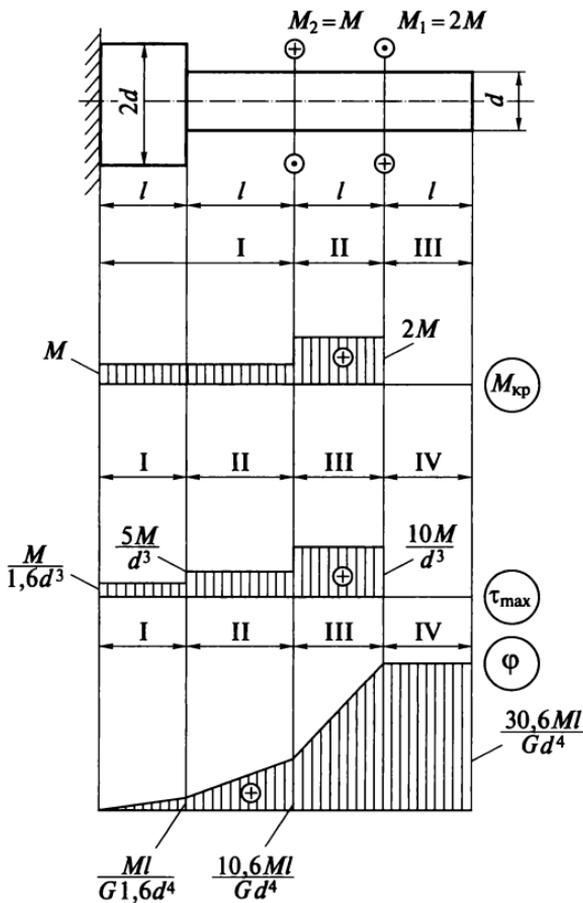


Рис. 2.10

Построение эпюры τ_{\max} . Всю длину бруса разбиваем на четыре участка; на каждом из них $M_{\text{кр}}$ и W_p сохраняют постоянное значение. Затем подставляем в формулу $\tau_{\max} = M_{\text{кр}}/W_p$ соответствующие значения $M_{\text{кр}}$ и W_p :

$$\text{на участке I } M_{\text{кр}} = +M; W_p = 0,2 \cdot (2d)^3 = 1,6d^3; \tau_{\max} = \frac{M}{1,6d^3};$$

$$\text{на участке II } M_{\text{кр}} = +M; W_p = 0,2d^3; \tau_{\max} = \frac{5M}{d^3};$$

$$\text{на участке III } M_{\text{кр}} = +2M; W_p = 0,2d^3; \tau_{\max} = \frac{10M}{d^3}.$$

Так как все внутренние крутящие моменты имели положительный знак, то и касательные напряжения τ_{\max} будут положительны.

Построение эпюры φ . Прежде всего необходимо установить зависимость, по которой будем определять углы закручивания φ . На основании закона Гука для сдвига запишем выражение для максимального касательного напряжения в поперечном сечении круглого бруса:

$$\tau_{\max} = G\gamma.$$

Из рис. 2.9 видно, что при кручении образующая цилиндра OB поворачивается на угол γ и занимает положение OC . При этом дуга BC равна γl ; глядя на поперечное сечение по стрелке A , можно записать, что та же дуга BC равна φr . Следовательно,

$$\gamma l = \varphi r,$$

откуда $\gamma = \frac{\varphi r}{l}$.

Подставляя найденное значение γ в закон Гука, получим

$$\tau = G \frac{\varphi}{l} r.$$

С другой стороны, $\tau = \frac{M_{\text{кр}}}{W_p}$, следовательно, $\frac{M_{\text{кр}}}{W_p} = G \frac{\varphi}{l} r$. Выразим отсюда угол закручивания:

$$\varphi = \frac{M_{\text{кр}} l}{G W_p r}.$$

Величину $W_p r$ (или $W_p \frac{D}{2}$) называют *полярным моментом инерции сечения* и обозначают J_p .

Между моментом сопротивления и полярным моментом инерции бруса круглого поперечного сечения диаметром D существует следующая зависимость:

$$W_p = \frac{J_p}{D/2}.$$

Полярный момент инерции для сплошного круглого бруса

$$J_p \approx 0,1 D^4,$$

а для полого круглого бруса

$$J_p \approx 0,1 D^4 \left(1 - \frac{d^4}{D^4} \right).$$

Запишем выражение для угла закручивания φ в виде

$$\varphi = \frac{M_{кр}}{GJ_p} l.$$

Произведение GJ_p называют *жесткостью поперечного бруса при кручении*.

Итак, получена зависимость, по которой можно определять углы закручивания бруса. Определять угол закручивания по этой формуле можно только при условии, что на длине l все входящие в эту формулу величины $M_{кр}$, J_p и G — постоянные.

Переходим к построению эпюры угловых перемещений. Вал по длине эпюры разбиваем на четыре участка. Так же, как и при построении эпюры перемещений при растяжении, начинаем строить эпюру от неподвижного сечения, т.е. от жесткой заделки. В конце участка I угол закручивания будет

$$\varphi_I = \frac{M_{крI} l}{GJ_{pI}} = \frac{Ml}{G \cdot 0,1 \cdot (2d)^4} = \frac{Ml}{G \cdot 1,6 \cdot d^4}.$$

В конце участка II угол закручивания

$$\varphi_{II} = \varphi_I + \frac{M_{крII} l}{GJ_{pII}} = \frac{Ml}{1,6Gd^4} + \frac{Ml}{0,1Gd^4} = \frac{10,6Ml}{Gd^4}.$$

В конце участка III

$$\varphi_{III} = \varphi_{II} + \frac{M_{крIII} l}{GJ_{pIII}} = \frac{10,6Ml}{Gd^4} + \frac{2Ml}{0,1Gd^4} = \frac{30,6Ml}{Gd^4}.$$

На участке IV угол закручивания будет равен углу закручивания φ_{III} , так как на этом участке отсутствуют внутренние крутящие моменты ($M_{кр} = 0$).

Вычисленные угловые перемещения откладываем на эпюре φ .

2.7. Прямой изгиб

Геометрические характеристики поперечных сечений бруса. При решении задач, связанных с изгибом, возникает необходимость оперировать некоторыми геометрическими характеристиками поперечного сечения.

Статические моменты сечения. В поперечном сечении бруса произвольной формы выделим элементарную площадь

dS (рис. 2.11) и свяжем ее с системой координат Oxy , после чего рассмотрим интегралы

$$s_x = \int y dS; \quad s_y = \int x dS.$$

Первый интеграл называется *статическим моментом сечения* относительно оси Ox , а второй — относительно оси Oy . Рассмотрим, как изменятся статические моменты относительно параллельных осей.

Введем две системы координат $O_1x_1y_1$ и $O_2x_2y_2$, оси которых попарно параллельны. Последняя система связана с телом. Пусть расстояние между осями O_1x_1 и O_2x_2 равно b (рис. 2.12), а между осями O_1y_1 и O_2y_2 равно a .

Положим, что площадь сечения S и статические моменты относительно осей O_1x_1 и O_1y_1 заданы. Требуется определить статические моменты относительно осей O_2x_2 и O_2y_2 . Из рисунка очевидно, что $x_2 = x_1 - a$, а $y_2 = y_1 - b$. Искомые статические моменты будут равны

$$s_{x_2} = \int_S (y_1 - b) dS; \quad s_{y_2} = \int_S (x_1 - a) dS$$

или

$$s_{x_2} = s_{x_1} - bS; \quad s_{y_2} = s_{y_1} - aS.$$

Следовательно, при параллельном переносе осей статический момент меняется на величину, равную произведению площади S на расстояние между ними.

Всегда можно (причем единственным образом) подобрать оси так, чтобы $s_{x_1} - bS = 0$ и $s_{y_1} - aS = 0$. Тогда статические моменты относительно осей O_2x_2 и O_2y_2 обращаются в нуль. Ось, относительно которой статический момент равен нулю, называется *центральной*, а точка пересечения центральных осей называется *центром тяжести сечения*. Расстояние до центральных осей от произвольно взятых определяется зависимостями

$$y_C = s_{x_1}/S; \quad x_C = s_{y_1}/S.$$

Статический момент относительно всякой оси, проходящей через центр тяжести, равен нулю.

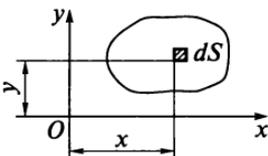


Рис. 2.11

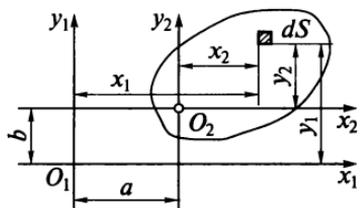


Рис. 2.12

Размерность статических моментов — миллиметр в кубе (мм³).

Пример 2.6.

Найти, на каком расстоянии от основания расположен центр тяжести треугольника (рис. 2.13).

Решение.

1. Начало координат выбираем в произвольной точке O , а ось Ox_1 совмещаем с основанием треугольника.

2. Вычисляем статический момент треугольника относительно оси Ox_1 :

$$s_{x1} = \int_S y_1 dS.$$

Элементарная площадка $dS = l dy_1$. Из подобия треугольников получаем

$$l = B(H - y_1)/H.$$

Таким образом, статический момент относительно оси Ox_1

$$s_{x1} = (B/H) \int_0^H (H - y_1) y_1 dy_1 = BH^2/6.$$

3. Определяем расстояние центра тяжести до основания треугольника, если площадь треугольника $S = BH/2$:

$$y_C = \frac{s_{x1}}{S} = \frac{BH^2/6}{BH/2} = \frac{H}{3}.$$

Пример 2.7.

Определить положение центра тяжести для плоского сечения, составленного из трех фигур (рис. 2.14): швеллера № 20 (ГОСТ 8240—89), уголка № 10 (ГОСТ 8509—93) и полосы, размеры которой представлены на чертеже.

Решение.

1. Проставляем номера фигур.

2. Оси координат x_1 и y_1 направляем, как указано на рисунке.

3. Определяем геометрические характеристики фигур, входящих в сложное составное сечение:

а) швеллер № 20 — поз. 1.

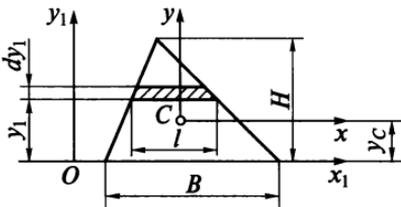


Рис. 2.13

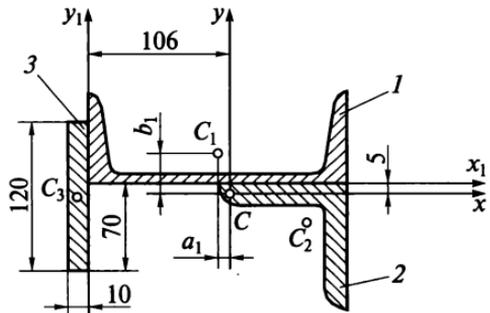


Рис. 2.14

Используя ГОСТ 8240—89 (см. Приложение 3), определяем геометрические характеристики. С учетом того, что оси в нашем примере и в ГОСТе обозначены по-разному: $S_1 = 23,4 \text{ см}^2$; $x_{1C1} = 10 \text{ см}$; $y_{1C1} = 2,07 \text{ см}$;

б) уголок № 10 — поз. 2.

Выписываем из ГОСТ 8509—93 (см. Приложение 1) геометрические характеристики для равнополочного уголка № 10 ($100 \times 100 \times 12$) и рассчитываем координаты его центра тяжести по отношению к выбранной системе отсчета: $S_2 = 22,8 \text{ см}^2$; $x_{1C2} = 10 + (10 - 2,91) = 17,09 \text{ см}$; $y_{1C2} = -2,91 \text{ см}$;

в) полоса — поз. 3.

Определяем ее геометрические характеристики: $S_3 = 12 \cdot 1 = 12 \text{ см}^2$; $x_{1C3} = -0,5 \text{ см}$; $y_{1C3} = -1 \text{ см}$.

4. Записываем в таблицу рассчитанные (или взятые из стандартов) площади, координаты центров тяжести и статические моменты плоских фигур, учитывая следующее:

статический момент сечения i -й фигуры относительно оси x_1 $s_{ix1} = y_{1Ci} S_i$, где y_{1Ci} — координата центра тяжести сечения i -й фигуры относительно оси x_1 , а S_i — ее площадь;

статический момент сечения i -й фигуры относительно оси y_1 $s_{iy1} = x_{1Ci} S_i$, где x_{1Ci} — координата центра тяжести сечения i -й фигуры относительно оси y_1 .

| Номера фигур | Площадь S_i , см^2 | Координата центра тяжести x_{1Ci} , см | Координата центра тяжести y_{1Ci} , см | Статический момент s_{ix1} , см^3 | Статический момент s_{iy1} , см^3 |
|--------------|-------------------------------|---|---|--|--|
| 1 | 23,4 | 10 | 2,07 | 48,44 | 234 |
| 2 | 22,8 | 17,09 | -2,91 | -66,4 | 389,6 |
| 3 | 12,0 | -0,5 | -1 | -12 | -6 |
| Σ | 58,2 | — | — | -29,96 | 617,6 |

5. Вычисляем координаты центра тяжести C сложного составного сечения:

$$x_C = \frac{\sum s_{iy1}}{\sum S_i} = \frac{617,6}{58,2} = 10,6 \text{ см}; \quad y_C = \frac{\sum s_{ix1}}{\sum S_i} = \frac{-29,6}{58,2} = -0,5 \text{ см}.$$

Моменты инерции сечения. Рассмотрим три интеграла

$$J_x = \int_S y^2 dS; \quad J_y = \int_S x^2 dS; \quad J_{xy} = \int_S xy dS,$$

где через x и y обозначены текущие координаты элементарной площадки dS (см. рис. 2.11) в произвольно взятой системе координат. Первые два интеграла называются *осевыми моментами инерции* сечения соответственно относительно осей Ox и Oy , а третий интеграл — *центробежным моментом инерции* сечения относительно

осей Ox , Oy . Осевые моменты всегда положительны, а центробежный момент инерции может быть как положительным, так и отрицательным (в зависимости от расположения площадей сечения относительно системы осей Oxy).

Рассмотрим, как изменятся значения моментов инерции сечения при параллельном переносе осей.

Положим, что статические моменты и моменты инерции относительно осей Ox_1 и Oy_1 заданы. Требуется определить моменты инерции относительно осей Ox_2 и Oy_2 (см. рис. 2.12) :

$$J_{x_2} = \int_S y_2^2 dS, \quad J_{y_2} = \int_S x_2^2 dS, \quad J_{x_2 y_2} = \int_S x_2 y_2 dS.$$

Подставим вместо $x_2 = x_1 - a$ и $y_2 = y_1 - b$ в подынтегральную функцию:

$$J_{x_2} = \int_S (y_1 - b)^2 dS; \quad J_{y_2} = \int_S (x_1 - a)^2 dS; \quad J_{x_2 y_2} = \int_S (x_1 - a)(y_1 - b) dS.$$

После раскрытия скобок получаем

$$J_{x_2} = J_{x_1} - 2bs_{x_1} + b^2S; \quad J_{y_2} = J_{y_1} - 2as_{y_1} + a^2S; \\ J_{x_2 y_2} = J_{x_1 y_1} - as_{x_1} - bs_{y_1} + abS.$$

Если же оси x_1 и y_1 — центральные, то s_{x_1} и s_{y_1} равны нулю. В этом случае полученные зависимости упрощаются:

$$J_{x_2} = J_{x_1} + b^2S; \quad J_{y_2} = J_{y_1} + a^2S; \quad J_{x_2 y_2} = J_{x_1 y_1} + abS.$$

Следует запомнить, что при переходе от центральных осей к нецентральных осевые моменты инерции увеличиваются и величины b^2S и a^2S нужно к моментам инерции прибавлять, в противоположном случае — вычитать.

При определении центробежных моментов инерции следует учитывать знак величин a и b . Однако при параллельном переносе осей можно установить, в какую сторону меняется J_{xy} . Площади сечения, находящиеся в I и III квадрантах систем координат, дают положительное значение центробежного момента, а находящиеся во II и IV квадрантах — отрицательное. Поэтому при переносе осей следует установить, в каких квадрантах площади сечения увеличиваются. Например, если при переходе от центральных осей возрастает площадь во втором квадранте, то центробежный момент инерции уменьшается; следовательно, произведение abS из центрального центробежного момента нужно вычитать.

Размерность моментов инерции — миллиметр в четвертой степени (мм^4).

Пример 2.8.

Найти момент инерции треугольника (см. рис. 2.13) относительно основания и относительно центральной оси, параллельной основанию.

Решение.

1. Вычисляем момент инерции относительно оси Ox_1 :

$$J_{x_1} = \int_S y_1^2 dS = \int_0^H y_1^2 l dy_1.$$

Из подобия треугольников имеем $l = B(H - y_1)/H$. Подставим это выражение в подынтегральную функцию:

$$J_{x_1} = (B/H) \int_0^H (H - y_1) y_1^2 dy_1,$$

откуда

$$J_{x_1} = BH^3/12.$$

2. Определяем момент инерции относительно центральной оси.

Как сказано было выше, центральный момент инерции всегда меньше момента инерции относительно других параллельных, но не центральных осей. Следовательно, чтобы найти центральный момент инерции относительно оси x , нужно вычесть $b^2 S$ из J_{x_1} . В этом случае

$$J_x = J_{x_1} - (H/3)^2 S$$

или

$$J_x = BH^3/36.$$

Главные оси и главные моменты инерции. Оси, относительно которых центробежный момент инерции обращается в нуль, а осевые моменты принимают экстремальные значения, называются *главными*, а осевые моменты инерции относительно главных осей называются *главными моментами инерции*.

Если главные оси являются центральными, то они называются *главными центральными осями*, а моменты инерции — *главными центральными моментами инерции*.

Если сечение имеет ось симметрии (например, круг, прямоугольник), то эта ось всегда будет главной, так как центробежный момент инерции относительно нее равен нулю (центробежный момент инерции части сечения, расположенной по одну сторону от оси симметрии, равен моменту части, расположенной по другую сторону, но с обратным знаком).

Пример 2.9.

Найти момент инерции прямоугольника относительно основания и центральной оси, параллельной основанию; размеры прямоугольника указаны на рис. 2.15.

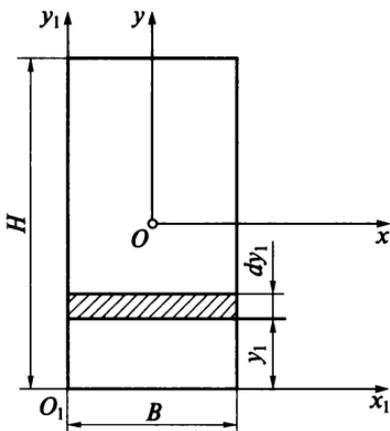


Рис. 2.15

Решение.

1. Проводим оси координат: через центр тяжести сечения — x, y ; вдоль основания и по перпендикулярной к нему стороне — x_1, y_1 .

2. Выделяем элементарную площадку $dS = Bdy_1$.

3. Определяем момент инерции относительно оси x_1

$$J_{x_1} = \int_S y_1^2 dS = \int_0^H y_1^2 B dy_1 = \frac{BH^3}{3};$$

$$J_{x_1} = BH^3/3.$$

4. Определяем центральный момент инерции относительно оси x .

Центральный момент инерции всегда меньше моментов инерции относительно оси, параллельной центральной.

Следовательно,

$$J_x = J_{x_1} - \left(\frac{H}{2}\right)^2 \cdot S = \frac{BH^3}{3} - \frac{BH^3}{4} = \frac{BH^3}{12}.$$

Прямой поперечный изгиб. Под изгибом понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса возникают изгибающие моменты (см. подразд. 2.1). Если изгибающий момент является единственным силовым фактором, а поперечные и нормальные силы отсутствуют, то такой изгиб называется *чистым*.

В большинстве случаев в поперечных сечениях бруса наряду с изгибающими моментами возникают поперечные силы, тогда изгиб называют *поперечным*.

На балку могут действовать *сосредоточенные* силы и моменты, а также *распределенные* по длине, например, на рис. 2.16 F — сосредоточенная сила; M — сосредоточенный момент; на участке a приложена распределенная нагрузка от нуля до q_{\max} .

Анализ внутренних силовых факторов начинается с определения полной системы внешних сил. Рассмотрим некоторые характерные примеры и установим правила определения изгибающих моментов и поперечных сил.

На рис. 2.17, a показана простейшая двухопорная балка, нагруженная

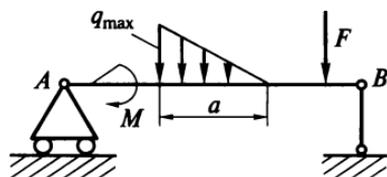


Рис. 2.16

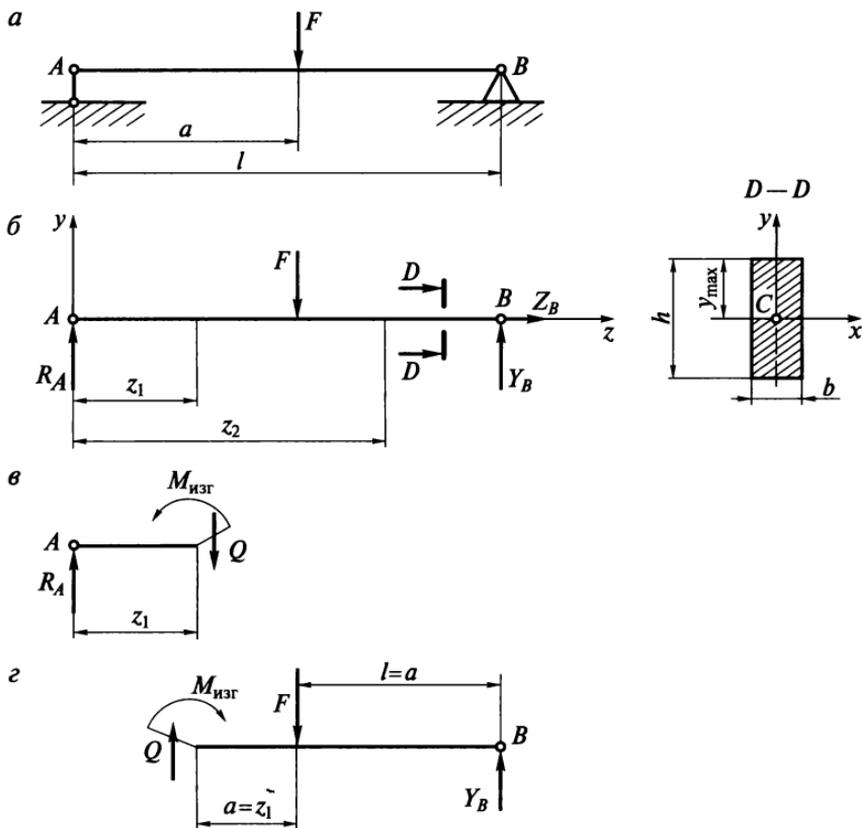


Рис. 2.17

силой F . Освобождаем балку от связей и заменяем их действие реакциями. Опора A представляет собой невесомый стержень, поэтому реакция R_A пойдет вдоль него. В шарнире B реакцию раскладываем на две составляющие. Хотя выбор системы координат произволен, но в сопротивлении материалов принято ось z направлять вдоль бруса; оси x и y должны лежать в плоскости, перпендикулярной этой оси, причем поворот от оси x к оси y должен происходить против хода часовой стрелки, если смотреть с конца оси z (рис. 2.17, б). Начало отсчета для осей располагается в центре тяжести C поперечного сечения. В этом случае оси x и y будут главными центральными осями поперечного сечения.

Составим уравнения равновесия для плоской системы сил и определим неизвестные реакции связей. Незвестных величин три — R_A , Y_B , Z_B . Уравнений статики тоже три, следовательно, задача статически определимая:

$$\sum F_{iy} = 0; \quad +R_A - F + Y_B = 0;$$

$$\sum F_{iz} = 0; \quad +Z_B = 0;$$

$$\sum \text{mom}_B(\bar{F}_i) = 0; \quad -R_A l + F(l - a) = 0.$$

Отсюда находим реакции опор:

$$Z_B = 0;$$

$$R_A = F(l - a)/l;$$

$$Y_B = Fa/l.$$

Теперь приступим к выявлению внутренних силовых факторов в поперечных сечениях бруса. Для этого между точками приложения внешних сил и моментов, применяя метод сечений, мысленно разрезают балку на части (рис. 2.17, *в* и 2.17, *г*) и составляют уравнения равновесия силовых факторов, приложенных к отсеченным частям. Так, в конкретном примере необходимо делать сечения дважды: на расстоянии z_1 и z_2 от левой опоры. На рис. 2.17, *в* показано сечение бруса на расстоянии z_1 от левой опоры, на котором проставлены внутренние силовые факторы: изгибающий момент $M_{\text{изг}}$ и поперечная сила Q . Следует обратить внимание на то, чтобы внутренние силовые факторы в поперечном сечении левой и правой частях (см. рис. 2.17, *г*) были обязательно противоположны по направлению.

Как известно, внутренние силовые факторы определяются из уравнений равновесия сил, приложенных к отсеченным частям. Следует условиться о знаках поперечных сил и моментов.

Существует несколько способов определения знака изгибающего момента в поперечном сечении.

1. По знаку кривизны изогнутого бруса (рис. 2.18, *а*). Очевидно, знак будет зависеть от выбранной системы координат. Если ось y направить в противоположную сторону, то знаки $M_{\text{изг}}$ изменятся на противоположные.

2. Чаще всего при построении эпюр изгибающих моментов знак момента не зависит от выбранной системы отсчета, а ордината

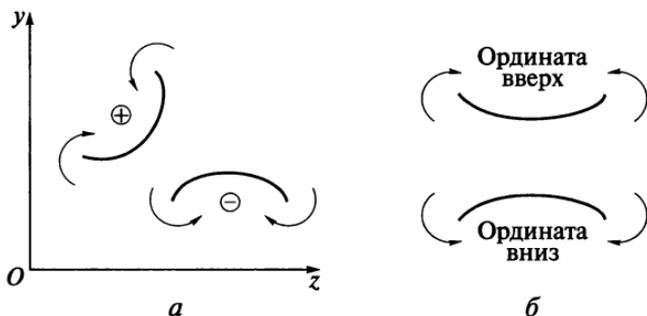


Рис. 2.18

откладывается на сжатом волокне, т. е. в сторону вогнутости изогнутой оси бруса (рис. 2.18, б).

3. Если трудно представить, как будет выглядеть изогнутая ось бруса, то составляют сумму моментов нагрузок, действующих на левую отсеченную часть бруса. Если равнодействующий момент всех нагрузок, действующих на левую часть, будет направлен по часовой стрелке (см. рис. 2.17, в), то ордината изгибающего момента откладывается на эпюре вверх (т. е. изгибающий момент $M_{изг}$ в поперечном сечении действует против часовой стрелки и, следовательно, брус изгибается вогнутостью вверх — ордината будет отложена на сжатом волокне). Если же сумма моментов, действующих слева от сечения, направлена против часовой стрелки, то изгибающий момент откладывается вниз (см. рис. 2.18, б).

Для сил, лежащих справа от сечения, имеет место обратная зависимость.

Правило определения знака для поперечных сил: если равнодействующая внешних сил, лежащих по левую сторону от сечения, направлена вверх, то поперечная сила в сечении считается положительной (см. рис. 2.17, в), а если вниз, то поперечная сила отрицательна.

В сечении на расстоянии z_1 от начала координат (т. е. в левой части бруса от сечения, см. рис. 2.17, в) поперечная сила Q имеет положительный знак и на эпюре будет откладываться вверх. При рассмотрении равновесия правой отсеченной части для сил, лежащих справа от сечения, имеет место обратная зависимость. Чтобы легче усвоить правила определения знаков, желательно рассматривать равновесие, например, всегда левой части бруса.

Дифференциальная зависимость между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Правильность выбора знаков поперечных сил можно проверить, зная дифференциальную зависимость между изгибающим моментом и поперечной силой.

Пусть брус, закрепленный произвольным образом, нагружен в общем случае распределенной нагрузкой интенсивности $q = f(z)$ и находится в равновесии (рис. 2.19, а). Заданное направление для q — положительное. Выделим из бруса элемент длиной dz и в сечениях приложим изгибающие моменты M и $M + dM$, а также поперечные силы Q и $Q + dQ$ (рис. 2.19, б). Направления для этих

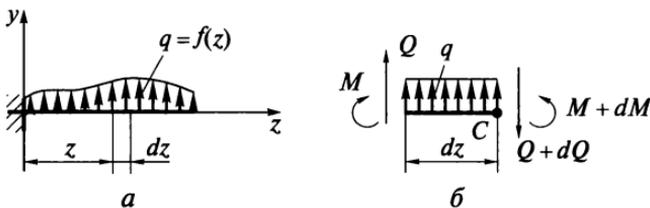


Рис. 2.19

силовых факторов приняты положительными. В пределах малого отрезка dz нагрузку q можно считать распределенной равномерно. Поскольку вырезан элемент из бруса, находящегося в равновесии, то составим условия равновесия плоской системы сил — приравняем нулю сумму проекций всех сил на вертикальную ось и сумму моментов относительно точки C :

$$Q + qdz - Q - dQ = 0;$$

$$M + Qdz + qdz(dz/2) - M - dM = 0.$$

Производя упрощения и отбрасывая величину высшего порядка малости $qdz(dz/2)$, получим:

$$\frac{dQ}{dz} = q; \quad \frac{dM}{dz} = Q.$$

Таким образом, поперечная сила представляет собой производную от изгибающего момента по длине бруса. Производная от поперечной силы дает интенсивность внешней распределенной нагрузки q .

Из полученных дифференциальных зависимостей можно сделать некоторые общие выводы о характере эпюр изгибающих моментов и поперечных сил для прямого бруса.

Если брус нагружен равномерно распределенной нагрузкой интенсивности $q = \text{const}$, Q будет линейной функцией z , а M — квадратичной.

Если брус нагружен сосредоточенными силами или моментами, а в промежутках между точками их приложения интенсивность $q = 0$, то $Q = \text{const}$, а M является линейной функцией z . В точках приложения сосредоточенных сил эпюра Q претерпевает скачок на величину внешней силы, а в эпюре M возникает соответствующий излом (разрыв в производной).

Построение эпюр. При прямом поперечном изгибе построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил осуществляется в такой последовательности: определяют реакции опор; выявляют в поперечных сечениях бруса все внутренние силовые факторы (их значение и знак); строят эпюры. Построим эпюры для балки, представленной на рис. 2.17.

1. Определяем реакции опор.

Составляем уравнения равновесия плоской системы сил, из которых определяем реакции R_A и Y_B :

$$R_A = \frac{F(l-a)}{l}; \quad Y_B = \frac{Fa}{l}.$$

2. Определяем внутренние изгибающие моменты в поперечных сечениях балки. Для этого рассматриваем равновесие отсеченной левой части (см. рис. 2.17, в):

в сечении z_1

$$\sum \text{mom}(\bar{F}_i) = 0; \quad -R_A z_1 + M_{\text{изг}} = 0;$$

$$M_{\text{изг}} = +R_A z_1 = \frac{F(l-a)}{l} z_1 \quad \text{для } 0 \leq z_1 \leq a;$$

в сечении z_2

$$\sum \text{mom}(\bar{F}_i) = 0; \quad -R_A z_2 + F(z_2 - a) + M_{\text{изг}} = 0;$$

$$M_{\text{изг}} = +R_A z_2 - F(z_2 - a) \quad \text{для } a \leq z_2 \leq l.$$

3. Определяем поперечные силы:

в сечении z_1

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_A - Q = 0,$$

отсюда $Q = R_A = F(l-a)/l$;

в сечении z_2

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_A - F + Q = 0,$$

отсюда $Q = \frac{Fa}{l}$.

4. Строим эпюры изгибающих моментов. Эпюра $M_{\text{изг}}$ в пределах $0 \leq z_1 \leq a$ имеет линейную зависимость. Задаем $z_1 = 0$, при этом $M_{\text{изг}} = 0$. Откладываем эту точку на эпюре (рис. 2.20). Далее при

$$z_1 = a \quad M_{\text{изг}} = \frac{F(l-a)a}{l}.$$

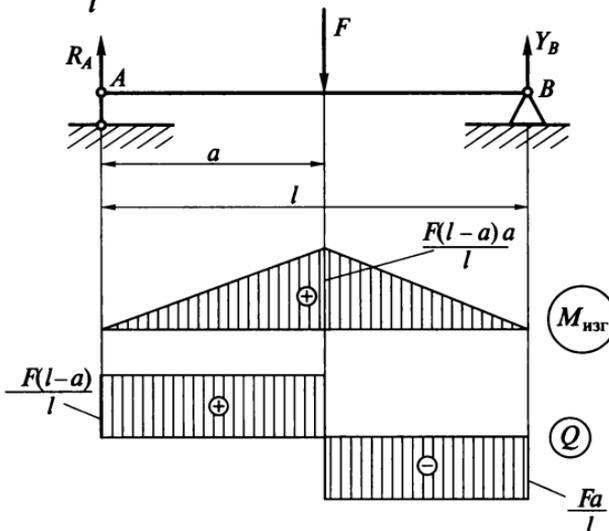


Рис. 2.20

В пределах $a \leq z_2 \leq l$ получаем:

$$\text{при } z_2 = a \quad M_{\text{изг}} = \frac{F(l-a)a}{l};$$

$$\text{при } z_2 = l \quad M_{\text{изг}} = 0.$$

Откладываем эти ординаты (они построены на сжатом волокне) и соединяем прямыми линиями. Следует заметить, что на втором участке можно было ординаты не вычислять, так как в шарнирной опоре B момент не может возникать, и поэтому на эпюре нужно сразу отложить 0.

5. Строим эпюры поперечных сил. Как было определено в п. 3, поперечные силы постоянны на каждом из двух участков, поэтому откладываем подсчитанные значения с учетом знаков. Нужно обратить внимание, что в точке приложения внешней силы должен быть скачок, равный приложенной силе.

Кроме того, можно проверить правильность установленных знаков поперечных сил. Тангенс угла наклона линии $M_{\text{изг}}$ на эпюре изгибающих моментов показывает на знак поперечной силы: если угол острый, то тангенс положительный (производная $dM/dt > 0$), а следовательно, и поперечная сила имеет знак плюс; если угол наклона линии — тупой, то поперечная сила отрицательная.

Напряжения в брусе при прямом чистом изгибе. Чистый изгиб в брус может иметь место по всей длине бруса ab (рис. 2.21, *а*) или только на его части ac (рис. 2.21, *б*). Как уже указывалось, под чистым изгибом понимается такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса возникают только изгибающие моменты, а $Q = 0$, следовательно, изгибающий момент остается постоянным ($M_{\text{изг}} = \text{const}$, см. рис. 2.21, *а*).

Нанесем на брус ортогональную сетку, после чего приложим моменты M . Под действием внешних моментов M брус (рис. 2.22, *а*) изогнется. В случае однородного бруса изменение кривизны для всех участков будет одним и тем же. Все сечения (вертикальные линии нанесенной сетки) однородного бруса остались плоскими и нормальными к его оси после деформирования. Горизонталь-

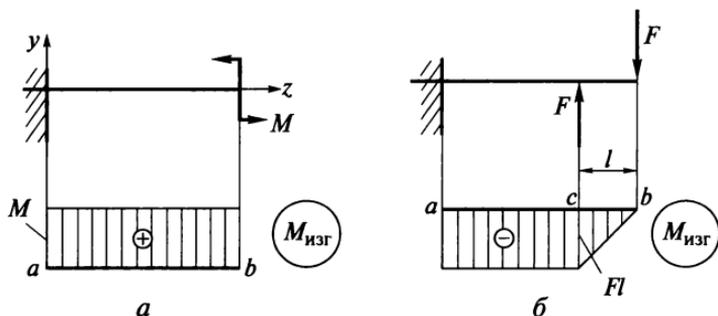
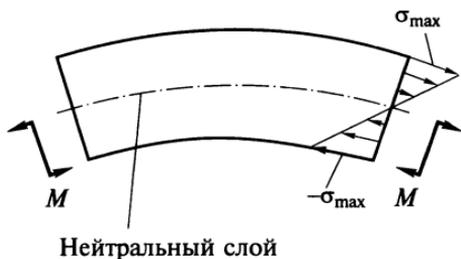
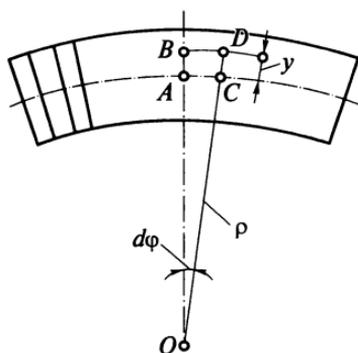


Рис. 2.21



a



б

Рис. 2.22

ные линии нанесенной сетки, расположенные на выпуклой стороне бруса, удлинились, а на вогнутой — стали короче. Очевидно, существует слой, в котором удлинение отсутствует; такой слой называют *нейтральным*.

Представим, что брус состоит из бесчисленного числа «волокон», и примем гипотезу о ненадавливании волокон друг на друга. Определим деформацию растянутого волокна, отстоящего от нейтрального слоя на расстоянии y (рис. 2.22, б). Пусть $AC = dz$, тогда растянутое волокно BD получит удлинение Δdz . Определим линейную деформацию волокна, отстоящего на расстоянии y от нейтрального слоя, если его радиус кривизны $\rho = OC$:

$$\varepsilon = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{BD - AC}{AC} = \frac{(\rho + y)d\varphi - \rho d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}.$$

Таким образом, линейная деформация при чистом изгибе прямо пропорциональна расстоянию y от нейтрального слоя и обратно пропорциональна радиусу кривизны.

По закону Гука

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{y}{\rho}.$$

Итак, при чистом изгибе напряжения в поперечном сечении изменяются по линейному закону. Геометрическое место точек в сечении, удовлетворяющее условию $\sigma = 0$, называется *нейтральной линией*. Максимальное напряжение при изгибе возникает в точках поперечного сечения, наиболее удаленных от нейтральной линии (см. рис. 2.22, а):

$$\sigma_{\max} = \frac{E y_{\max}}{\rho}.$$

Если изменение кривизны бруса происходит в плоскости, в которой действует изгибающий момент, и эта плоскость прохо-

дит через главные оси сечения, то такой изгиб называется *прямым*.

Поскольку при чистом изгибе внешний изгибающий момент действует в плоскости yz , то в сечении бруса возникают элементарные изгибающие моменты от элементарных нормальных сил σdS . Просуммировав элементарные моменты, получим

$$M_x = \int_S \sigma dS \cdot y = M.$$

Подставим вместо $\sigma = \frac{E y}{\rho}$:

$$M = \int_S \left(\frac{E}{\rho} \right) y^2 dS.$$

Учитывая, что $\frac{E}{\rho}$ не зависит от площади поперечного сечения бруса, перепишем это равенство:

$$M = \left(\frac{E}{\rho} \right) \int_S y^2 dS.$$

Заменив $\int_S y^2 dS = J_x$, получаем зависимость кривизны бруса $1/\rho$ от изгибающего момента M и момента инерции сечения J_x относительно главной центральной оси, перпендикулярной к плоскости изгибающего момента:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E J_x}.$$

Величина $E J_x$ называется *жесткостью бруса* при изгибе. Из этой зависимости получаем формулу для расчета напряжений при изгибе

$$\sigma = \frac{M y}{J_x}.$$

В точках, наиболее удаленных от нейтральной линии, возникает максимальное напряжение

$$\sigma_{\max} = \frac{M y_{\max}}{J_x}.$$

Отношение $\frac{J_x}{y_{\max}}$ называется *моментом сопротивления сечения* при изгибе и обозначается через W_x :

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}.$$

Например, для прямоугольного сечения

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad W_x = \frac{bh^2}{6},$$

где b — ширина; h — высота сечения;
для круглого поперечного сечения

$$J_x = \frac{\pi D^4}{64}; \quad W_x = \frac{\pi D^3}{32} \approx 0,1 D^3,$$

где D — диаметр сечения.

Итак, при прямом чистом изгибе

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{изг}}}{W_x}.$$

Косым изгибом называется изгиб, при котором плоскость изгибающего момента не совпадает с главной осью сечения.

Расчет на прочность при прямом чистом изгибе. Поскольку при чистом изгибе в поперечном сечении бруса возникают только нормальные напряжения, а поперечная сила равна нулю, то расчет на прочность будет производиться только по нормальным напряжениям. Методика расчета аналогична расчету на прочность при растяжении (сжатии). Вначале строят эпюру внутренних силовых факторов, т. е. эпюру изгибающих моментов, после чего — эпюру напряжений. Подсчитывают напряжения в сечениях по длине бруса и из них (по эпюре напряжений) выбирают наибольшее σ_{\max} . Для данного сечения записывается условие

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]_{\text{р.сж}}.$$

Если допускаемое напряжение не задано, то оно рассчитывается в зависимости от принятого коэффициента запаса (см. под-

разд. 2.4). Далее из зависимости $W_x = \frac{M_{\text{изг}}}{\sigma_{\max}}$ определяются геометрические размеры поперечного сечения бруса.

Пример 2.10.

Определить диаметр круглого поперечного сечения бруса, нагруженного изгибающим моментом $M = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}$ (см. рис. 2.21, а), если допускаемое напряжение $[\sigma]_{\text{р}} = 160 \text{ Н/мм}^2$.

Решение.

1. Поскольку эпюра изгибающих моментов уже известна, а брус имеет постоянное поперечное сечение, то определяем требуемый момент сопротивления:

$$W_x = W_y = \frac{60\,000\,000}{160} = 375\,000 \text{ мм}^3.$$

2. Определяем диаметр круглого бруса:

$$W_x = 0,1 D^3; 375\,000 = 0,1 D^3; D = 10\sqrt[3]{3750} = 155,4 \text{ мм.}$$

Пример 2.11.

Для балки (см. рис. 2.21, б) подобрать сечение профиля швеллера, обеспечив при этом двукратный запас прочности при $F = 21\,000 \text{ Н}$, $l = 1 \text{ м}$, $\sigma_{\tau, p} = 30\,000 \text{ Н/см}^2$.

Решение.

1. Строим эпюру изгибающих моментов (см. рис. 2.21, б). Наибольший изгибающий момент возникает на участке чистого изгиба и равен Fl .

2. Вычисляем требуемый момент сопротивления W_x сечения швеллера из условия $|\sigma_{\max}| \leq [\sigma]_p = \sigma_{\tau, p}/n_{\tau}$:

$$\frac{Fl}{W_x} \leq \frac{\sigma_{\tau, p}}{n_{\tau}} \quad \text{или} \quad \frac{21\,000 \cdot 100}{W_x} \leq \frac{30\,000}{2},$$

откуда

$$W_x \geq \frac{21\,000 \cdot 100}{15\,000} = 140 \text{ см}^3.$$

3. Из Приложения 3 по таблице стандартных профилей (ГОСТ 8240—89) выбираем швеллер № 20, у которого

$$W_x = 152 \text{ см}^2.$$

Напряжения при прямом поперечном изгибе. При чистом изгибе в поперечных сечениях бруса возникают только нормальные напряжения и соответствующие им внутренние силы дают равнодействующий изгибающий момент в сечении. В случае поперечного изгиба в сечении бруса возникает не только момент, но и поперечная сила. Эта сила представляет собой равнодействующую элементарных распределенных сил, лежащих в плоскости сечения. В этом случае в поперечных сечениях бруса возникают не только нормальные, но и касательные напряжения.

Возникновение касательных напряжений τ сопровождается появлением угловых деформаций γ . Поэтому на ортогональной сетке, нанесенной до нагружения бруса, вертикальные линии (а следовательно, и сечения) не остаются прямолинейными после приложения нагрузки. Каждая элементарная площадка сечения dS получает дополнительные угловые смещения, обусловленные сдвигом. Так как касательные напряжения распределены по сечению неравномерно, то так же неравномерно будут распределены и угловые смещения.

На величине нормальных напряжений σ искажение плоскости поперечных сечений заметным образом не сказывается. В частности, если поперечная сила Q не меняется по длине бруса, формулы, выведенные для чистого изгиба

$$\sigma = \frac{My}{J_x} \quad \text{и} \quad \sigma_{\max} = \frac{M}{W_x},$$

будут давать совершенно точные результаты и в случае поперечного изгиба.

При поперечной силе, изменяющейся вдоль оси бруса, формулы чистого изгиба дают для σ некоторую погрешность, величина которой весьма мала, и ею можно пренебречь. Поэтому формулы, выведенные для определения нормальных напряжений σ и σ_{\max} , а также кривизны $1/\rho$ при чистом изгибе, будут применимы и для поперечного изгиба, и для случая, когда поперечная сила Q изменяется вдоль оси бруса.

2.8. Определение перемещений при изгибе способом Верещагина

Для определения прогибов при изгибе ранее использовались формулы Максвелла, Мора и Кастильяно. По этим формулам для определения перемещений требуется производить интегрирование составленных для каждого случая зависимостей. Для наиболее часто встречающихся типов нагружения в справочниках приводятся таблицы интегралов. Наш соотечественник А. К. Верещагин в 1924 г. предложил упрощение вычислений по предложенным ранее (в 1874 г.) интегралам Мора.

Чтобы определить перемещение любой точки балки, необходимо:

1) построить эпюру $M_{\text{изг}}$ от реально приложенных силовых факторов;

2) приложить единичный силовой фактор (силу или момент) в точке, где необходимо определить перемещение поперечного сечения балки;

3) от единичного силового фактора построить эпюру изгибающих моментов;

4) умножить площадь эпюры $M_{\text{изг}}$ на ординату, взятую с эпюры от единичного силового фактора под центром тяжести площади эпюры $M_{\text{изг}}$;

5) полученное произведение разделить на жесткость поперечного сечения балки EJ .

Пример 2.12.

Определить прогиб в точке K балки, нагруженной силой F (рис. 2.23).
Решение.

1. Строим эпюру $M_{\text{изг}}$.

2. Прикладываем единичную силу в точке K и строим эпюру изгибающих моментов от этой силы; в заделке получается изгибающий момент, равный $1 \cdot l = l$.

3. Определяем площадь эпюры $M_{\text{изг}}$ и положение ее центра тяжести S :

$$S_{\text{эп}} = (1/2) \cdot (Fl \cdot l) = Fl^2/2;$$

$$z_c = l/3.$$

4. Вычисляем ординату на эпюре от единичной силы, взятую под центром тяжести C :

$$-1 \cdot (2/3)l = -(2/3)l.$$

5. Определяем прогиб в точке K :

$$y_K = \frac{1}{EJ} \frac{Fl^2}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)l = \frac{-Fl^3}{3EJ}.$$

Если эпюра заданных сил линейная, то операция перемножения обладает свойством *коммутативности*. В этом случае безразлично, умножается ли площадь первой эпюры на ординату второй или площадь второй эпюры на ординату первой.

Пример 2.13.

Для условий из примера 2.12 определить прогиб в точке A .

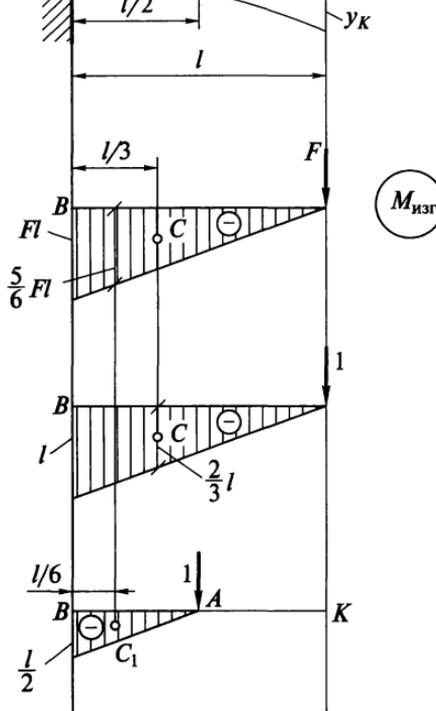
Решение.

1. Приложим единичную силу в точке A и построим эпюру изгибающих моментов от этой силы (см. нижнюю эпюру на рис. 2.23).

2. Подсчитаем площадь эпюры от единичной силы и координату ее центра тяжести:

$$S_{\text{эп}} = 1/2 \cdot l/2 \cdot l/2 = l^2/8;$$

$$z_{C1} = 1/3 \cdot l/2 = l/6.$$



3. Вычислим ординату на эпюре $M_{\text{изг}}$ под центром тяжести C_1 . Ордината отрицательна и равна:

$$-F(l - l/6) = (-5/6)Fl.$$

4. Воспользовавшись свойством коммутативности, определяем прогиб балки в точке A . На участке AK площадь эпюры моментов от единичной силы равна нулю, поэтому результат перемножения эпюр даст ноль. Следовательно, будем перемножать эпюры только на участке AB :

$$y_A = \frac{1}{EJ} \frac{l^2}{8} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)Fl = -\frac{5}{48} \frac{1}{EJ} Fl^3.$$

Таким образом, получили прогиб в точке A в три раза меньший, чем в точке K .

С использованием свойств коммутативности определение прогибов оказалось проще и быстрее.

Рис. 2.23

Иначе пришлось бы определять площадь трапеции на эпюре изгибающих моментов $M_{изг}$ (так как эпюры от единичной силы на участке от $l/2$ до l не существует), затем определять положение центра тяжести этой трапеции, что более затруднительно, чем определять положение центра тяжести треугольника.

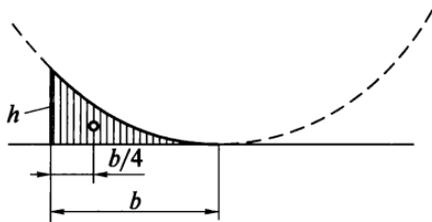


Рис. 2.24

Встречающиеся на практике эпюры изгибающих моментов, как правило, разбивают на простейшие фигуры: прямоугольник, треугольник, для которых площадь и положение центра тяжести известны. При разбивке следует помнить, что в пределах участка не должно быть излома прямой линии. Если на любой из двух эпюр имеется излом, это сечение должно стать границей участка.

При кручении, растяжении и сдвиге эпюры оказываются более простыми: они, как правило, линейные и состоят из прямоугольников и треугольников в различных комбинациях. Разница в определении перемещений будет состоять в том, что «произведение» эпюр будет делиться не на жесткость EJ , как при изгибе, а на жесткость GJ_p , если речь идет о кручении, или на ES или GS — при растяжении и сдвиге соответственно.

Если эпюра изгибающих моментов ограничена параболой (так называемый параболический треугольник), то площадь под кривой определяется по формуле

$$S = \frac{hb}{3},$$

а центр тяжести находится на расстоянии, равном $b/4$ (рис. 2.24).

Способ Верещагина применим для определения не только линейных перемещений, но и угловых. При определении углового поворота поперечного сечения при кручении бруса следует приложить в данном сечении единичный крутящий момент; при определении поворота поперечного сечения балки при изгибе необходимо приложить единичный изгибающий момент в плоскости изогнутой оси балки и в точке того сечения, перемещение которого необходимо определить.

2.9. Расчет бруса на совместное действие кручения и изгиба

Большинство вращающихся валов работают при совместном действии изгибающих и крутящих моментов (например, валы редукторов и коробок скоростей). Чтобы можно было сравнивать два

сложных напряженных состояниях, вводится понятие эквивалентного напряжения.

Эквивалентное напряжение $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ — это такое напряжение, которое следует создать в растянутом образце, чтобы его напряженное состояние было равноопасным с заданным. Если $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ найдено, то задачу о мере опасности сложного напряженного состояния можно считать решенной. Коэффициент запаса $n = \sigma_T / \sigma_{\text{ЭКВ}}$.

При совместном действии кручения и изгиба эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M_{\text{изг}}}{W_x}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{\text{кр}}}{W_p}\right)^2}.$$

Если учесть, что для круглого бруса $W_p = 2W_x$, то эквивалентное напряжение определится так:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \frac{\sqrt{M_{\text{изг}}^2 + M_{\text{кр}}^2}}{W_x}.$$

При расчете на прочность необходимо удовлетворять условию

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} \leq [\sigma].$$

2.10. Прочность при динамических нагрузках

Если на элементы конструкции действуют активные внешние силы и под действием этих сил все элементы рассматриваемой конструкции находятся в равновесии, то имеет место *статическое* нагружение. Если же тело под действием приложенных сил перемещается с ускорением, то такое нагружение называется *динамическим*.

В случае, когда под действием приложенных сил тело перемещается с постоянной скоростью, нагружение будет статическим. Например, груз поднимается с постоянной скоростью — воздействие груза на трос будет статическим; если тот же груз поднимается с ускорением, то его действие будет динамическим. Еще пример динамического нагружения: при резком изменении скорости движения парового молота при ковке фундамент испытывает ударную нагрузку. В таких случаях может обнаружиться хрупкость материалов, которые при статическом действии нагрузок оказывались пластичными. Поэтому при проверке прочности деталей конструкции, подвергающихся динамическим нагрузкам, приходится учитывать их влияние не только на величину напряжений, но и на сопротивляемость этих материалов.

Таким образом, при неравномерном движении частей конструкции в них возникают *добавочные* напряжения, вызванные силами инерции.

Пример 2.14.

Груз весом G поднимается равноускоренно тросом, площадь поперечного сечения которого S . Найти напряжение, возникающее в тросе, если ускорение груза равно a . Весом троса пренебречь.

Решение.

I способ.

1. Запишем уравнение движения груза, принимая его за материальную точку. Для этого освободим его от связи, заменив ее действие силой натяжения T (рис. 2.25, а):

$$ma = \sum F_i.$$

Спроектировав это уравнение на вертикальную ось z , получим

$$ma = -G + T,$$

откуда $T = G + (G/g)a$.

2. Определяем динамическое напряжение в поперечном сечении троса

$$\sigma_d = \frac{T}{S} = \frac{G + (G/g)a}{S} = \frac{G}{S} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = \sigma_c \left(1 + \frac{a}{g} \right).$$

II способ.

1. Прикладываем к грузу активные, пассивные и инерционные силы (рис. 2.25, б). Инерционная сила $F_{ин}$ должна быть равна ma и направлена в сторону, противоположную направлению ускорения a .

2. Применяя принцип Д'Аламбера, записываем условия равновесия приложенных сил

$$-G - F_{ин} + T = 0,$$

откуда определяем $T = G + F_{ин} = G + (G/g)a$.

3. Определяем динамическое напряжение в поперечном сечении троса

$$\sigma_d = \frac{T}{S} = \frac{G + (G/g)a}{S} = \frac{G}{S} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = \sigma_c \left(1 + \frac{a}{g} \right).$$

Анализируя полученный результат, отметим, что динамическое напряжение σ_d равно статическому, умноженному на *динамический коэффициент*

$$k_d = \left(1 + \frac{a}{g} \right),$$

т.е.

$$\sigma_d = \sigma_c k_d.$$

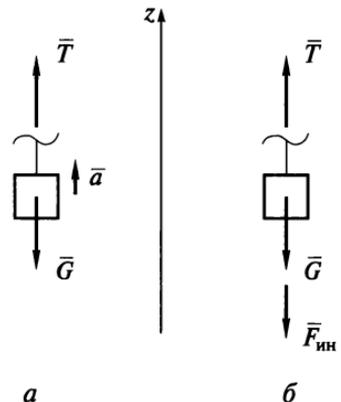


Рис. 2.25

2.11. Устойчивость при осевом нагружении стержня

Под *устойчивостью* понимается свойство системы самостоятельно восстанавливать свое первоначальное состояние после того, как ей было сообщено некоторое отклонение от положения равновесия. Если система таким свойством не обладает, то она называется *неустойчивой*.

Система, потерявшая устойчивость, может вести себя по-разному, но переход к новому положению равновесия сопровождается большими перемещениями. Классическим примером неустойчивого равновесия является равновесие шарика на выпуклой поверхности (рис. 2.26, а). Малейшее отклонение от этого положения приведет к тому, что шарик скатится вниз (рис. 2.26, б, в). Попад на вогнутую поверхность, шарик будет находиться в состоянии устойчивого равновесия. Если теперь его вывести из этого состояния, отклонив влево или вправо, он вернется в первоначальное положение.

Явление потери устойчивости можно наблюдать для упругих тел на целом ряде примеров. Наиболее простым случаем является потеря устойчивости центрально-сжатого стержня (рис. 2.27). При некоторой продольно сжимающей силе стержень потеряет прямолинейную форму равновесия и изогнется, иначе говоря, прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой.

Тонкостенная труба, нагруженная внешним давлением, также может потерять устойчивость: круговая форма сечения переходит в эллиптическую — труба сплющивается.

Впервые задача об устойчивости стержня была поставлена и решена Л.Эйлером в середине XVIII в. Эйлер определил значение первой критической силы для продольно сжатого стержня с шарнирным опиранием (рис. 2.28)

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}.$$

Критическая сила $F_{\text{кр}}$ представляет собой наименьшую сжимающую силу, при которой наряду с прямолинейной формой рав-

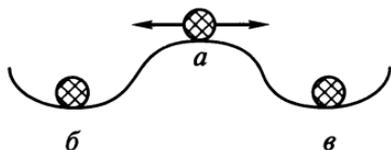


Рис. 2.26



Рис. 2.27

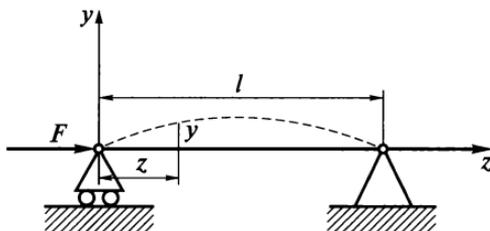


Рис. 2.28

новесия становится возможной другая (изгибная) форма равновесия, а прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой.

Формула Эйлера была получена из уравнения изогнутой оси балки, т.е. когда напряжение в момент потери устойчивости не превышает предела пропорциональности (когда справедлив закон Гука). Иначе говоря, формула Эйлера применима лишь при соблюдении условия $\sigma_{кр} \leq \sigma_{п}$.

2.12. Раскрытие статической неопределимости стержневых систем

Статически неопределимой системой называется такая, у которой число наложенных связей больше, чем теоретически необходимо для обеспечения геометрической неизменяемости этой системы.

В реальных конструкциях, несмотря на выполнение условий равновесия сил, действующих на данную конструкцию, приходится иногда для обеспечения прочности отдельных ее элементов вводить дополнительные связи.

Степень статической неопределимости соответствует разности между числом неизвестных (реакций опор и внутренних силовых факторов) и числом независимых уравнений статики.

Изложим методику раскрытия статической неопределимости механических систем, составленных из прямых брусьев, работающих только на растяжение (сжатие).

При раскрытии статической неопределимости придерживаются следующего порядка решения задачи.

1. Вычерчивают заданную стержневую систему, проставив на ней все нагрузки (рис. 2.29, а).

2. Вычерчивают вспомогательную систему, освобожденную от связей. На место отброшенных связей проставляют в зависимости от типа и характера связи реакции (рис. 2.29, б).

3. Составляют необходимое и достаточное число уравнений равновесия. Сопоставляя число неизвестных с числом уравнений,

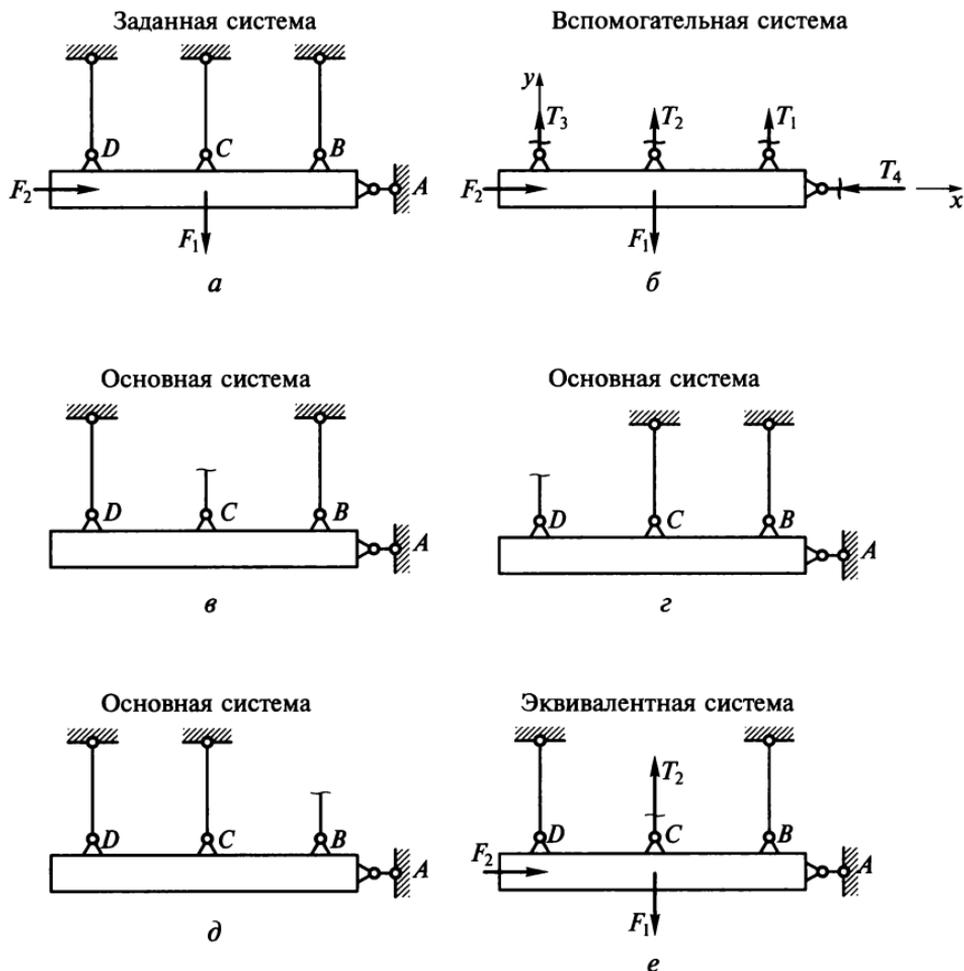


Рис. 2.29

определяют степень статической неопределимости. Поскольку на представленную на рис. 2.29, а стержневую систему действует произвольная плоская система сил, то можно составить только три независимых уравнения равновесия, а неизвестных реакций — четыре. Следовательно, данная стержневая система один раз статически неопределима.

4. Выбирают основную систему, т. е. систему, подобную заданной, но освобожденную от дополнительных связей. Основная система должна быть геометрически неизменяемой. Для данного примера основными системами могут быть только три, показанные на рис. 2.29, в, г, д.

5. Вычерчивают эквивалентную систему, т. е. основную систему с приложенными к ней заданными и искомыми силами (рис. 2.29, е).

6. Из рассмотрения перемещений в заданной и эквивалентной системах составляют столько уравнений перемещений, сколько раз система статически неопределима.

7. Уравнения перемещений преобразуют в уравнения сил.

8. Полученную в п. 3 и 7 систему уравнений решают совместно и определяют неизвестные силовые факторы.

Рассмотрим методику составления уравнений перемещений на простейших примерах раскрытия статической неопределимости стержневых систем.

Пример 2.15.

Прямой однородный стержень (рис. 2.30, а) жестко закреплен по концам и нагружен вдоль оси симметрии продольными силами, размеры стержня указаны на чертеже. Определить реакции опор, построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений по высоте стержня.

Решение.

Поскольку брус под действием приложенных сил находится в равновесии, то по пятой аксиоме статики равновесие не нарушится, если система станет абсолютно твердой.

Применяя принцип освобождаемости от связей, заменим условно отброшенные опоры *A* и *B* реакциями и вычертим вспомогательную систему (рис. 2.30, б).

Составим уравнение равновесия, спроектировав все силы на вертикальную ось, приравняв их сумму нулю:

$$N_A - F + 2F - N_B = 0.$$

Поскольку имеем одно независимое уравнение равновесия, а неизвестных реакций две (N_A и N_B), то система один раз статически неопределима. Данную задачу уравнениями статики решить нельзя. Для раскрытия статической неопределимости прежде всего выбираем основную и вычерчиваем эквивалентную систему (рис. 2.30, в), после чего составля-

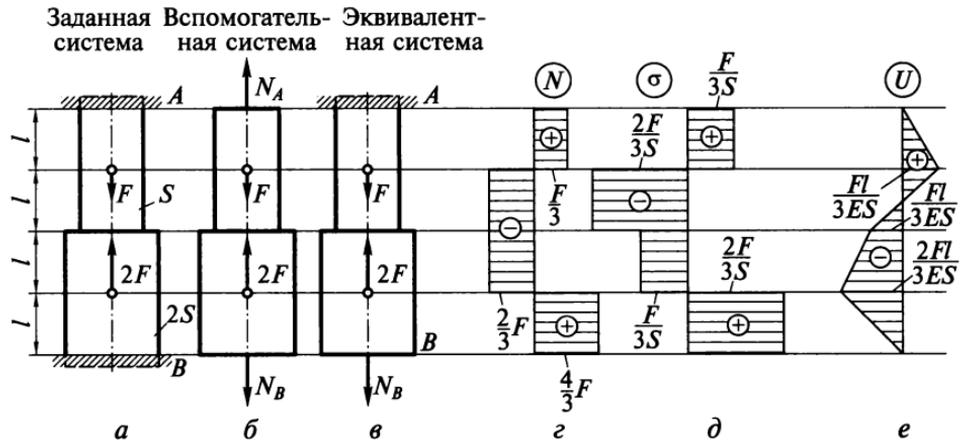


Рис. 2.30

ем уравнение перемещений для торца B , имея в виду, что под действием сил F , $2F$ и N_B перемещение этого сечения должно быть равно нулю, так как наложенные связи (жесткие заделки) не допускают никаких перемещений опорных сечений:

$$U_B(F, 2F, N_B) = 0.$$

Воспользуемся принципом независимости действия сил, тогда

$$U_B(F, 2F, N_B) = U_B(F) + U_B(2F) + U_B(N_B).$$

Определим перемещения сечения B от силы F , для чего к основной системе прикладываем только силу F (рис. 2.31, *a*). Далее строим эпюру внутренних сил по высоте бруса — эпюру N , а затем эпюру перемещений U . При построении эпюры перемещений необходимо разбить длину стержня на два участка. Границей участков служат сечения, проходящие через точки приложения внешних сил. Нумерация участков производится от неподвижного сечения бруса, от которого и начинают строить эпюру перемещений. На участке I осевое перемещение любого поперечного сечения определяется из зависимости

$$U_I = \frac{N_I z_I}{ES_I} = \frac{F z_I}{ES}, \text{ что справедливо для } 0 \leq z_I \leq l.$$

В силу линейности функции $U_I(z_I)$ достаточно определить два ее значения и, отметив эти точки на эпюре перемещений U , соединить их прямой линией. При $z_I = 0$ $U = 0$, а при $z_I = l$ $U_I = \frac{Fl}{ES}$. Таким образом, эпюра на участке I построена.

На участке II перемещение любого сечения определится так:

$$U_{II} = \frac{Fl}{ES} + \frac{N_{II}}{ES_{II}}(z_{II} - l), \text{ что справедливо для } l \leq z_{II} \leq 3l.$$

Поскольку на участке II внутренние силы в поперечном сечении равны нулю, то

$$U_{II} = \frac{Fl}{ES}$$

и будет постоянно по всей длине стержня.

Теперь к основной системе прикладываем силу $2F$ (рис. 2.31, *б*) и строим эпюру внутренних сил N . От действия силы $2F$ стержень сжимается.

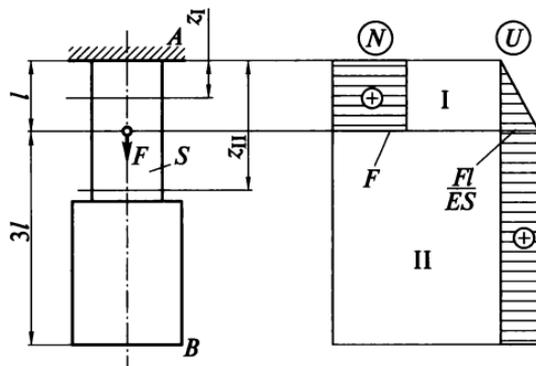
Для построения эпюры перемещений U разбиваем длину стержня на три участка. На участке I

$$U_I = \frac{N_I z_I}{ES_I} \text{ для } 0 \leq z_I \leq 2l.$$

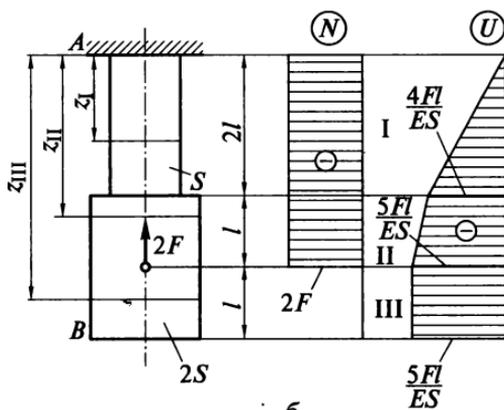
$$\text{При } z_I = 0 \text{ } U = 0, \text{ а при } z_I = 2l \text{ } U_I = \frac{-2F \cdot 2l}{ES} = -\frac{4Fl}{ES}.$$

На участке II перемещения определяются из зависимости

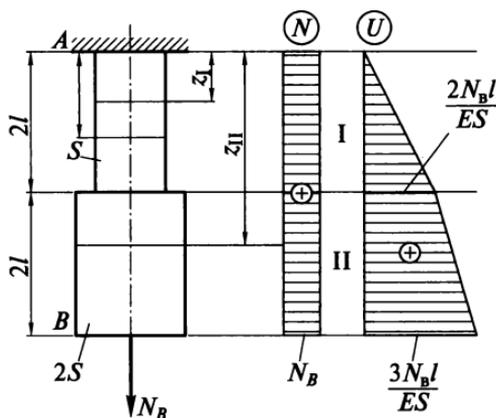
$$U_{II} = -\frac{4Fl}{ES} + \frac{N_{II}}{ES_{II}}(z_{II} - 2l) \text{ для } 2l \leq z_{II} \leq 3l.$$



a



б



в

Рис. 2.31

На границе этого участка абсолютное перемещение сечения (при $z_{II} = 3l$)

$$U_{II} = -\frac{4Fl}{ES} + \frac{-2F \cdot l}{E \cdot 2S} = -\frac{5Fl}{ES}.$$

На участке III

$$U_{III} = -\frac{5Fl}{ES} + \frac{N_{III}}{ES_{III}}(z_{III} - 3l) \text{ для } 3l \leq z_{III} \leq 4l.$$

Поскольку на участке III нормальная сила $N_{III} = 0$, то перемещение сечения B

$$U_{III} = -\frac{5Fl}{ES} + 0 = -\frac{5Fl}{ES}.$$

Следовательно, перемещение $U_B(2F) = -\frac{5Fl}{ES}$.

Наконец, строим эпюры внутренних сил и перемещений от силы N_B (рис. 2.31, в).

При построении эпюры перемещений имеем два участка: I и II.

На участке I

$$U_I = \frac{N_I \cdot z_I}{ES_I}, \text{ для } 0 \leq z_I \leq 2l.$$

При $z_I = 0$ $U_I = 0$ и при $z_I = 2l$ $U_I = \frac{+N_B \cdot 2l}{ES}$, по двум точкам строим эпюру перемещений на участке I.

На участке II

$$U_{II} = \frac{+N_B \cdot 2l}{ES} + \frac{N_{II}}{ES_{II}}(z_{II} - 2l) \text{ для } 2l \leq z_{II} \leq 4l.$$

При $z_{II} = 4l$ $U_{II} = \frac{+N_B \cdot 2l}{ES} + \frac{N_B \cdot 2l}{E \cdot 2S} = \frac{3N_B l}{ES}$.

Итак, от силы N_B сечение B получит осевое перемещение

$$U_B(N_B) = +\frac{3N_B l}{ES}.$$

В результате мы получили:

$$U_B(F) = \frac{Fl}{ES}, \quad U_B(2F) = -\frac{5Fl}{ES} \text{ и}$$

$$U_B(N_B) = +\frac{3N_B l}{ES}.$$

Выполняя условие $U_B(F, 2F, N_B) = U_B(F) + U_B(2F) + U_B(N_B)$, сложим полученные значения перемещений сечения B и приравняем их сумму нулю, так как это сечение не может перемещаться:

$$\frac{Fl}{ES} - \frac{5Fl}{ES} + \frac{3N_B l}{ES} = 0.$$

Из данного уравнения определяем $N_B = +\frac{4}{3}F$.

Полученный положительный знак означает, что произвольно выбранное направление реакции N_B было верным.

Статическая неопределимость раскрыта, поэтому можно построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений по высоте бруса для заданной схемы нагружения (см. рис. 2.30, *з, д, е*) путем последовательного сложения эпюр на рис. 2.31, *а, б, в*.

На эпюре внутренних нормальных сил скачки должна соответствовать значениям приложенных сосредоточенных сил, а перемещение сечения *B* должно обратиться в нуль.

Пример 2.16.

Для заданной системы нагружения стального ступенчатого бруса (рис. 2.32, 2.33, *а*):

1) определить минимальное значение нагрузки $F = F_1$, при которой перекроется зазор;

2) построить эпюры внутренних сил, напряжений и перемещений для нагрузки $F = 2F_1$;

3) провести поверочный расчет на прочность, если $[\sigma]_p = [\sigma]_{сж} = 160 \text{ Н/мм}^2$, $a = 1 \text{ мм}$, $l = 1,2 \text{ м}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$.

Решение.

Система остается статически определимой до тех пор, пока удлинение от заданной силы не превосходит зазора:

$$\sum \frac{N_i \Delta l_i}{ES_i} \leq a.$$

Полагая $F = F_1$, последовательно строим эпюры N , σ и U , тем самым определяем осевое перемещение свободного торца

$$\frac{5}{6} \frac{F_1 l}{ES} \leq a.$$

Отсюда находим минимальное значение силы F_1 , при которой перекроется зазор:

$$F_1 = \frac{6aES}{5l}.$$

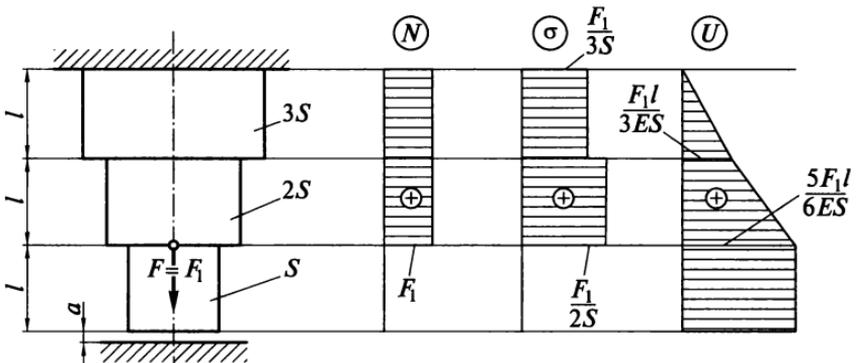


Рис. 2.32

При дальнейшем увеличении силы задача становится статически неопределимой.

Приложим силу $F = 2F_1$. Под действием этой силы зазор перекрывается (рис. 2.33, б) и возникают опорные реакции N_A и N_B . Поскольку имеем одно независимое уравнение равновесия

$$N_A + 2F_1 - N_B = 0,$$

а неизвестных величин две — N_A и N_B , то задача один раз статически неопределима.

Для раскрытия статической неопределимости из условий деформации бруса составляем дополнительное уравнение перемещений сечения B в эквивалентной системе (рис. 2.33, в)

$$U(2F_1, N_B) = a.$$

Применяя принцип независимости действия сил, вычислим перемещение опорного сечения B :

от действия силы $2F_1$

$$U_B = + \frac{2F_1 l}{E \cdot 3S} + \frac{2F_1 l}{E \cdot 2S} = + \frac{5 F_1 l}{3 ES};$$

от действия силы N_B

$$U_B = - \frac{N_B l}{E \cdot 3S} - \frac{N_B l}{E \cdot 2S} - \frac{N_B l}{ES} = - \frac{11 N_B l}{6 ES}.$$

Следовательно,

$$U(2F_1, N_B) = + \frac{5 F_1 l}{3 ES} - \frac{11 N_B l}{6 ES} = a.$$

Заменяв F_1 на $\frac{6aES}{5l}$, определим опорную реакцию N_B :

$$N_B = \frac{6}{11} \frac{a}{l} ES.$$

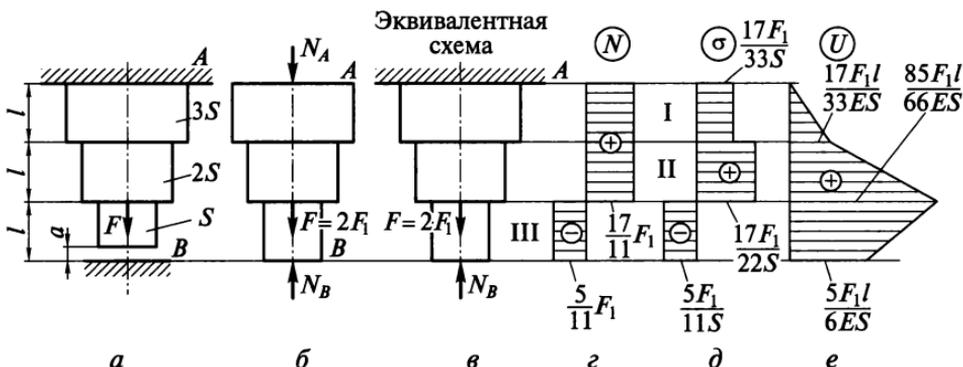


Рис. 2.33

Опорная реакция N_B получилась с положительным знаком, следовательно, первоначально выбранное направление этой реакции было верным.

Выразим опорную реакцию N_B через силу F_1 , равную $\frac{6aES}{5l}$. В результате имеем

$$N_B = \frac{5}{11} F_1.$$

Теперь можно перейти к построению эпюр внутренних сил (рис. 2.33, з), начиная от нижнего конца бруса на эквивалентной схеме.

При построении эпюры нормальных напряжений для вычисления $\sigma_i = \frac{N_i}{S_i}$ высоту бруса разбиваем на три участка (I, II, III), на каждом из которых внутренние силы и площадь поперечного сечения остаются постоянными (рис. 2.33, д).

Эпюру перемещений U строим от неподвижного сечения A эквивалентной схемы; число участков также будет три. Построение эпюры перемещений (рис. 2.33, е) аналогично рассмотренному в примере 2.15.

После построения всех эпюр осуществляем проверки. На эпюре внутренних сил скачок должен быть равен приложенной сосредоточенной силе $2F_1$:

$$+\frac{17}{11} F_1 - \left(-\frac{5}{11} F_1 \right) = 2F_1.$$

Подсчет показал, что эпюра внутренних сил построена верно.

На эпюре U перемещение нижнего торца B должно быть равно зазору a . Проверяем, подставив вместо силы F_1 ее значение:

$$\frac{5}{6} \frac{F_1 l}{ES} = \frac{5}{6} \frac{6aES}{5l} \frac{l}{ES} = a.$$

Следовательно, все эпюры построены верно.

Теперь переходим к выполнению третьего пункта задания — осуществляем поверочный расчет на прочность.

Анализируя эпюру нормальных напряжений (см. рис. 2.33, д), приходим к выводу, что наибольшее напряжение возникает в поперечных сечениях бруса на участке II. Следовательно, поверочный расчет на прочность необходимо выполнять по напряжению $\sigma_{\text{наиб}} = \frac{17}{22} \frac{F_1}{S}$ из условия

прочности

$$\sigma_{\text{наиб}} \leq [\sigma].$$

Воспользовавшись исходными данными, вычислим наибольшее напряжение, возникающее в поперечных сечениях бруса на участке II:

$$\sigma_{\text{наиб}} = \frac{17}{22} \frac{F_1}{S} = \frac{17}{22} \frac{6aES}{5l} \frac{1}{S} = \frac{17}{22} \frac{6aE}{5l} = \frac{17}{22} \frac{6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10^5}{5 \cdot 1200} = 154,3 \text{ Н/мм}^2.$$

Так как допускаемое напряжение по условию задачи $[\sigma] = 160 \text{ Н/мм}^2$, то удовлетворяется неравенство $\sigma_{\text{факт}} \leq [\sigma]$, т.е. $154,3 < 160$. Следовательно, брус работает с недогрузкой.

Процент недогрузки можно вычислить:

$$\frac{160 - 154,3}{160} 100 \% = 3,56 \%$$

Методика раскрытия статической неопределимости в задачах такого типа остается неизменной для любого значения силы F . Вопрос о раскрытии статической неопределимости в случае, когда брус, жестко заделанный одним концом, имеет небольшой зазор между свободным торцом и некоторой плоскостью (рис. 2.33, *a*), возникает только тогда, когда все суммарные нагрузки F_i вызывают такое удлинение стержня, которое превосходит величину этого зазора. Поэтому прежде чем приступить к раскрытию статической неопределимости, необходимо определить перемещение свободного торца бруса под действием всех заданных сил и сопоставить с величиной зазора.

Эти замечания в равной степени можно отнести и к задачам, где статическая неопределимость возникает в результате нагрева стержня, у которого свободный конец имеет небольшой зазор по отношению к неподвижной плоскости или к торцу другого стержня.



Контрольные вопросы

1. Чем отличаются упругие деформации от остаточных?
2. Расскажите о методе сечений.
3. Запишите закон Гука при растяжении (сжатии).
4. Что такое относительное удлинение?
5. Какие эпюры необходимо построить, чтобы выполнить расчет на прочность при растяжении?
6. Что общего и в чем различие диаграммы растяжения образца и материала?
7. Что такое предел упругости?
8. Приведите обозначения модуля упругости I рода и коэффициента Пуассона.
9. До какого напряжения справедлив закон Гука?
10. Для чего вводится понятие допускаемого напряжения?
11. Какие напряжения возникают в поперечном сечении при кручении образца?
12. Запишите закон Гука для сдвига.
13. Укажите зависимость между модулем упругости I рода и модулем G .
14. Что такое смятие? Как определяется напряжение при смятии?
15. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечном сечении бруса при его изгибе?

16. Чем отличается чистый изгиб от поперечного?
17. Как определяются знаки изгибающих моментов и поперечных сил?
18. Что такое устойчивость?
19. По какому напряжению ведется расчет бруса, на который действуют одновременно изгибающий и крутящий моменты?
20. Какие строительные конструкции при расчетах можно представить в виде двухопорной балки?
21. Груз равноускоренно опускается на тросе вниз. Каково будет динамическое напряжение в поперечном сечении троса?
22. По какой формуле рассчитывается критическая сила продольно сжатого стержня, если напряжение в поперечном сечении не превышает предел пропорциональности?
23. Какова последовательность раскрытия статической неопределимости стержневых систем, работающих на сжатие?
24. Какие требования предъявляются при выборе основной системы при раскрытии статической неопределимости стержневых систем?

ДЕТАЛИ И МЕХАНИЗМЫ МАШИН

3.1. Машины и их основные элементы

Человек создал машины для производства различных видов работ или преобразования энергии. Современные машины значительно повышают производительность труда человека. Например, человек в течение длительного времени может развивать мощность не более 0,1 кВт, а мощность машин — преобразователей энергии достигает 1 200 МВт.

Слово «машина» произошло от латинского *machine*, что означает сооружение, и используется для названия технических устройств, предназначенных для преобразования энергии в полезную работу. В современной терминологии понятия «машина» и «техническое устройство» определены ГОСТ 23004—78* «Механизация и автоматизация технологических процессов в машиностроении и приборостроении».

Техническим устройством называется изделие машиностроения или приборостроения для преобразования, добычи, перемещения, контроля объектов или управления ими. К техническим устройствам относят машины, инструменты, приспособления и т. д. Объектами воздействия технических устройств могут быть материалы, заготовки, изделия, энергия, информация, ископаемые, растения и т. д. Если техническое устройство функционирует при участии людей и управляется ими, то оно называется *ручным* техническим устройством, например колесорот (ручная дрель). Если же техническое устройство функционирует при последовательном применении мускульной энергии людей и энергии неживой природы (например, электродвигатель, пневмо- или гидромотор) и управляется людьми, то оно называется *механизированным* техническим устройством; примером может служить электрическая дрель.

Автоматическое устройство функционирует и управляется по заданному алгоритму с использованием энергии неживой природы без непосредственного участия человека.

Машиной называется отдельное техническое устройство, состоящее из энергетической, передаточной, исполнительной и управляющих составных частей и выполняющее механические движения для непосредственного преобразования состояния материала, энергии или информации.

Все машины можно классифицировать на энергетические и рабочие. К энергетическим машинам относятся компрессоры, ге-

нераторы, гидротурбины и т. п., вырабатывающие энергию. Рабочие машины подразделяются на технологические (металлорежущие станки, контрольно-сортировочные автоматы, кузнечно-прессовое оборудование), транспортные (робокары, подъемные краны, конвейеры) и электронные (электронно-вычислительные машины, компьютеры).

Любая машина состоит из *двигательного, передаточного и исполнительного* механизмов. Например, у металлорежущего станка двигателем является электромотор, а у автомобиля — двигатель внутреннего сгорания; исполнительным механизмом (его также называют рабочим органом) у токарного станка является суппорт с режущим инструментом, а у автомобиля — колеса.

Передаточные механизмы, состоящие из рычагов, валов, шкивов, ремней, зубчатых колес и т. д., преобразовывают и передают движение от двигателя к рабочим органам. Так, в токарном станке движение от электродвигателя к суппорту, т. е. исполнительному механизму, передается через ременную передачу, коробку скоростей, коробку подач, ходовой винт и ряд зубчатых кинематических пар. В автомобиле функцию передаточных механизмов выполняют коробка скоростей и карданный вал. Таким образом, механизм — это внутреннее устройство машины, приводящее ее в действие. Слово «механизм» произошло от латинского слова *mēchanē*, что в переводе означает орудие.

Более строго, *механизмом* называется техническое устройство, состоящее из системы твердых тел (звеньев механизма), предназначенное для передачи и преобразования движений и скоростей одного или нескольких тел (ведущих) в требуемые движения остальных тел системы.

Детали — это составные части машин и механизмов, каждая из которых изготовлена без применения сборки (например, вал, шестерня, болт, шплинт, гайка, винт вертолета). Число деталей в сложных машинах может измеряться десятками и сотнями тысяч. Например, в автомобиле более 15 тыс. деталей, в автоматизированных комплексах прокатного оборудования — более миллиона.

В машине можно выделить совокупность совместно работающих деталей, которые представляют собой конструктивно обособленные единицы, объединенные одним назначением; эти сборочные единицы называют *узлами*. Узлы одной машины можно изготавливать на разных заводах. Примерами таких узлов являются муфты, редукторы, электрошпиндели, шарикоподшипники.

Детали машин и узлы бывают:

общего назначения — используются во многих типах машин; это болты, шпильки, гайки, зубчатые колеса, шплинты, штифты, шпонки, подшипники качения, муфты, шайбы, редукторы;

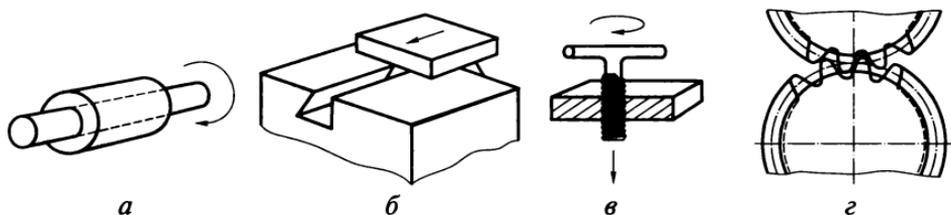


Рис. 3.1

специального назначения — применяются в ограниченном числе типов машин, например турбинное колесо, шпиндель металлорежущего станка, винт вертолета, узел микроперемещений.

Две подвижно-соединенные детали образуют *кинематическую пару*. Различают низшие и высшие кинематические пары. Низшие пары имеют соприкосновение элементов по поверхности, высшие — по линиям или в точках.

На рис. 3.1 представлены соответственно низшие (*a* — вращательная; *б* — поступательная; *в* — винтовая) и высшая (*г* — зубчатая) кинематические пары.

Тела, образующие кинематическую пару, называются *звеньями*.

Совокупность звеньев подвижно-соединенных кинематических пар называется *кинематической цепью*.

На рис. 3.2 представлены кинематические цепи, состоящие из пары зубчатых колес (рис. 3.2, *a*), а также цилиндрических, конической и червячной пар (рис. 3.2, *б*). Если в кинематической цепи закрепить одно звено, то оно становится механизмом (рис. 3.2, *в*).

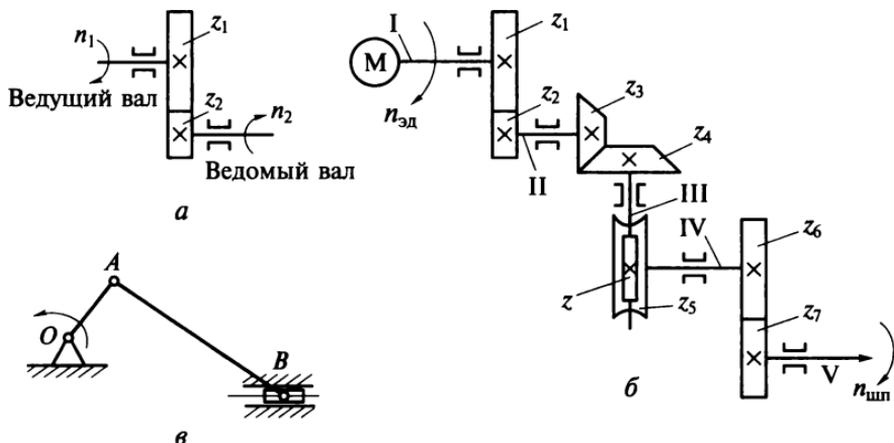


Рис. 3.2

В машиностроении при вычерчивании различных кинематических пар приняты условные обозначения, утвержденные ГОСТ 2.770—68* «Обозначения условные графические в схемах. Элементы кинематики» (см. Приложение 5).

3.2. Основные критерии работоспособности и расчета деталей машин

Объект рассмотрения в машиностроении называют *изделием*. Таковым может быть отдельная деталь, кинематическая пара, узел, машина или система машин. Каждое изделие характеризуется определенными выходными параметрами. Например, в соответствии с нормативными техническими документами координатно-расточный станок с ЧПУ (т.е. машина в целом) должен иметь точность позиционирования 5 мкм. Если с течением времени и при обработке отверстия в корпусной детали на станке не достигается заданная точность межосевых расстояний, то считается, что станок потерял работоспособность, хотя он как машина функционирует. Такое заключение связано с тем, что выходной параметр станка (точность позиционирования) вышел за предел, установленный нормативно-технической документацией.

Работоспособность — это состояние изделия, при котором оно способно выполнять свои функции, сохраняя значения заданных выходных параметров в пределах, установленных нормативными техническими документами.

Изделия должны сохранять эксплуатационные показатели и выполнять свои функции в течение заданного срока службы, а также должны иметь минимальную стоимость изготовления и эксплуатации.

Работоспособность изделий характеризуется следующими критериями: прочностью, точностью, жесткостью, виброустойчивостью, стойкостью к тепловым воздействиям, износостойкостью, надежностью. По одному из них (или по нескольким) определяют размеры и выбирают материалы.

Прочность. Расчеты на прочность деталей машин осуществляют по допускаемым напряжениям, коэффициентам запаса прочности или вероятности безотказной работы.

Расчеты по допускаемым напряжениям наиболее просты и удобны, используются для машин массового производства, опыт эксплуатации которых значителен.

Прочность деталей, например, станков исключает аварийные ремонты из-за их поломки. Поэтому допускаемое напряжение статически нагруженных деталей рассчитывают:

для пластических материалов по пределу текучести

$$[\sigma] = \sigma_T/n_T;$$

для хрупких материалов по пределу прочности

$$[\sigma] = \sigma_B / n_B.$$

Здесь $n_T = 1,1 \dots 1,4$ и $n_B = 3 \dots 4$ — коэффициенты запаса.

Прочность деталей, подвергающихся переменной нагрузке, рассчитывают с учетом факторов, влияющих на сопротивление при усталости — концентрации напряжений, размеров деталей, состояния поверхностного слоя.

Для конструкций, разрушение которых особенно опасно для жизни людей (паровые котлы, грузоподъемные машины), метод расчета и выбор коэффициентов запаса прочности регламентирован нормами государственного технического надзора.

Точность. Точность деталей машин — это совокупность точности формы и размеров отдельных участков детали, а также точности взаимного положения этих участков.

Точность обработки характеризуется значениями допущенных при обработке погрешностей, т. е. отступлением размеров обработанной детали от заданных по чертежу. Погрешности обработки должны находиться в пределах допусков. Кроме того, необходимо при обработке изделия получить заданную чистоту поверхности, которая непосредственно зависит от метода обработки и режимов резания.

Точность машины будет в первую очередь зависеть от точности и чистоты поверхностей ее деталей. Однако при проектировании и изготовлении машин нужно учитывать и другие факторы, которые могут снижать ее точность.

Рассмотрим металлорежущий станок. В координатно-расточном станке под влиянием усилий, возникающих при резании, узлы деформируются и изменяют свое относительное положение. В результате отжатий узлов станка под нагрузкой происходит искажение траекторий движения инструмента относительно заготовки. Точность обработки изделия при этом будет снижаться. Следовательно, на точность координатно-расточного станка (машины) оказывает влияние жесткость узлов. Кроме того, точность измерительных и отсчетных устройств этого станка, предназначенных для определения перемещения стола с изделием относительно инструмента, будет оказывать влияние на точность обработки. Следовательно, и этот фактор будет влиять на точность станка.

Неточность обработки на станке может возникнуть в результате температурных деформаций узлов и деталей станка, а также вследствие снижения качества зубчатых колес и ходового винта, которое влияет на точность кинематической цепи станка. Особенно это актуально для зуборезных, винторезных, зубо- и резьбошлифовальных станков. Кинематическая точность в зуборезных станках существенно зависит от точности изготовления и монтажа червяка и червячного колеса в делительной цепи.

При конструировании других машин (автомобилей, самолетов, подъемных кранов) должны быть учтены конкретные факторы, которые могут снижать точность проектируемой машины.

Жесткость. Критерий жесткости в машинах является одним из важнейших. Особенно большое значение он имеет в станкостроении. Например, прецизионные станки приходится проектировать более массивными, чем другие машины для тех же нагрузок и мощностей. Жесткость станка влияет на точность обработки, виброустойчивость и долговечность.

Жесткостью узла называется его способность сопротивляться появлению упругих отжатиий под действием нагрузки. Она может быть определена как отношение силы F , Н, приложенной к узлу в заданном направлении, к упругому отжатию этого узла δ , мм:

$$j = F/\delta.$$

Износостойкость. В результате постепенного изменения поверхностей трения при взаимодействии двух сопряженных деталей происходит износ. Изнашивание представляет собой процесс постепенного уменьшения размеров и изменения формы деталей. По статистике большинство деталей машин выходит из строя из-за износа. При износе имеют место пластические и упругие деформации, сдвиг, усталостные разрушения.

Для большинства деталей наиболее характерен абразивный износ. Абразивные частицы могут попадать извне в смазку или непосредственно на трущиеся поверхности и разрушать эти поверхности. Кроме того, при относительном перемещении двух поверхностей микровыступы испытывают переменные напряжения, вследствие чего в дальнейшем наступает усталостное разрушение. Появляются микротрещины, что способствует отделению частичек материала. Таким образом, износ при перемещении двух поверхностей сопровождается абразивным износом за счет отделившихся частиц.

В большинстве случаев можно наблюдать три стадии износа (рис. 3.3): I — период приработки; II — установившийся (или нормальный) износ; III — катастрофический износ.

Период нормальной эксплуатации машин (II стадия износа) характеризуется линейной зависимостью между временем изнашивания t и износом U (мкм). Скорость изнашивания γ в этой стадии остается постоянной:

$$\gamma = U/t.$$

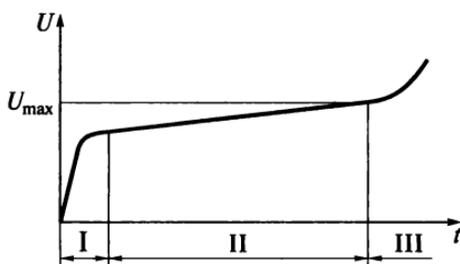


Рис. 3.3

Для абразивного и усталостного износа величину износа можно определить по следующей зависимости:

$$U = kpv_{\text{отн}}t,$$

где k — коэффициент, зависящий от материала пар трения, смазки, микронеровностей и других факторов; p — удельное давление; $v_{\text{отн}}$ — скорость относительного скольжения.

Разделив обе части равенства на время t , получим

$$\gamma = kpv_{\text{отн}}.$$

Для конкретных пар можно экспериментально определить коэффициент k и в дальнейшем прогнозировать долговечность работы многих деталей: направляющих скольжения станков, кулисных механизмов, дисков фрикционных муфт, ходовых винтов и гаек скольжения.

Износ вызывает резкое удорожание эксплуатации машин в связи с необходимостью периодической проверки их технического состояния, а также ремонта, а это связано с простоями и снижением производительности машин.

Существуют следующие мероприятия по повышению износостойкости: смазка трущихся поверхностей; применение износостойких материалов; защита поверхностей от загрязнения; перенос усилий с ответственных механизмов на менее ответственные (например, обтачивание наружной поверхности на токарном станке производят при включенном ходовом вале, а ходовой винт отключают); введение разгрузки изнашиваемых поверхностей и др.

Стойкость к тепловым воздействиям. Работа машины сопровождается тепловыделением, вызываемым рабочим процессом машин и трением в их механизмах. Тепловыделение, связанное с рабочим процессом, является особенно интенсивным у тепловых двигателей, электрических машин, литейных машин и машин для горячей обработки материалов.

В результате теплового воздействия возникают температурные деформации, которые могут отрицательно влиять на работоспособность машин:

понижать защитную способность масляного слоя в трущихся поверхностях и, следовательно, вызывать повышенный износ или заедание;

изменять зазоры в подвижных соединениях;

понижать точность машин (например, в металлорежущих станках в результате нагрева передней опоры шпинделя может произойти отклонение его оси, что приведет к снижению точности обработки).

Расчет температурных деформаций узлов машин может производиться, если известны температурные поля в деталях машины.

При эксплуатации контрольно-измерительных машин и другого прецизионного оборудования применяют следующие методы борьбы с температурными деформациями:

вынос механизмов с тепловыделением за пределы технологического оборудования (например, гидростанций и гидросистем);
использование смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ) в зоне резания металлорежущих станков;

принудительное охлаждение узлов;

создание термоконстантных цехов, в которых поддерживается постоянная температура;

выравнивание температурного поля путем искусственного подогрева или охлаждения отдельных узлов;

автоматическая компенсация температурных деформаций — применение коррекционных линеек, использование предсказательной программы в оборудовании с ЧПУ.

Виброустойчивость. Под виброустойчивостью понимают способность конструкций работать в заданном диапазоне частот без недопустимых колебаний. В связи с увеличением скоростей машин колебания становятся все более опасными. Если частота собственных колебаний узлов машины совпадет с частотой вынужденных колебаний, наступит резонанс. Это самое опасное состояние машины в целом, так как может произойти разрушение. Вибрации также нежелательны, так как они уменьшают долговечность машины. В машинах в основном наблюдаются вынужденные и параметрические колебания.

Вынужденные колебания возникают под действием внешней периодически изменяющейся силы по следующим причинам:

дисбаланс вращающихся деталей (например, ротора электродвигателя);

ошибки в шаге зубчатых колес (вход в зацепление будет сопровождаться ударом);

наличие прерывистой силы резания в металлорежущих станках при фрезеровании, долблении, затыловании, протягивании;

наличие внешних источников колебаний.

Параметрические колебания возникают при наличии какого-либо переменного параметра, например момента инерции поперечного сечения. Предположим, что на вращающийся вал действует постоянная сила. Если поперечное сечение вала — круг, у которого моменты инерции относительно всех осей одинаковые, то никаких колебаний не возникает. Если же в поперечном сечении имеется прямоугольник (так может быть выполнена у вала внутренняя полость), то вал под действием постоянной силы будет прогибаться по-разному, так как моменты инерции у прямоугольника относительно взаимно перпендикулярных осей различны.

Повышение жесткости узлов машины будет способствовать снижению вибраций. Наличие колебаний в машине чаще всего со-

провождается шумом. Шум связан с соударением движущихся деталей машин. Например, погрешности шага и профиля зубьев зубчатых колес приводят к соударению при входе в зацепление. Повышенный уровень шума повышает утомляемость персонала и поэтому вреден для здоровья. Уровень шума измеряется в децибелах (дБ), его предельное значение ограничивается санитарными нормами.

Основные меры борьбы с шумом: повышение точности и чистоты обработки, уменьшение силы удара конструктивными методами, применение демпферов и материалов с повышенным внутренним трением.

Надежность. Свойство изделия сохранять свою работоспособность в течение заданного промежутка времени, обусловленное безотказностью и долговечностью изделий, называется *надежностью*. Обеспечение надежности является одной из основных проблем в машиностроении.

Известный авиаконструктор А. Н. Туполев говорил: «Чем дальше от доски конструктора обнаруживается ненадежность, тем она дороже обходится». Ненадежная машина не сможет эффективно функционировать, так как каждая ее остановка из-за повреждения отдельных элементов или снижения технических характеристик ниже допустимого уровня влечет за собой материальные убытки, а в отдельных случаях и катастрофические последствия.

Из-за недостаточной надежности промышленность несет огромные потери. Так, за весь период эксплуатации затраты на ремонт и техническое обслуживание машин в несколько раз превышают стоимость новой машины: для автомобилей — до 6 раз, для самолетов — до 5, для станков — до 8, для радиотехнической аппаратуры — до 12 раз.

Надежность закладывается вается при проектировании и расчете машины. При изготовлении машины обеспечивается надежность; она зависит от качества изготовленных деталей, качества сборки узлов машины, методов контроля и испытания готовой продукции и других показателей технологического процесса. При эксплуатации машины реализуется ее надежность.

Показатели безотказности и долговечности проявляются только при эксплуатации, зависят от условий использования машины, системы ее ремонта и технического обслуживания.

Безотказность — это свойство изделия непрерывно сохранять свою работоспособность в течение заданного периода времени. В это понятие не включается техническое обслуживание, ремонт, подналадка. Изделие должно сохранять свои начальные параметры в допустимых пределах.

Долговечность — свойство изделия сохранять свою работоспособность в течение всего периода эксплуатации до предельного состояния. Здесь учитываются все ремонты и подналадки.

Полная или частичная утрата работоспособности изделий называется *отказом*. По своей природе отказы могут быть связаны с разрушением поверхностей или самих деталей (выкрашивание, износ, коррозия, поломки) или не связаны с разрушением (ослабление предварительного натяга подшипников, засорение каналов). Отказы бывают полные или частичные, внезапные (поломки) или постепенные (изнашивание, коррозия), опасные для жизни человека или нет, устранимые и неустраняемые.

Показатели безотказности и долговечности изделия определяются в соответствии с теорией вероятности. Вероятность безотказной работы $P(t)$ в течение заданного времени t (или заданной наработки) и вероятность отказа $F(t)$ — взаимно противоположные события. Их сумма всегда равна единице. Вероятность безотказной работы находится в пределах $0 \leq P(t) < 1$. Например, за время $t = 100$ ч вероятность безотказной работы составляет $P(t) = 0,99$. Это следует понимать так: за указанное время работы изделия вероятность отказа составит 1 %, т. е. $F(t) = 0,01$.

Основным показателем долговечности элемента изделия является *срок службы (наработка) t* до отказа.

При оценке надежности изделия очень важны экономические показатели. Повышение безотказности и долговечности машин связано с дополнительными материальными затратами.

3.3. Машиностроительные материалы

По форме и назначению детали машин чрезвычайно разнообразны, поэтому для их изготовления необходимы материалы с различными свойствами.

Различают *конструкционные* материалы, которые используют для изготовления деталей машин, и *инструментальные* материалы, из которых получают режущие инструменты.

При изготовлении изделий из конструкционных материалов одни детали должны обладать повышенной коррозионной стойкостью, другие — иметь сверхпроводимость, третьи — обладать особыми магнитными свойствами.

В качестве конструкционных материалов используют различные металлы (алюминий, железо, медь, титан), сплавы металлов (железоуглеродистые — чугун, сталь; магниевые; медно-цинковые — латуни; медно-оловянные — бронзы; сплавы алюминия и др.), неметаллы (пластмассы, древесина, текстолиты, стеклотекстолиты) и композиционные материалы.

Композиционные материалы являются новыми конструкционными материалами. Для их получения в основной материал добавляют наполнители, которые и определяют свойства композиционного материала. Размеры входящих компонентов колеблются от

долей микрометра (для порошковых наполнителей) до нескольких миллиметров (у волокнистых наполнителей).

Порошковая металлургия позволяет получать композиционные материалы, характеризующиеся повышенными жаропрочностью и износостойкостью, стабильными магнитными и другими свойствами. Порошковая металлургия дает возможность получать псевдосплавы из таких несплавлиющихся металлов, как медь — вольфрам, серебро — вольфрам, которые обладают высокой электрической проводимостью и стойкостью к электроэрозионному изнашиванию; из них изготавливают электроконтактные детали.

Композиционные материалы на основе пластмасс характеризуются высокой химической и коррозионной стойкостью. Они с успехом заменяют дорогостоящие цветные металлы.

Композиционные материалы на основе резины существенно отличаются от металлов. Они характеризуются способностью выдерживать значительные деформации без разрушения, высокой сопротивляемостью к изнашиванию, газо- и водонепроницаемостью, диэлектрическими свойствами.

Стекло, керамика, древесина и другие неметаллы имеют свои специфические физико-механические и эксплуатационные свойства.

Особое место среди композиционных материалов занимают волокнистые материалы. В качестве волокнистых наполнителей используют проволоки из вольфрама, молибдена, волокна оксидов алюминия, бора, карбида кремния, графита.

Различные формы деталей машин из заготовок получают при помощи режущих инструментов. Режущие инструменты работают в условиях больших нагрузок, высоких температур, трения и износа. Поэтому инструментальные материалы должны иметь особые эксплуатационные и физико-механические свойства. Материал режущей части инструмента должен иметь большую твердость и высокие допускаемые напряжения на растяжение, сжатие, кручение и изгиб. Кроме того, режущий инструмент должен обладать достаточной вязкостью, чтобы воспринимать ударную нагрузку при обработке заготовок из хрупких материалов и с прерывистой поверхностью резания. Режущий инструмент должен сохранять свою твердость, а также режущие свойства при высоких температурах, поэтому инструментальные материалы должны иметь высокую теплостойкость.

Важнейшей характеристикой режущей части инструмента является износостойкость. В этом случае детали, обработанные одним и тем же инструментом, будут иметь минимальный разброс размеров. В целях повышения износостойкости на режущую часть инструмента наносят одно- и многослойные покрытия из карбидов вольфрама или нитридов титана.

В качестве инструментальных материалов используют инструментальные стали, твердые сплавы, синтетические сверхтвердые и керамические инструментальные материалы, абразивные материалы.

К инструментальным материалам относятся:

углеродистые инструментальные стали с содержанием углерода 0,7...1,3% (У7, У7А, У8, У8А, У8Г, У8ГА, У9, У9А, У10, У10А, У11, У11А, У12, У12А, У13 и У13А). Допустимые скорости резания этих сталей — 15...18 м/мин. Из этих сталей изготавливают слесарно-монтажные инструменты (молотки, кувалды, плоскогубцы и острогубцы), напильники, шаберы, калибры простой формы, ручные метчики, плашки, ножовочные полотна, сверла, зенкеры малых размеров;

легированные инструментальные стали, получаемые на основе инструментальных сталей с добавлением хрома, вольфрама, ванадия, кремния и других легирующих добавок. Легированные стали по сравнению с углеродистыми имеют повышенную вязкость в закаленном состоянии, более высокую прокаливаемость, меньшую склонность к появлению трещин при закалке. Допустимая скорость резания — 15...25 м/мин. Применяются для изготовления кернеров, метчиков диаметром до 30 мм, (8ХВ, 9ХВ, 11ХВ); резбовых калибров (9ХВГ); протяжек, длинных метчиков, длинных разверток (ХВГ); резбонакатного инструмента: роликов, плашек (Х6ВФ); круглых плашек (ХВСГФ) и др.;

быстрорежущие стали. Эти стали содержат до 19% вольфрама, поэтому после термообработки до 62...65 НРС имеют теплостойкость 600...650 °С. Из сталей Р9, Р18 изготавливают резцы, фрезы, долбяки, сверла; из стали Р6М5 — резцы, фрезы, зенкеры, протяжки, прошивки, резбонарезной и зуборезный инструмент для обработки цветных сплавов; из быстрорежущих сталей с добавлением кобальта (Р9К5) — фрезы, долбяки, метчики для получистовой и черновой обработки углеродистых и легированных сталей. Для работы на повышенных режимах резания применяют сталь Р9М5К5, для обработки жаропрочных и жаростойких сталей, а также коррозионно-стойких — Р9М4К8.

Поскольку быстрорежущие стали дорогие, то для экономии режущий инструмент изготавливают сборным или сварным. Хвостовик выполняют из сталей 45, 50, 40Х. Часто используют пластинки из быстрорежущей стали, которые приваривают к державкам или корпусам инструментов. Быстрорежущие стали обладают высокой износостойкостью, могут использоваться до скорости резания 100 м/мин;

твердые сплавы. Эти сплавы применяют в виде пластинок определенных форм и размеров, изготавливаемых методом порошковой металлургии. Пластины предварительно прессуют, а затем

спекают при температуре 1 500... 1 900 °С. Твердые сплавы делят на три группы: вольфрамовые ВК (ВК3, ВК3-М, ВК6-М и т.д.), титановольфрамовые ТК (Т30К4, Т15К6 и т.д.) и титанотанталовольфрамовые ТТК (ТТ7К12, ТТ10К8-Б). Пластинки из твердого сплава обладают при твердости 86... 92 НРС высокой износостойкостью и теплостойкостью 800... 1 250 °С. Это позволяет вести обработку со скоростями до 800 м/мин. Пластинки из твердого сплава припаивают к державкам медными или латунными припоями. Недостатками твердых сплавов является низкая пластичность.

Твердые сплавы группы ВК применяют для обработки хрупких металлов, пластмасс и других неметаллических материалов. Сплавы группы ТК используют при обработке вязких металлов и сплавов. Сплавы группы ТТК отличаются повышенной износостойкостью, поэтому их применяют для обработки сталей аустенитного класса (труднообрабатываемых);

синтетические сверхтвердые и керамические инструментальные материалы. Существует большое разнообразие сверхтвердых материалов (СТМ) на основе модификаций нитрида бора: эльбор (композит 0,1), гексанит-Р (композит 10) и др. Особенность пластин СТМ состоит в том, что они могут обрабатывать твердые сплавы, чугуны любой твердости, но в основном не выдерживают ударной нагрузки.

Инструментальные керамические материалы (ЦМ332, силинит-Р и др.) используют для чистовой и получистовой обработки незакаленных сталей и серых чугунов со скоростями резания до 900 м/мин, а «черную» керамику (ВОК-60) применяют для чистовой и получистовой обработки ковких, высокопрочных, отбеленных чугунов и закаленных сталей;

абразивные материалы. Это мелкозернистые порошковые вещества, которые используют для изготовления абразивных инструментов: шлифовальных кругов, головок, сегментов, брусков. Естественные абразивные материалы (наждак, кварцевый песок, корунд) применяют весьма ограниченно из-за неоднородности их свойств. В промышленности используют искусственные абразивные материалы: электрокорунды, карбиды бора, оксид хрома, синтетические алмазы, борсилокарбид, славутич, эльбор, гексагонит.

Абразивные материалы имеют высокую твердость, износостойкость и теплостойкость (1 200... 1 800 °С). Инструменты из абразивных материалов позволяют обрабатывать заготовки со скоростью резания 15... 100 м/с; их используют для финишной обработки деталей, когда предъявляются повышенные требования к точности и шероховатости обработанных поверхностей.

Для притирочных и доводочных работ, например для доводки инструментов из твердых сплавов, а также для шлифования заготовок из очень твердых материалов (рубинов, кварца, корунда)

используют шлифовальные порошки из карбида бора. Для изготовления шлифовальных и полировальных паст применяют оксид хрома, венскую известь, трепел.

Борсилокарбид используют для обработки заготовок из твердых сплавов, рубина и других сверхтвердых материалов. Эльбор применяют для обработки заготовок из высокотвердых материалов и конструкционных сталей. Инструменты из славутича не уступают алмазным по износостойкости и превосходят их по прочности.

В промышленности используют природные (А) и синтетические (АСО, АСР, АСМ и т.д.) алмазы. Алмаз является самым твердым материалом, имеет высокую теплостойкость и износостойкость, у него практически не происходит слипания со многими материалами. Недостатком алмазов является повышенная хрупкость. Кристаллы алмазов применяют для оснащения резцов, сверл; их используют для изготовления кругов, пил, лент, брусков.

Алмазный инструмент используют при тонком точении деталей из сплавов алюминия, бронз, латуней, неметаллических материалов; применяют для обработки заготовок из твердых материалов, германия, кремния, полупроводниковых и керамических материалов, жаропрочных сталей и сплавов. Обработку ведут со скоростями резания до 20 м/с. Поверхности, обработанные алмазами, имеют низкую шероховатость и малое отклонение размеров, так как у алмазов высокая размерная стойкость.

3.4. Детали вращательного движения

В машинах применяется много видов деталей вращательного движения: зубчатые колеса, шкивы ременных передач, барабаны, звездочки цепных передач, маховики, шпиндели станков, колеса автомобилей и гидротурбин. Все эти вращающиеся детали устанавливают на валах или осях.

Далее будут рассмотрены конструкции, область применения, преимущества и недостатки зубчатых колес, шкивов, звездочек, поэтому здесь остановимся на рассмотрении валов и осей.

Осью называется деталь, предназначенная только для поддержания вращающихся деталей; оси не передают крутящего момента. Чаще всего оси изготавливают прямыми. Они могут быть двух типов: невращающимися и подвижными, т.е. вращающимися вместе с установленными на них деталями. На расчетных схемах оси представляют балками, нагруженными изгибающими моментами, т.е. при расчетах не учитывают крутящий момент и силу трения.

Валы, в отличие от осей, не только поддерживают вращающиеся детали машин, но и передают крутящие моменты, поэтому их

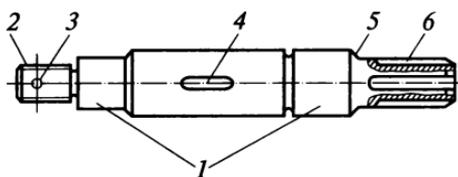


Рис. 3.4

рассчитывают на совместное действие кручения и изгиба. Если значения крутящих моментов на валу значительно больше значений изгибающих моментов, то валы считаются легко нагруженными и их рассчитывают только на кручение.

По форме геометрической оси валы разделяют на *прямые* и *коленчатые*. Коленчатые валы применяют при необходимости преобразования в машине возвратно-поступательного движения во вращательное и наоборот. В таких валах совмещаются функции валов с функциями кривошипов в кривошипно-шатунных механизмах. Особую группу составляют *гибкие* валы, положение геометрической оси которых может изменяться в пространстве.

Чаще всего оси и валы имеют две опоры, но существуют и многоопорные трансмиссионные валы, отдельные части которых соединяются муфтами.

Опорные части валов и осей называют *цапфами* (рис. 3.4, поз. 1), причем промежуточные цапфы называют *шейками*, а концевые — *шпанами*. Цапфы передают на опоры радиальную нагрузку; длина цапфы под подшипники качения меньше, чем под подшипники скольжения. Для соединения вала (оси) с другими деталями на поверхностях делают шпоночные пазы 4, отверстия 3; нарезают резьбу 2 и шлицы 6.

Резкие изменения сечений вала снижают его усталостную прочность. Поэтому переход от одного сечения к другому должен выполняться плавно, в виде галтелей 5.

При вертикальном расположении вала осевые силы вала дают на подпятник. В больших гидроагрегатах (типа Волжской ГЭС) подпятники испытывают осевую нагрузку, достигающую 34 МН.

3.5. Корпусные детали

Корпусные детали могут иметь разное назначение. Они служат для размещения механизмов машин, являясь их опорой и базой для взаимного расположения основных узлов и, наконец, образуют контур машины или отдельных ее узлов.

Корпусные детали в значительной степени определяют работоспособность и надежность машин по критериям точности работы под нагрузкой, виброустойчивости, долговечности. В стационарных машинах корпусные детали составляют 70...85 % от всей массы машины. Поэтому вопрос снижения массы корпусных деталей всегда является актуальным, особенно для тяжелых станков.

На рис. 3.5 показан тяжелый двухстоечный продольно-строгальный станок. Станина 1, стойка 2, поперечина 3, перекладина 4 и стол 5 — это все примеры корпусных деталей.

К корпусным деталям относятся также корпуса редукторов и коробки скоростей автомобилей, плиты, рамы, основания стационарных машин.

Базовой деталью стационарной машины является *станина*. На станине закрепляются все узлы, при этом обеспечивается точность их взаимного расположения. У металлорежущего станка (см. рис. 3.5) на станине имеются направляющие 6, по которым перемещаются узлы, несущие режущий инструмент или заготовку. Станина является одной из наиболее ответственных деталей станка, которая определяет многие его эксплуатационные качества. К конструкции станины предъявляются следующие требования: она должна иметь высокую жесткость и виброустойчивость, длительное сохранение точности, технологичность, удобное взаимное расположение отдельных узлов, резервуары для смазки и охлаждения, удобный отвод стружки, ниши для электродвигателя и электроаппаратуры.

Для корпусных деталей критериями работоспособности и надежности являются прочность, жесткость и долговечность.

Прочность является основным критерием работоспособности для корпусных деталей, подверженных большим нагрузкам, главным образом ударным и переменным.

Жесткость служит основным критерием работоспособности большинства корпусных деталей. Повышенные упругие переме-

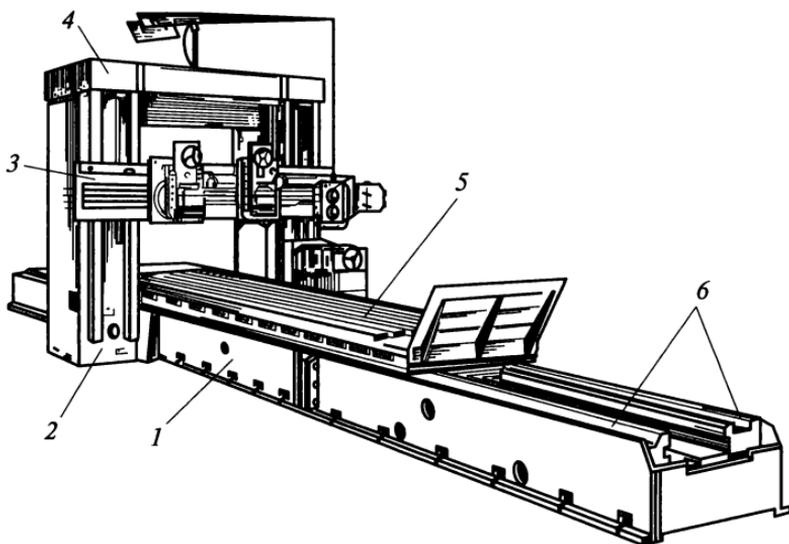


Рис. 3.5

щения в корпусных деталях приводят к неправильной работе механизмов, снижению точности работы машины, способствуют возникновению колебаний.

Долговечность по износу имеет огромное значение для корпусных деталей с плоскими или цилиндрическими поверхностями скольжения, выполненными заодно с корпусом (без прокладок и втулок).

Материалы корпусных деталей. Поскольку корпусные детали должны иметь большую жесткость, то их изготавливают из материалов с высоким модулем упругости (из чугуна и сталей без термической обработки, поскольку термическая обработка для корпусных деталей затруднена).

Корпусные детали в транспортных машинах, например картеры двигателей, а также подвижные детали стационарных машин, например поршни, нагружаемые большими инерционными массами, чаще всего выполняют из легких сплавов, обладающих повышенной прочностью, отнесенной к единице массы детали. Большинство корпусных деталей отливают из чугуна, что позволяет получать сложные геометрические формы.

Сварные конструкции применяют для уменьшения массы и габаритных размеров, а в единичном и мелкосерийном производстве сварные корпусные детали будут дешевле, чем литые.

В тяжелом машиностроении применяют сварно-литые конструкции, так как они значительно упрощают изготовление крупных отливок (например, станины продольно-строгальных станков, у которых длина направляющих достигает двадцати метров).

Для крупных корпусных деталей в последнее время стали применять бетонные и железобетонные конструкции. Бетон хорошо гасит вибрации, что увеличивает жесткость машины в целом. Кроме того, по сравнению с чугуном бетон менее чувствителен к колебаниям температуры.

Хотя модуль упругости бетона меньше, чем модуль упругости чугуна, такую же жесткость можно получить за счет увеличения толщины стенок. Масса корпусной детали при этом остается в пределах нормы, так как плотность бетона составляет только треть от плотности серого чугуна.

Однако бетон имеет недостаток: после схватывания он поглощает влагу, что влечет за собой объемные изменения. Кроме того, попадание масла на бетон повреждает его. Поэтому следует принимать необходимые меры по защите бетона от влаги и попадания масла.

Для изготовления станин тяжелых станков используют железобетон. Применение железобетона дает экономию металла на 40...60 %, при этом обеспечивается такая же жесткость, как и в случае применения чугуна.

Перспективным материалом является полимерный бетон, который имеет высокий модуль упругости ($E = 40 \text{ кН/мм}^2$) и лишен недостатков, присущих бетону.

Корпусные детали с малой массой, которые не испытывают больших нагрузок и не требуют стабильности размеров, изготавливают из пластмасс. К таким деталям относятся корпуса приборов, переносных машин и инструментов, крышки, кожухи, корпуса бытовых приборов и т. д.

3.6. Пружины и рессоры

Пружины и рессоры — это упругие элементы. Область их применения очень широка:

1) создание заданных постоянных сил — начального сжатия или натяжения — в передачах трением, фрикционных муфтах, тормозах, предохранительных устройствах, подшипниках качения;

2) силовое замыкание механизмов для исключения влияния зазоров на точность перемещений;

3) выполнение функций двигателя на основе предварительно закручивания пружины, например в часовых механизмах;

4) виброизоляция в транспортных машинах — автомобилях, железнодорожных вагонах, приборах, виброизоляционных опорах машин;

5) гашение энергии удара, например с помощью буферных пружин, применяемых в артиллерийских орудиях. Благодаря упругим элементам на больших перемещениях энергия удара гасится и сила удара уменьшается. В отличие от первых трех случаев, буферные и виброизоляционные пружины аккумулируют вредную для работы машины энергию;

6) измерение сил в измерительных приборах через упругое перемещение витков пружины.

Рессоры (рис. 3.6) получают из листового материала; для увеличения гибкости их собирают из листов разной длины, что приближает их к телам равного сопротивления поперечному изгибу. Трение между листами обеспечивает демпфирование колебаний. Листовые рессоры применяют в основном для виброизоляции (упругие подвески автомобилей, железнодорожных вагонов) и восприятия удара (в кузнечно-прессовом оборудовании). Для обеспечения плотного контакта между листами и некоторой разгрузки длинных листов (поломка которых более опасна, чем коротких) короткие листы вы-



Рис. 3.6

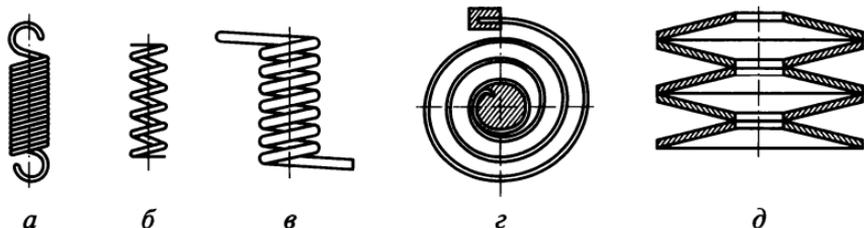


Рис. 3.7

полняют с большей кривизной. Рессоры изготавливают из кремнистых сталей, кремненикелевых и хромомарганцовистых.

При упрощенном расчете на изгиб рессоры рассматривают как консольную балку, имеющую треугольную форму в плане, разрезанную на полосы и собранную в пакет. Допускаемые напряжения выбирают в пределах $40 \dots 60 \text{ МН/см}^2$.

Пружины — наиболее универсальные упругие элементы; они применяются во всех шести случаях, перечисленных выше. Пружины могут работать на растяжение (рис. 3.7, а), сжатие (рис. 3.7, б), кручение (рис. 3.7, в) и не воспринимают поперечный изгиб. В этом случае их заменяют рессорами. По форме пружины очень разнообразны: цилиндрические (рис. 3.7, а—в), плоские спиральные (рис. 3.7, г), тарельчатые (рис. 3.7, д), фигурные и др.

Материал для пружин должен иметь высокие и стабильные упругие свойства. Поэтому основными материалами являются высокоуглеродистые стали 65, 70, марганцовистая сталь 65Г, кремнистые стали 60С2А, хромованадиевая сталь 50ХФА и др.

3.7. Неразъемные соединения деталей

К неразъемным относятся соединения, при которых разборка узла возможна лишь при разрушении крепления или самих деталей. Это сварные, клепаные и клееные соединения; неподвижные соединения, полученные армированием пластмассовых деталей. Сюда можно отнести и неподвижные соединения деталей по посадкам с натягом.

Сварные соединения. Сварные конструкции применяются в строительных сооружениях, станкостроении (крупные стальные станины) и других отраслях машиностроения. С каждым годом сварка находит все новые сферы применения: освоение океанских месторождений полезных ископаемых, строительство мощных атомных электростанций и т.д. *Сварка* — это процесс получения монолитного соединения материалов за счет термодинамически необратимого превращения тепловой и механической энергии и вещества в стыке. Кроме приведенного термодинамического оп-

ределения сварки, возможны и другие. Например, в технологическом аспекте согласно ГОСТ 2601—84* «Сварка металлов. Термины и определения основных понятий» сварка — это процесс получения неразъемных соединений посредством установления межатомных связей между свариваемыми частями при их местном нагреве или пластическом деформировании, или совместном действии того и другого.

При классификации процессов сварки в соответствии с ГОСТ 19521—74 «Сварка металлов. Классификация» выделяют три основных физических признака: форму вводимой энергии, наличие давления и вид инструмента — носителя энергии. По виду вводимой в изделие энергии все основные сварочные процессы, включая сварку и пайку, разделены на термические, термомеханические (или, точнее, термопрессовые) и механические (точнее — прессово-механические).

К *термическим* видам сварки относят ручную дуговую (плавящимся и неплавящимся электродом), автоматическую дуговую под флюсом, электрошлаковую, дуговую в защитных газах, плазменную, электронно-лучевую, лазерную, газовую и сварку в вакууме полым катодом. К *термомеханическим* методам сварки, которые являются наиболее распространенными видами, относят контактную (точечную, шовную и стыковую), конденсаторную, диффузионную и индукционно-прессовую (высокочастотную сварку). *Механические* методы сварки — это холодная сварка со значительной объемной пластической деформацией, сварка взрывом, ультразвуковая сварка, сварка трением и магнитоимпульсная.

Сварные соединения являются наиболее совершенными неразъемными соединениями. Сваркой можно изготавливать детали больших размеров. Прочность сварных соединений при статических и ударных нагрузках должна соответствовать прочности целого металла. В настоящее время освоена сварка всех конструкционных металлов, а также цветных сплавов и пластмасс.

Качество сварки зависит от чистоты подготовки и формы свариваемых поверхностей, квалификации сварщика и условий производства работ. Прочность сварных швов зависит от взаимного проникновения расплавленного металла и металла свариваемых деталей: возможен непровар либо пережог металла свариваемых деталей. Оба дефекта приведут к снижению прочности шва.

Применение сварных соединений расширяется благодаря их преимуществам перед механическими соединениями: уменьшенная масса конструкции; герметичность соединения; удобство автоматизации процесса сварки и возможность соединения толстых профилей. Сварные стальные конструкции легче чугуновых литых иногда до 50 %, а стальных литых — до 30 %. Кроме того, стоимость сварных конструкций из проката почти в два раза меньше, чем стоимость стального литья или поковок.

Недостатками сварки являются трудность контроля сварного шва; нестабильность качества шва, зависящая от квалификации сварщика, — этот недостаток устраняется применением автоматической сварки; сварной шов является сильным концентратором напряжений. К недостаткам сварных соединений можно также отнести сложность, а иногда невозможность сварки разнородных металлов, выделение большого количества теплоты и вследствие этого создание значительных внутренних напряжений, вызывающих коробление сварной конструкции, недостаточную прочность соединения при вибрационных и динамических нагрузках.

При проектировании сварных соединений необходимо выполнять условие равнопрочности шва и соединяемых элементов.

По взаимному расположению соединяемых элементов сварные соединения можно разделить на следующие:

стыковые соединения (рис. 3.8); швы таких соединений также называют стыковыми;

тавровые соединения — соединяемые элементы перпендикулярны один другому, при этом один элемент приваривается торцом к боковой поверхности другого (рис. 3.9, а). Угол между полкой и стенкой может быть прямым, а может и отличаться от 90° . Сочетание толщин деталей может быть различным. Швы таких соединений называют угловыми;

угловые соединения — соединяемые элементы расположены под углом друг к другу, привариваются по кромкам (рис. 3.9, б);

нахлесточные соединения — поверхности соединяемых элементов частично перекрывают друг друга. Нахлесточные соединения выполняют с угловыми (рис. 3.9, в) и пробочными швами (рис. 3.9, г).

Стыковой шов имеет несколько разновидностей, зависящих от толщины соединяемых элементов δ (табл. 3.1). Для элементов малой толщины применяют одностороннюю сварку с отбортовкой (см. рис. 3.8, а); для элементов средней толщины — одностороннюю (для толщины 1...3 мм) и двустороннюю сварку: без скоса кромок (см. рис. 3.8, б) и со скосами кромок (см. рис. 3.8, в); для элементов большой толщины — с двумя скосами двух кромок (см. рис. 3.8, г).

Стыковые швы при высоте наплавляемого металла h могут выполняться нормальными ($h = \delta$), усиленными ($h \approx 1,2\delta$) или облегченными ($h < \delta$).

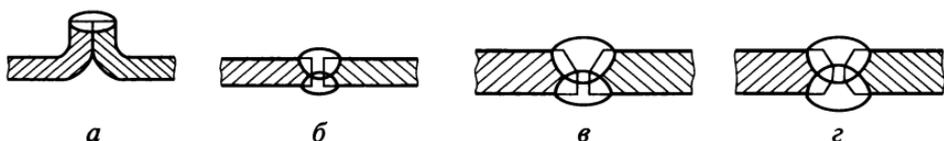


Рис. 3.8

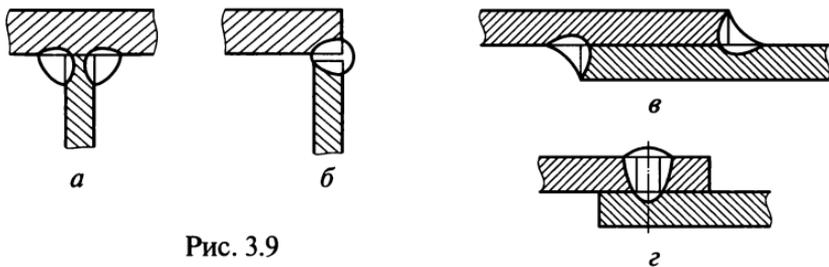


Рис. 3.9

Стыковые швы рассчитывают на прочность по номинальному сечению соединяемых элементов (без учета утолщения швов). Напряжение растяжения (сжатия) σ определяется по формуле

$$\sigma_{p(сж)} = \frac{F}{l\delta} \leq [\sigma']_{p(сж)},$$

где l — расчетная длина шва (мм), равная длине шва за вычетом 10 мм на непровар. Допускаемые напряжения $[\sigma']$ в сварных швах

Таблица 3.1

Толщина элементов δ , мм, при соединении встык дуговой сваркой

| Вид сварки | Форма шва по рис. 3.8 | | | |
|---------------------------|-----------------------|----------|-----------|-----------|
| | <i>а</i> | <i>б</i> | <i>в</i> | <i>г</i> |
| Ручная | 0,5 ... 1 | 3 ... 6 | 6 ... 15 | 12 ... 25 |
| Автоматическая под флюсом | 1,5 ... 3,0 | 2 ... 20 | 14 ... 24 | 20 ... 60 |

Таблица 3.2

Допускаемые напряжения в сварных швах при статической нагрузке

| Способ сварки и тип электрода | Стыковые швы | | Угловые (валиковые) швы при срезе $[\tau']_{ср}$ |
|--|------------------------------|-----------------------------|--|
| | при растяжении $[\sigma']_p$ | при сжатии $[\sigma']_{сж}$ | |
| Контактный точечный | — | — | 0,50 $[\sigma]_p$ |
| Ручной электродами Э34 | 0,60 $[\sigma]_p$ | 0,75 $[\sigma]_p$ | 0,50 $[\sigma]_p$ |
| Ручной электродами Э42 | 0,80 $[\sigma]_p$ | 0,90 $[\sigma]_p$ | 0,60 $[\sigma]_p$ |
| Автоматический под слоем флюса, контактный стыковой с оплавлением, ручной электродами Э42А и Э50А в среде защитного газа | 0,90 $[\sigma]_p$ | $[\sigma]_p$ | 0,65 $[\sigma]_p$ |

Примечание. $[\sigma]_p$ — допускаемое напряжение для основного металла конструкции при растяжении; $[\sigma']_p$, $[\sigma']_{сж}$, $[\tau']_{ср}$ — допускаемые напряжения соответственно при растяжении и сжатии для стыкового шва и срезе для углового шва.

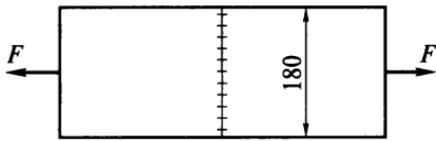


Рис. 3.10

выбираются по табл. 3.2. Допускаемая растягивающая (или сжимающая) сила

$$[F] = [\sigma']_{p(сж)} l \delta.$$

Пример 3.1.

Две полосы из стали Ст3 ($[\sigma]_p = 160 \text{ Н/мм}^2$) сварены встык и нагружены растягивающей силой F (рис. 3.10). Определить допускаемую силу, если осуществляется ручная сварка электродами Э42.

Решение.

1. По табл. 3.2 выбираем $[\sigma']_p = 0,8[\sigma]_p = 0,8 \cdot 160 = 128 \text{ Н/мм}^2$.
2. Определяем расчетную длину шва $l = 180 - 10 = 170 \text{ мм}$.
3. Определяем допускаемую растягивающую силу $[F] = 128 \cdot 170 \cdot 8 = 174,08 \text{ кН}$.

Если в плоскости соединяемых элементов действуют изгибающий момент M и растягивающая (сжимающая) сила, то напряжение определяют так:

$$\sigma = \frac{M}{W_c} \pm \frac{F}{l\delta} \leq [\sigma']_p,$$

где W_c — момент сопротивления расчетного сечения шва.

Нахлесточные соединения по расположению угловых швов к направлению силы разделяют на лобовые, расположенные перпендикулярно (рис. 3.11, а); фланговые, расположенные параллельно (рис. 3.11, б); косые, расположенные под углом (рис. 3.11, в), и

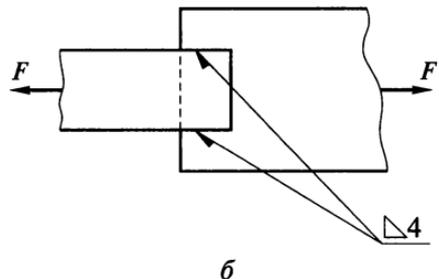
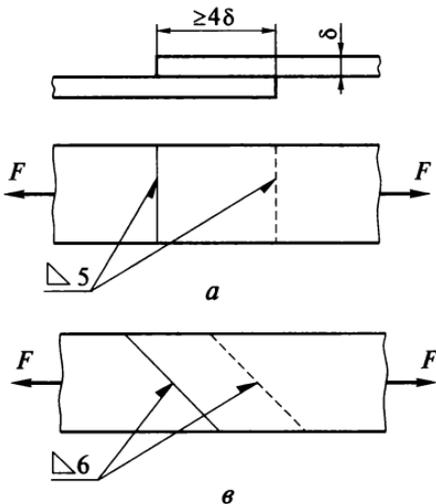


Рис. 3.11

комбинированные. Длину угловых швов выбирают не менее 30 мм из-за неизбежных дефектов по концам швов. Лобовые швы накладывают с двух сторон, величина перекрытия должна быть не менее 4δ . Максимальную длину лобовых и косых швов не ограничивают. Длину фланговых швов рекомендуют выбирать не более $(50 \dots 60)k$, где k — катет треугольника поперечного сечения шва. Размер k , как правило, равен толщине листов δ . Расчет всех угловых швов производится по единым формулам:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{0,7kl} \leq [\tau']_{\text{ср}}; [F] \leq 0,7kl[\tau']_{\text{ср}}.$$

Пример 3.2.

Растянутый раскос фермы состоит из двух равнополочных уголков $75 \times 75 \times 6$, приваренных к косынке лобовыми и фланговыми швами с катетом $k = 5$ мм. Материал угольников — Ст3; $[\sigma]_p = 160$ Н/мм²; сварка ручная электродами Э42А.

Определить длины фланговых швов $l_{\Phi 1}$ и $l_{\Phi 2}$ из условия равнопрочности раскоса и его соединения с косынкой (рис. 3.12).

Решение.

1. Определяем допускаемую величину растягивающей силы $[F] = [\sigma]_p S_{\text{мин}} = 2S_{\text{уг}} [\sigma]_p = 2 \cdot 8,78 \cdot 10^2 \cdot 160 = 281 \cdot 10^3$ Н.

Площадь поперечного сечения уголков берется по справочникам, в данном случае (см. Приложение 1) она равна 8,78 см².

2. Определяем допускаемое усилие $[F_n]$ для лобового шва. Прежде всего определяем $[\tau']_{\text{ср}} = 0,65[\sigma]_p = 0,65 \cdot 160 = 104$ Н/мм² (см. табл. 3.2).

Затем вычисляем $[F_n] = 2 \cdot 0,7 kl_n [\tau']_{\text{ср}} = 2 \cdot 0,7 \cdot 5 \cdot 75 \cdot 104 = 54,6 \cdot 10^3$ Н.

3. Определяем усилие F_{Φ} , которое должно быть воспринято фланговыми швами:

$$F_{\Phi} = [F] - [F_n] = 281 \cdot 10^3 - 54,6 \cdot 10^3 = 226,4 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

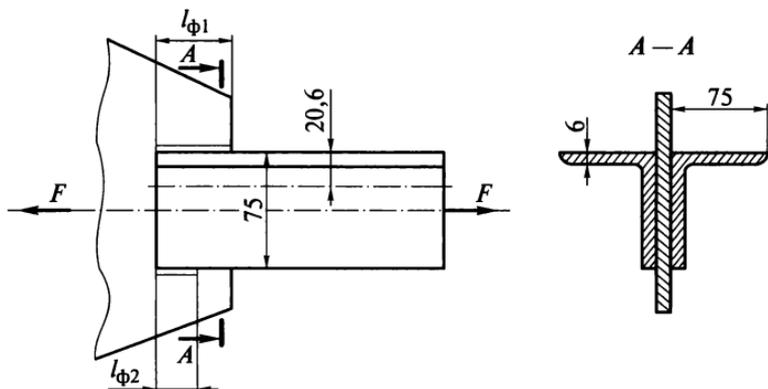


Рис. 3.12

4. Вычисляем суммарную длину фланговых швов

$$l_{\phi} = 2(l_{\phi 1} + l_{\phi 2}) = \frac{F_{\phi}}{0,7k[\tau']_{\text{ср}}} = \frac{226,4 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 5 \cdot 104} = 622,5 \text{ мм.}$$

Принимаем суммарную длину $l_{\phi} = 630$ мм, следовательно, для одного уголка $l_{\phi 1} + l_{\phi 2} = 630/2 = 315$ мм.

5. Определяем размеры $l_{\phi 1}$ и $l_{\phi 2}$. Заметим, что центр тяжести уголков находится на расстоянии 20,6 мм. Поэтому фланговый шов $l_{\phi 1}$ должен быть больше, чем $l_{\phi 2}$. Отсюда

$$l_{\phi 1} = \frac{l_{\phi 1} + l_{\phi 2}}{75} (75 - 20,6) = \frac{315}{75} (75 - 20,6) = 228 \text{ мм.}$$

Таким образом, $l_{\phi 2} = 315 - 228 = 87$ мм.

Независимо от способа сварки в соответствии с ГОСТ 2.312—72* «Условное изображение и обозначение швов сварных соединений» видимый шов изображают сплошной линией, а невидимый — пунктиром; от изображения шва проводят линию-выноску, заканчивающуюся односторонней стрелкой (см. рис. 3.11). При точечной контактной сварке видимую одиночную сварную точку изображают знаком +, невидимые одиночные точки на чертеже не изображают. Размер катета шва указывается знаком \triangle , а стоящая справа цифра означает высоту катета в миллиметрах (см. рис. 3.11).

Паяные соединения являются разновидностью сварных. *Пайкой* называют образование соединения с межатомными связями в результате нагрева соединяемых материалов ниже температуры их плавления, смачивания припоем, затекания припоя в зазор и последующей его кристаллизации. Пайкой можно соединять детали из разнородных металлов, а также из металлов и стекла, керамики, графита и других неметаллических материалов. Свойство материала образовывать паяное соединение при заданном режиме пайки называется паяемостью.

В качестве припоя используется металл или сплав (на основе олова, меди, серебра) с температурой плавления ниже температуры плавления паемых материалов.

Припой в зависимости от температуры плавления делят на мягкие (оловянисто-свинцовые с температурой плавления ниже 400 °С) и твердые (медные, медно-цинковые с температурой плавления 400...1200 °С). Мягкие припои имеют предел прочности $\sigma_{в.р}$ до 100 МПа, твердые — 500 МПа и выше. Вид припоя выбирают с учетом условий работы машины, материала деталей и оговаривают в технических условиях на сборку узла.

Для удаления оксидов с поверхности паемого материала и припоя и предотвращения их образования в процессе пайки применяется вспомогательный материал, называемый *паяльным флю-*

сом. В качестве флюсов для твердых припоев применяют буру, пла-
виковый шпат и их смеси с солями щелочных металлов, для мяг-
ких — канифоль, хлорид цинка и фосфорную кислоту. Пайку точ-
ных соединений проводят без флюсов в атмосфере защитных га-
зов или вакууме.

Для повышения прочности соединения необходимо обеспечить
большую поверхность прилегания сопрягаемых поверхностей,
поэтому используют нахлесточные соединения без применения
накладки (рис. 3.13, а) и с применением (рис. 3.13, б); стыковое
соединение вскос (рис. 3.13, в), а также вводят дополнительные
детали 1 (рис. 3.13, г).

Припой закладывают в место спая в виде фольговых прокла-
док, проволок, лент, дробы, паст вместе с флюсом, а также в
расплавленном виде. При автоматизированной пайке припой в виде
пасты вносят дозированно шприц-установками.

В зависимости от способа нагрева пайку подразделяют на газо-
вую, погружением в ванну с солевым раствором, электрическую
(дуговую, индукционную, контактную), ультразвуковую.

В единичном и мелкосерийном производстве местный нагрев
производят паяльником или газовой горелкой. В серийном и мас-
совом производстве широко применяют нагрев в ваннах, газовых
печах, электронагрев и индукционный нагрев токами высокой
частоты (ТВЧ). При нагреве ТВЧ индуктор имеет форму, близкую
к соединяемым деталям, поэтому детали разогревают в месте спая
(это предохраняет их от окисления и коробления).

Пайка — трудоемкий процесс, поэтому на операциях пайки
желательно предусматривать различные средства механизации.
В массовом и серийном производстве применяют полуавтоматы и
автоматы для газовой, электрической и других видов пайки.

Перспективным направлением является применение ультра-
звука при пайке металлов и неметаллических материалов. Оборудо-
вание (рис. 3.14) состоит из генератора 1 ультразвуковой час-
тоты и электропаяльника с ультразвуковым преобразователем 2

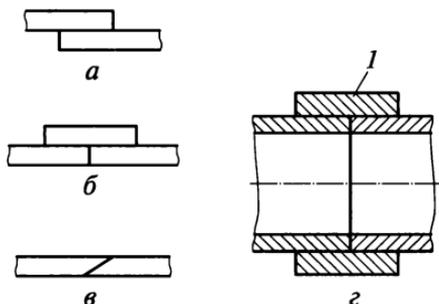


Рис. 3.13

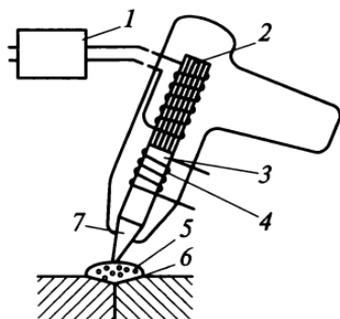
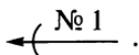


Рис. 3.14

с ферромагнитным стержнем 3. Частота колебаний наконечника 7 около 20 кГц (поз. 4 — электрическая обмотка). Данный способ удобен для пайки деталей из алюминия, так как высокочастотные колебания в расплавленном припое 5 разрушают оксидную пленку 6 металла, что позволяет вести пайку без применения флюса.

Знак условного обозначения пайки на чертежах наносят на линии-выноске:  — так указывают на видимый шов; при указании невидимых поверхностей стрелка не ставится — ; швы, выполненные по периметру, отмечают на линии-выноске кружком — ; при необходимости на чертеже проставляют размеры шва и шероховатость поверхности; обозначение припоя указывают в технических требованиях чертежа записью по типу: «ПОС 40 ГОСТ ...».

При выполнении швов припоями различных марок всем швам, выполняемым одним и тем же материалом, присваивают один порядковый номер, который наносят на линии-выноске, например:



Пайкой можно изготавливать сложные по конфигурации узлы и целые конструкции, состоящие из нескольких деталей, за один производственный цикл (нагрев), что позволяет рассматривать ее (в отличие от сварки) как групповой метод соединения материалов. Пайка — высокопроизводительный технологический процесс, легко поддающийся механизации и автоматизации.

Пайка уменьшает, а иногда полностью исключает остаточные напряжения и деформации. К числу очень важных преимуществ пайки следует отнести возможность соединения разнородных металлов и соединение металлов с неметаллами. С помощью пайки можно получать неразъемные и разъемные соединения. Последнее очень важно в производстве радиоэлектронной аппаратуры, когда возникает необходимость демонтажа при настройке или замене дефектных приборов, установленных на печатной плате.

Возможность варьировать размеры соединяемых пайкой поверхностей (величины нахлестки) позволяет обеспечить равнопрочные с основным металлом соединения. При этом получается более благоприятная форма соединения с меньшей концентрацией напряжений, чем при контактной сварке.

К достоинствам паяных конструкций можно отнести сохранение структуры и свойств металлов соединяемых деталей. Перечисленные выше преимущества пайки позволяют рассматривать ее как прогрессивный технологический процесс, находящий все более широкое применение в производстве.

Недостатком пайки по сравнению со сваркой является ограниченная механическая прочность соединения, значительная стоимость припоев, вредные испарения флюсов и припоев.

Клепанные соединения. Неразъемные соединения, получаемые за счет деформации заклепок или остаточной деформации конструктивных элементов деталей, называются *клепаными соединениями*. Такие соединения образуют постановкой заклепок в совмещенные отверстия соединяемых элементов и расклепкой с осаживанием стержня заклепки (рис. 3.15, *а*).

Клепкой получают соединения деталей из разнородных и трудносвариваемых материалов; термообработанных и окончательно обработанных точных деталей, для которых недопустим нагрев; деталей, подверженных вибрации и ударным нагрузкам. Часто клепанные соединения применяют в конструкциях, работающих при высоких и низких температурах, а также для получения прочных соединений, способных выдерживать большие нагрузки (например, в самолетостроении).

К недостаткам клепанных соединений можно отнести высокую трудоемкость их изготовления, ослабление деталей отверстиями под заклепки, концентрацию напряжений и нарушение гладкости поверхности. Процесс клепки производит большой шум, а вибрация клепального молотка при ручной сборке воздействует на руки рабочего и после нескольких лет работы вызывает профессиональные заболевания.

Заклепка представляет собой цилиндрический металлический стержень с головкой. В зависимости от типа головки различают заклепки с полукруглой (рис. 3.15, *б*), потайной (рис. 3.15, *в*) и полупотайной (рис. 3.15, *г*) головками. Заклепки с полукруглыми головками применяют в силовых и плотных силовых швах; заклепки с потайной головкой используют тогда, когда выступающие головки нежелательны; заклепки с полупотайной головкой применяют для соединения тонких (до 4 мм) стальных листов. Для соединения тонких листов и неметаллических деталей применяют пустотелые заклепки.

Размеры элементов заклепок приводятся в ГОСТ 10299—80, ГОСТ 10300—80, ГОСТ 10301—80 и др.

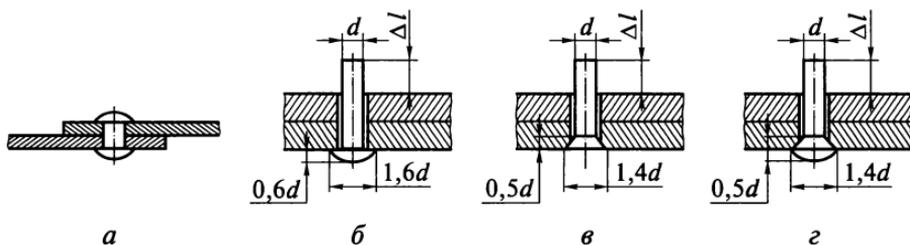


Рис. 3.15

Обычно заклепки изготавливают из углеродистой стали марок Ст2 и Ст3. Допускаемые напряжения на срез и смятие приведены в табл. 3.3. Длину заклепки рассчитывают по формуле

$$l = l_1 + \Delta l = l_1 + (1,5 \dots 1,7)d,$$

где l_1 — суммарная толщина склепываемых деталей; Δl — запас длины на образование замыкающей головки; d — диаметр заклепки.

Отверстия для заклепок пробивают или просверливают по разметке. Можно одновременно сверлить обе склепываемые детали, это повышает точность соединения. Сверление отверстий является более трудоемкой и дорогой операцией, чем пробивка. Широкое распространение получил комбинированный способ обработки материала под заклепки: вначале пробивают отверстия меньшего диаметра, а затем рассверливают их до нужного размера. Рекомендуемые размеры отверстий под заклепки приведены в табл. 3.4.

Сборка соединения осуществляется следующим образом. В готовые отверстия ставят заклепки. Затем под нижнюю (закладную) головку подставляют поддержку с углублением, соответствующим очертанию головки. Поддержка должна опираться на массивную наковальню, после чего осуществляется клепка (вручную или механически).

В зависимости от условий работы принята следующая классификация клепаных швов:

прочные — обеспечивают расчетную прочность соединения (фермы, балки, колонны);

прочноплотные — обеспечивают не только расчетную прочность, но и герметичность соединения (паровые котлы, резервуары под давлением);

Таблица 3.3

Допускаемые напряжения, Н/мм², для клепаных соединений стальных конструкций при статическом нагружении

| Допускаемые напряжения | Материал заклепок | | | |
|----------------------------|-----------------------------|-----|-----|-----|
| | Ст2 | | Ст3 | |
| | Способ подготовки отверстий | | | |
| | I | II | I | II |
| На срез $[\tau]_{ср}$ | 140 | 100 | 140 | 100 |
| На смятие $[\sigma]_{см}$ | 280 | 240 | 320 | 280 |
| На растяжение $[\sigma]_p$ | 140 | | 160 | |

Примечание. Способы подготовки отверстий: I — отверстия просверлены или продавлены (на меньший диаметр) с последующей рассверловкой; II — отверстия продавлены.

Рекомендуемые диаметры отверстий под заклепку
при точной и грубой сборках, мм

| Номинальный диаметр заклепки | Сборка | | Номинальный диаметр заклепки | Сборка | |
|------------------------------|--------|--------|------------------------------|--------|--------|
| | точная | грубая | | точная | грубая |
| 10 | 10,5 | 11,0 | 19 | 21 | 21 |
| 11,5 | 12,5 | 12,5 | 22 | 23 | 24 |
| 13 | 13,5 | 14,0 | 25 | 26 | 27 |
| 16 | 16,5 | 17,0 | 28 | 29 | 30 |

плотные — обеспечивают герметичность соединений (резервуары и трубопроводы с небольшим избыточным давлением).

Заклепочные швы могут выполняться внахлестку (см. рис. 3.15, а), с одной (рис. 3.16, а) или двумя (рис. 3.16, б) накладками; при этом схемы клепаных соединений могут выполняться с рядным расположением заклепок (рис. 3.16, б) или с шахматным (рис. 3.16, в). Примеры расчета заклепок были рассмотрены в разд. 2 (примеры 2.3, 2.4).

Клеевые соединения. *Клеевые соединения* — это неразъемные соединения неметаллическим веществом посредством поверхностного схватывания и молекулярной связи в клеящем слое; соединение получается путем нанесения клеев (адгезидов) на сопрягаемые поверхности. Прочность соединения обеспечивают адгезионными (между поверхностью деталей и клеящим слоем) и когезионными (внутри самого клея) силами. Неразъемное соединение деталей из различных материалов осуществляют клеями на основе синтетических смол. На практике применяют клеи БФ, ВК-1, ВК-2, МПФ-1 и др.

Клеевые соединения получили распространение благодаря появлению анаэробных (застывающих без доступа воздуха) и других

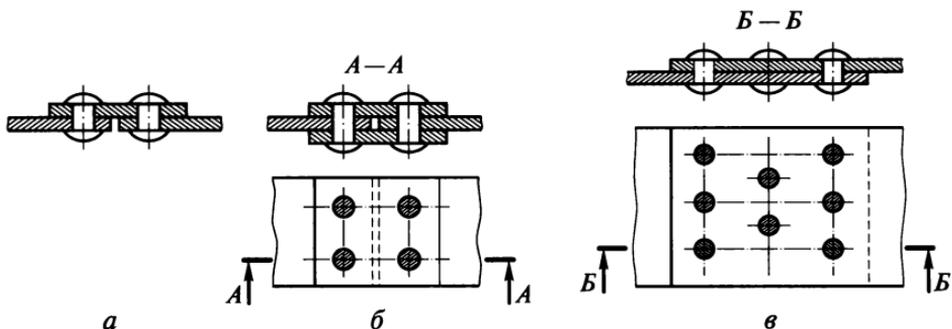


Рис. 3.16

(эпоксидных, полиуретановых) видов клеев нового поколения. Клееные соединения отличаются надежностью и прочностью (особенно соединения, работающие при статическом нагружении), возможностью соединения разнородных материалов. Применение клееных соединений уменьшает объем механической обработки, в ряде случаев массу изделия и себестоимость его изготовления. Достоинствами клееных соединений также являются: возможность соединения деталей из разнородных, а также тонколистовых материалов; высокое сопротивление усталости; возможность обеспечения герметичности; стойкость против коррозии; малая концентрация напряжений; малая масса. В последние годы склеивание нашло широкое применение даже в ответственных машинах и сооружениях, например самолетах, мостах, металлорежущих станках (для повышения износостойкости на направляющие приклеивают фторопласт).

К недостаткам клееных соединений относят невысокую прочность на отрыв (отдир, расслаивание), «старение» некоторых клеев с течением времени, меньшую долговечность по сравнению со сварными и клепаными соединениями, длительный срок полимеризации у некоторых клеев и незначительную тепловую стойкость.

В конструкциях изделий клееные соединения применяют как самостоятельные либо в комбинации с другими видами: клеесварные, клеепрессовые, клеерезьбовые, клеепаяные, клеевинтовые. Применение клеев в сочетании с традиционными способами выполнения соединений позволяет конструкции работать при произвольной нагрузке, включая вибрационную; повысить прочность соединений в 1,5—3 раза; сократить число сварных швов или точек; заменить тугую резьбу на обычную (испытания на срез показывают, что прочность клеерезьбовых соединений более чем в два раза выше прочности простых клееных соединений). Клееные соединения заменяют соединения с натягом (и не уступают им по прочности), шлицевые, шпоночные; при этом существенно снижаются число деталей и требования к качеству сопрягаемых поверхностей, что сокращает объем механической обработки.

Успешно применяют клей для повышения прочности сопряжений зубчатых колес с валом; при установке наружных колес подшипников в корпус, в частности после потери размеров расточек; для уплотнения и стопорения резьбовых соединений.

Швы неразъемных соединений, полученных склеиванием, отмечают на чертеже знаком Δ , проставленным на линии-выноске: ; место клееного соединения изображают сплошной линией, которая должна быть в два раза толще основной (см. рис. 3.17, а, г). В технических требованиях чертежа необходимо указать, каким клеем осуществлено неразъемное соединение, например «Клей БФ-2 ГОСТ ...».

Прочность клееных соединений зависит от материала деталей, шероховатости сопрягаемых поверхностей, марки клея, толщины и площади клеевого слоя, равномерности его распределения по сечению сопрягаемых поверхностей, способа их очистки перед склеиванием. Оптимальная толщина клеевого слоя должна быть 0,05...0,15 мм. При большей толщине в клеевом слое в процессе отверждения могут появиться трещины. Рациональные параметры шероховатости сопрягаемых поверхностей Ra 2,5...3,2 мкм и более. Требуемую площадь склеиваемых поверхностей определяют, исходя из допустимых напряжений для рассматриваемого вида нагружения деталей (сдвиг, равномерный отрыв, изгиб и т.п.) и при необходимости увеличивают, создавая косые стыки (рис. 3.17, а), соединения в замок (рис. 3.17, б), в переплет (рис. 3.17, в), используя дополнительные детали *1* (рис. 3.17, г). Марку клея выбирают в зависимости от материала соединяемых деталей и условий эксплуатации соединения: нагрузки, температуры, агрессивности среды и пр. Клеи должны обеспечивать надежное молекулярное сцепление (адгезию) с поверхностями склеиваемых деталей, термостойкость, стойкость к воздействию кислот, щелочей, масла, бензина, воды. Клеи должны сохранять склеивающую способность в течение не менее 2 ч после их приготовления.

Клеи подразделяют на конструкционные (жесткие) и неконструкционные (эластичные). Конструкционные клеи обеспечивают высокую прочность (на сдвиг до 50...55 МПа, на отдир 2,5...2,7 МПа). Неконструкционные клеи менее прочные (на сдвиг до 5 МПа, на отдир до 0,7 МПа), но более дешевые. Кроме того, клеи подразделяют на жидкие, пастообразные, пленочные и порошкообразные. По химическому составу клеи бывают эпоксидные, полиуретановые, фенолформальдегидные, клеи-расплавы, анаэробные и др. По способу отверждения различают клеи холодного и горячего отверждения.

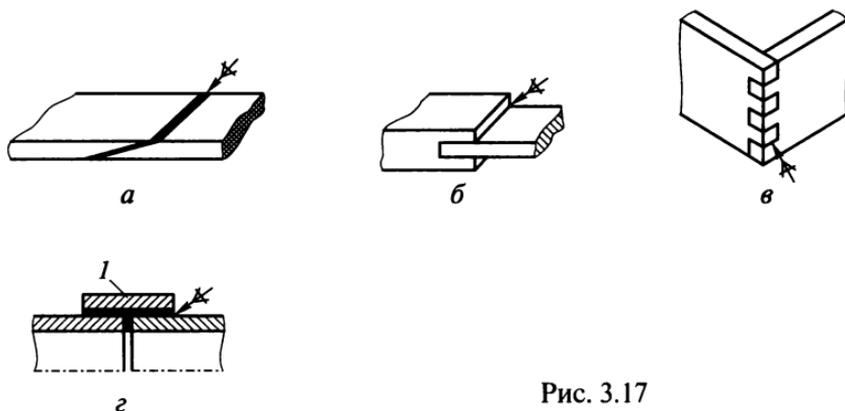


Рис. 3.17

Качество клееного соединения зависит также от подготовки поверхностей деталей под склеивание; оптимальные физико-механические свойства поверхностей обеспечивают подгонкой, очисткой и обезжириванием. Очистка поверхности от грязи, окислы, масла, жира способствует ее лучшей смачиваемости клеем и повышению сцепления клея с материалом. Детали из низкоуглеродистой стали очищают в 25%-ном растворе фосфорной кислоты или 10%-ном растворе метилсиликата, нагретых до 60 °С; детали из коррозионно-стойкой стали — в растворе щелочи, алюминиевые — в растворе серной кислоты, медные и латунные — в азотной кислоте. Затем проводят тщательную промывку деталей в чистой горячей воде, сушку и обезжиривание бензином или ацетоном.

Клеи готовят (смешивают необходимые компоненты) в специальных помещениях, соблюдая правила безопасности труда. Готовый клей выдается на сборочный участок в специальных, хорошо закрытых сосудах, изготовленных из коррозионно-стойкой стали.

На подготовленную поверхность клей наносят кистью, поливом, шпателем, роликом, окутанием, распылением из пульверизатора, шприцем, дозатором. На рис. 3.18 приведена схема пневматического шприца для шовной накладки клея. Клей 2 помещают в насадку 1 шприца. При нажатии курка 5 под давлением воздуха, поступающего в воздушную камеру 4 из шланга 6, поршень 3 выдавливает клей через сопло на склеиваемую поверхность.

При использовании эпоксидных клеев после нанесения клеевого слоя выполняют его подсушивание (до 60 мин) для испарения из клея растворителей. После необходимой выдержки склеиваемые поверхности сжимают с помощью струбцин, прихватов, специальных приспособлений с удельным давлением 0,05... 2 МПа. После отверждения клея его избыток на поверхности деталей уда-

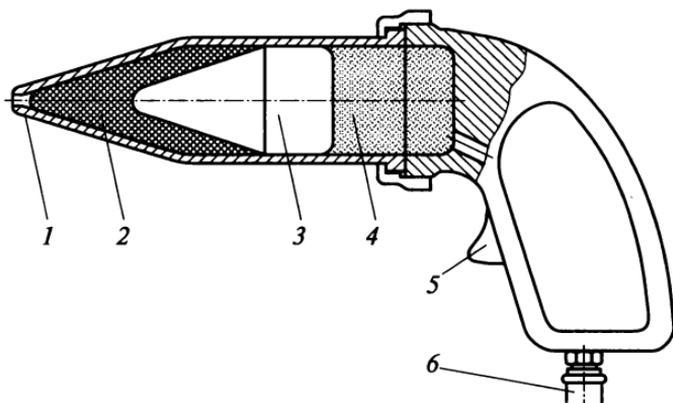


Рис. 3.18

ляют металлическими щетками, наждачной бумагой или промывают растворителем.

На сборочных линиях эффективно применение клеев-расплавов, имеющих короткое время схватывания (5... 10 с) и затвердевающих при температуре 20 °С. К достоинствам клеев-расплавов относят их невысокую стоимость, отсутствие пожароопасных и загрязняющих окружающую среду растворов, возможность сразу подвергать склеенные детали очистке и механической обработке. Клеи-расплавы обычно наносят пистолетом, в который подается клей, предварительно расплавленный в термостате до 190... 320 °С.

Применение анаэробных клеев, имеющих небольшое время полимеризации (время схватывания от 1,5... 2 до 10... 15 мин в зависимости от марки), позволяет автоматизировать сборочный процесс. Клеи наносят специальными дозаторами, которые при установке в манипуляторе робота позволяют получить клеевой слой различной конфигурации.

Соединения с натягом. В машиностроении для создания неподвижного соединения, например для деталей «вал — шестерня», можно использовать *посадки с натягом*, который образуют разностью посадочных размеров сопрягаемых деталей.

Наибольшее распространение получили цилиндрические соединения, в которых одна деталь охватывает другую по цилиндрической поверхности. Выбор посадки производится из условия, что при наименьшем натяге обеспечивается прочность соединения и передача нагрузки, а при наибольшем — прочность деталей. Соединения с натягом (установка шарикоподшипников на валы, поршневых колец на поршень и т. п.) широко распространены в машиностроении — 10... 17 % общего числа соединений.

Гарантированный натяг не зависит от способа соединения деталей (под прессом, разогреванием охватываемой детали, охлаждением охватываемой детали или комбинированным способом).

Сопряжение деталей под прессом — наиболее известный и несложный процесс. Его недостатком является неравномерная деформация тонкостенных деталей и возможность повреждения торцов.

Способ сопряжения путем нагрева охватываемой детали до 200... 400 °С и запрессовки в нее холодной охватываемой детали также широко распространен. Недостатки этого способа — возможность изменения структуры металла, появление окалины и коробление.

Хорошим способом сопряжения деталей с натягом является *охлаждение охватываемой детали*.

Основными отклонениями, которые дают гарантированные натяг, являются: P, R, S, T, U, V, X, Y, Z, ZA, ZB, ZC (для отверстий) и p, r, s, t, u, v, x, y, z, za, zb, zc (для валов).

В зависимости от назначения соединений выбираются тяжелые, средние и легкие посадки с натягом.

Тяжелые посадки применяются в соединениях с большими нагрузками, например в вагонных колесах на осях, установочных штифтах в станочных приспособлениях, несъемных муфтах на концах валов прокатных станов, седле клапана в головке блока цилиндров грузового автомобиля (с отклонениями z , z_a , z_b , z_c).

Средние посадки рекомендуется применять для запрессовки втулок в шкивы и зубчатые колеса, соединения кондукторных втулок с корпусом кондуктора, закрепления зубчатых колес на валах коробок скоростей, установки бронзовых венцов червячных колес (с отклонениями v , x , y).

Легкие посадки с натягом применяют для соединения тонкостенных втулок с корпусами, закрепления установочных колец на валу электродвигателя, соединения втулок с зубчатыми колесами металлорежущих станков (с отклонениями p , r , s , t , u).

Посадки обозначают дробью, в числителе которой указывают обозначение поля допуска отверстия, а в знаменателе — обозначение поля допуска вала, например $H6/t5$. Цифры в обозначениях посадок указывают на качество (степень точности), в соответствии с которым для заданного интервала размеров по ГОСТ 25346—89 «Основные нормы взаимозаменяемости. ЕСДП. Общие положения, ряды допусков и основных отклонений» устанавливается допуск. Обозначение посадки указывают после номинального размера элемента, например $50H7/s6$ или $\varnothing 70H6/t5$.

Армирование. Одним из способов создания неподвижных соединений является *армирование пластмассовых деталей*. В радио- и электротехнической промышленности прессованием и литьем под давлением получают электрические разъемники, колодки, панели. Это позволяет в 10—100 раз сократить трудоемкость изготовления таких деталей по сравнению с трудоемкостью получения аналогичных конструкций путем сборки из отдельных элементов с последующим креплением. Для создания неподвижных соединений арматуру в виде винтов, гаек, штырей (рис. 3.19, *а*, *б*) закрепляют с помощью кольцевых буртиков или канавок. Для предотвращения проворачивания на наружных поверхностях этих де-

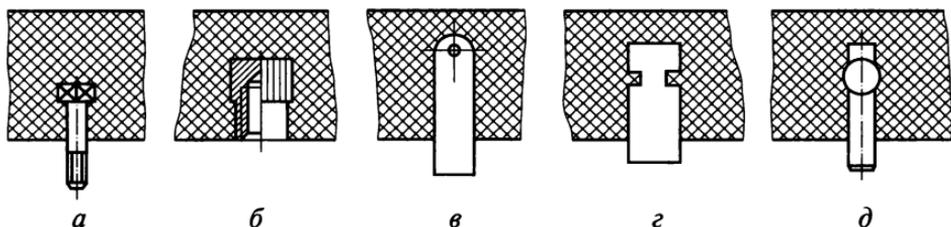


Рис. 3.19

талей выполняют рифления, насечку или плоские грани. Мелкие детали в виде пластинок (клеммы электрических разъемов) закрепляют с помощью вырезов или отверстий (рис. 3.19, в, г). Проволочную арматуру расплющивают (рис. 3.19, д).

3.8. Разъемные соединения деталей

К разъемным соединениям деталей относятся резьбовые, фрикционные с коническими кольцами, клиновые, штифтовые, шпоночные, шлицевые и профильные (бесшпоночные). Разъемные соединения можно неоднократно разбирать и вновь собирать. Рассмотрим наиболее часто встречающиеся в машиностроении разъемные соединения деталей.

Резьбовые соединения. Разъемные соединения, выполненные с помощью резьбовых крепежных деталей — винтов 1 (рис. 3.20, а), болтов 3 и гаек 4 (рис. 3.20, б), шпилек 5 (рис. 3.20, в) или резьбы, нанесенной непосредственно в соединяемой детали б, называются *резьбовыми соединениями*. Резьбовое соединение образуется сопряжением двух деталей по винтовым поверхностям, из которых одна имеет наружную резьбу (болт, шпилька, винт), а другая — внутреннюю (гайка, муфта и другие детали с резьбовыми отверстиями). При сборке и разборке резьбового соединения крепежные винты поворачивают и удерживают от поворота соответствующим инструментом (ключом, отверткой) или непосредственно рукой за головку винта. Винт с гайкой называется *болтом*. Болты применяют: для скрепления деталей не очень большой толщины, пластин, фланцев; при необходимости частого завинчивания и отвинчивания; для скрепления деталей из материалов, не обеспечивающих достаточную надежность и долговечность резьбы. Бол-

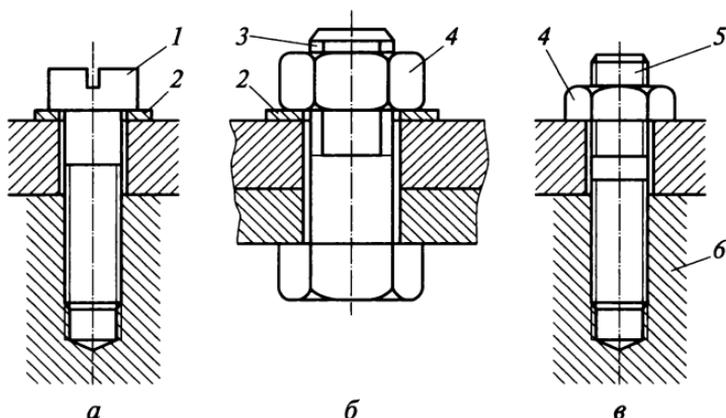


Рис. 3.20

ты не требуют нарезки резьбы в детали, но не всегда удобны при сборке и иногда ухудшают дизайн конструкции.

Винты, ввинчиваемые в одну из соединяемых деталей, применяются в случаях достаточной прочности материала детали и достаточной ее толщины, при отсутствии места для расположения гайки. Если материал соединяемых деталей не обеспечивает достаточной долговечности резьб при требуемых частых разборках и сборках соединений, вместо винтов применяют *шпильки*.

Гайка — это деталь с резьбовым отверстием, навинчиваемая на винт и имеющая форму, приспособленную для захвата гаечным ключом или рукой. В резьбовом соединении под гайку (или под головку винта) ставят шайбу 2 (см. рис. 3.20, а, б), которая перекрывает зазор между стержнем винта и отверстием, создает дополнительное трение на торце гайки.

Несмотря на то, что все крепежные резьбы удовлетворяют условию самоторможения даже без учета дополнительного трения на торце гайки, опыт эксплуатации показывает, что при переменной и ударной нагрузке происходит ослабление резьбы и самоотвинчивание. Поэтому в ответственных конструкциях для предотвращения самоотвинчивания применяют специальные стопорящие шайбы.

Резьба образуется путем нанесения на поверхность деталей винтовых канавок с сечением согласно профилю резьбы. Образованные таким образом выступы носят название *витков*.

Резьбу классифицируют следующим образом:

по виду поверхности, на которой образована резьба, — *цилиндрическая* и *коническая*;

по признаку расположения резьбы — *наружные* и *внутренние*;

по направлению винтового выступа резьбы — *правая* и *левая*;

в зависимости от числа заходов — *однозаходная* (образованная одним выступом резьбы) и *многозаходная* (образованная двумя и более выступами резьбы);

по профилю — *треугольная* (рис. 3.21, а, д), *трапецидальная* (рис. 3.21, б), *упорная* (рис. 3.21, в), *треугольная* для трубной цилиндрической резьбы (рис. 3.21, г) и *прямоугольная* (рис. 3.21, е);

в зависимости от назначения — *крепежная*, *крепежно-уплотняющая*, *для преобразования движений* вращательного в поступательное и наоборот;

по системе размерности — *метрическая* и *дюймовая*.

Впадина профиля резьбы может иметь плоскую или закругленную форму (рис. 3.22), последняя предпочтительней. Метрическую резьбу выполняют с крупным и мелким шагом. Каждому наружному диаметру соответствует только один крупный шаг и несколько мелких шагов. Диаметры и шаги метрической резьбы регламентируются ГОСТ 8724—81 «ОНВ. Резьба метрическая. Диаметры и шаги», а профиль и его размеры — ГОСТ 9150—81 «ОНВ.

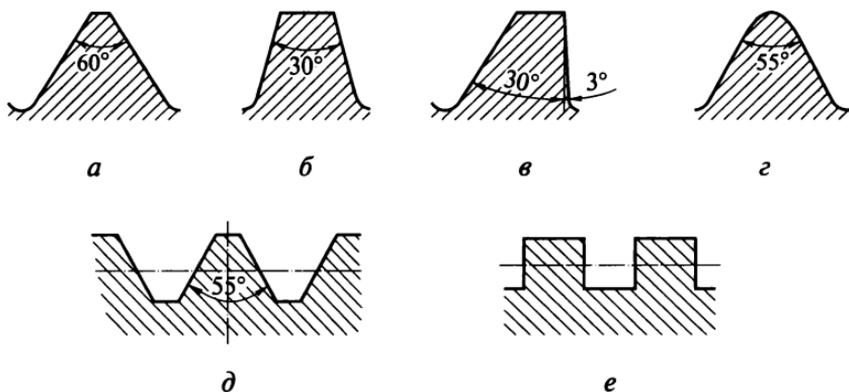


Рис. 3.21

Резьба метрическая. Профиль». Размеры дюймовой резьбы выражаются в дюймах (один дюйм равен 25,4 мм); исходный профиль дюймовой резьбы — треугольник с углом при вершине 55° (см. рис. 3.21, д).

Профиль метрической цилиндрической резьбы (см. рис. 3.22, а) представляет собой равносторонний треугольник высотой H с углом при вершине $\alpha = 60^\circ$. Вершина треугольника срезана по прямой. Профиль резьбы задается в плоскости ее осевого сечения. Основными параметрами резьбы, общими для наружной резьбы (например, болта) и внутренней резьбы (гайки), соответственно являются: d и D — наружные диаметры болта и гайки; d_1 и D_1 — внутренние диаметры болта и гайки; d_2 и D_2 — средние диаметры

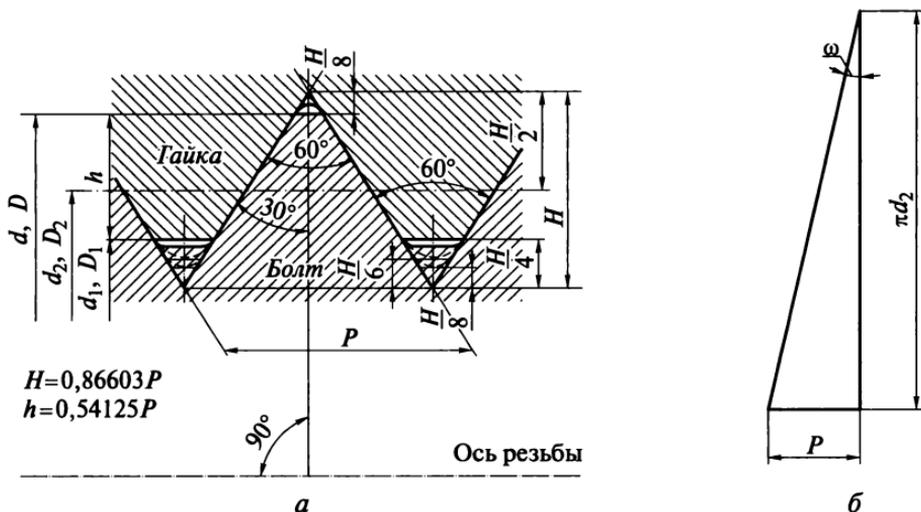


Рис. 3.22

болта и гайки; P — шаг резьбы; α — угол профиля, $\alpha/2$ — угол между боковой стороной профиля и перпендикуляром к оси резьбы; H — теоретическая высота профиля (высота исходного профиля); h — рабочая высота профиля.

При измерении угла профиля обязательно учитывается угол $\alpha/2$, так как при нарезании резьбы ее профиль может быть завален на сторону (с правой стороны угол может быть больше или меньше, чем с левой стороны), а в целом угол профиля α будет равен 60° .

Шаг резьбы P — это расстояние между параллельными сторонами или вершинами двух рядом лежащих витков, измеренное вдоль оси резьбы.

Угол подъема резьбы ω (см. рис. 3.20, б) — угол, образованный направлением выступа резьбы и плоскостью, перпендикулярной оси резьбы; он определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{P}{\pi d_2}.$$

Ход резьбы Ph при однозаходной резьбе равен ее шагу. Если же резьба имеет k заходов, то ход резьбы $Ph = Pk$, т. е. за один оборот гайка переместится в осевом направлении в k раз дальше.

Резьбовые соединения получили большое распространение в машиностроении благодаря ряду достоинств: простоте конструкции; технологичности изготовления; удобству сборки-разборки; возможности применения для регулировки взаимного расположения деталей; возможности механизации с использованием резьбозавертывающего инструмента, что облегчает монотонный труд рабочих-сборщиков и повышает качество сборки; высокой нагрузочной способности. В современных машинах детали, имеющие резьбу, составляют свыше 60 % от общего числа деталей.

Недостатком резьбовых соединений является высокая концентрация напряжений, что снижает прочность при работе конструкции в условиях переменных нагрузок.

Клиновое соединение. Разъемное соединение, затягиваемое или регулируемое с помощью клина, называется клиновым соединением. Типичным примером клинового соединения является соединение типа «ласточкин хвост» (рис. 3.23) каретки 1 с направляющими 2 суппорта металлорежущего станка, в котором зазор регулируется перемещением клина 3 благодаря конусности одной его стороны 1 : 50 или 1 : 100.

В клиновых соединениях применяют почти исключительно односкосные клинья, так как двухскосные являются более сложными в изготовлении, а преимуществ перед односкосными не имеют.

Рабочие поверхности клиньев выполняют цилиндрическими или плоскими с фасками (рис. 3.24). В силовых клиновых соединениях

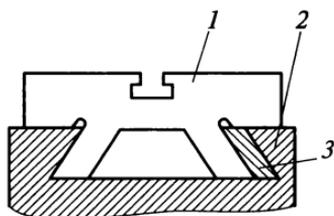


Рис. 3.23

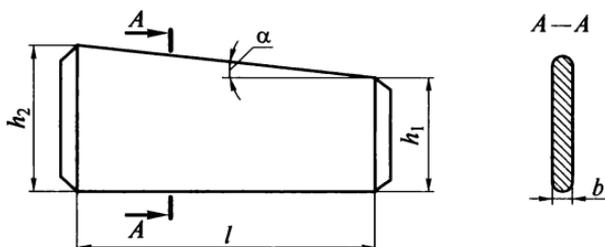


Рис. 3.24

выбирают уклоны 1 : 100, 1 : 40, 1 : 30. Установочные клинья имеют уклоны 1 : 10, 1 : 6, 1 : 4.

Если клин соединяет со втулкой вал диаметром d , то толщина клина (из условия равнопрочности вала на растяжение и на смятие клином) $b = (0,25 \dots 0,30)d$; высота сечения клина $h \leq 2,5b$. Чтобы клин не выдавливался из гнезда, необходимо соблюдать соотношение между углом трения φ и углом наклона α : $\alpha \leq 2\varphi$, причем для односкосного клина

$$\operatorname{tg} \alpha = (h_1 - h_2)/l.$$

Достоинствами клинового соединения являются быстрота сборки и разборки, возможность создания больших сил затяжки и восприятия больших нагрузок, относительная простота конструкции.

По назначению клиновые соединения разделяют на силовые, предназначенные для прочного скрепления деталей, и установочные, предназначенные для установки и регулирования требуемого взаимного положения деталей.

Наиболее характерными областями применения силовых клиновых соединений являются соединения тяг, поршневых штоков с ползунами, половинок маховиков, вала и ступицы (клиновыми шпонками), а также использование в технологических приспособлениях для закрепления деталей при обработке на металлорежущих станках, в сборных литейных моделях.

Типовыми примерами установочных клиновых устройств являются башмаки и клинья для выверки и установки машин, заготовок на столах станков и т. п.

Соединения штифтами. Штифты предназначены в основном для взаимного фиксирования деталей, а также для передачи относительно небольших нагрузок. Применяются и специальные срезающиеся штифты, служащие предохранительным элементом в муфтах.

Штифты разделяют на гладкие, с насеченными или выдавленными канавками, пружинные. По форме штифты бывают цилиндрическими и коническими. Гладкие штифты изготавливают из

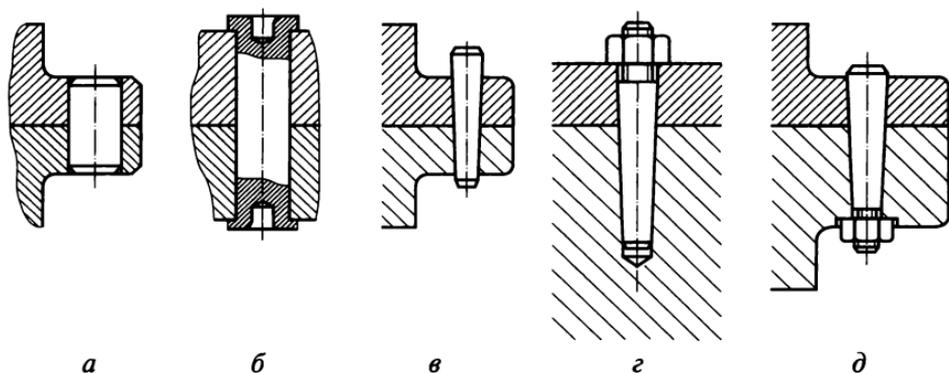


Рис. 3.25

стали 45 и А12, штифты с канавками и пружинные — из пружинной стали.

Цилиндрические штифты ставят в отверстия с натягом (рис. 3.25, *а*); иногда концы штифтов расклепывают (рис. 3.25, *б*). В деталях, которые постоянно подлежат разборке, отверстие в одной детали развертывают, что позволяет разъединять соединение без выколачивания штифтов.

Наибольшее распространение получили гладкие конические штифты, их выполняют с конусностью 1 : 50. Простые штифты, забиваемые в отверстия (рис. 3.25, *в*), используют только для сквозных отверстий, когда с противоположной стороны их можно выбить. Штифты с резьбой для извлечения при разборке (рис. 3.25, *г*) применяются для установки в глухие отверстия. Штифты с резьбой, затягиваемой гайкой (рис. 3.25, *д*), используются в соединениях, подверженных толчкам и ударам, а также в быстровращающихся узлах.

Для передачи нагрузки используют штифты с канавками, что позволяет осуществлять повторные сборки и разборки.

Шпоночные соединения. Соединения деталей, предназначенных для передачи, главным образом, вращательного движения (вала со шкивом или с зубчатым колесом), часто осуществляют посредством шпоночных соединений. Эти соединения применяют в тех случаях, когда к точности центрирования соединяемых деталей не предъявляется особых требований. Соединение шпонками 1 может быть неподвижным (рис. 3.26) или подвижным (рис. 3.27) вдоль оси вала 2. В последнем случае направляющая шпонка 1 притягивается к валу винтами 3. В указанных соединениях применяются призматические шпонки; обычно ставят одну, а при большой напряженности конструкции — две шпонки под углом 120 или 180°.

Недостатком призматических шпонок является трудность обеспечения их взаимозаменяемости, т. е. необходимость ручной пригонки или подбора шпонок в ответственных соединениях, что

ограничивает их применение в крупносерийном и массовом производствах.

Призматические шпонки (простые — см. рис. 3.26 и направляющие — см. рис. 3.27) выполняют прямоугольного сечения; ширину шпонок b выбирают равной $(0,25 \dots 0,30) d$, для самых крупных валов $0,2 d$. Размеры сечений призматических шпонок $b \times h$ и пазов стандартизированы, их выбирают в зависимости от диаметров валов d . Шпонка примерно на половину высоты входит в паз вала и на половину — в паз ступицы колеса.

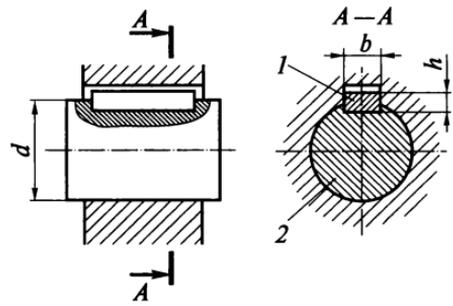


Рис. 3.26

Боковые (рабочие) грани шпонки передают вращение от вала к колесу и обратно.

По форме стандартные шпонки разделяются на призматические, клиновые, сегментные, тангенциальные с прямоугольным поперечным сечением, шестигранные, цилиндрические, торцовые и др.

Сегментные шпонки 1 (рис. 3.28) применяют в связи с технологичностью соединения, не требующего ручной пригонки. Достоинством соединения является также устойчивое положение шпонки в валу 2, что исключает ее перекося и концентрацию давления. При коротких ступицах сегментные шпонки устанавливают по одной, при длинных — по две по длине ступицы.

Сегментные шпонки для вала диаметра d характеризуются двумя основными параметрами: шириной b и диаметром d_1 . Ширину и глубину врезания в ступицу выбирают примерно такими же, как и у призматических шпоночных соединений.

Высоту h выбирают около $0,4 d_1$. Длина шпонок близка к d_1 .

Недостатком сегментных шпонок является необходимость глубокой канавки на валу.

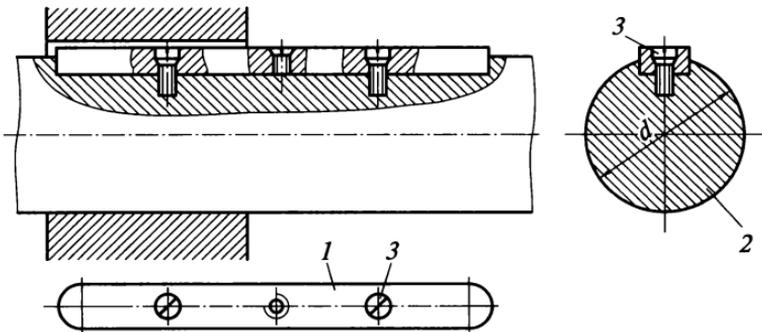


Рис. 3.27

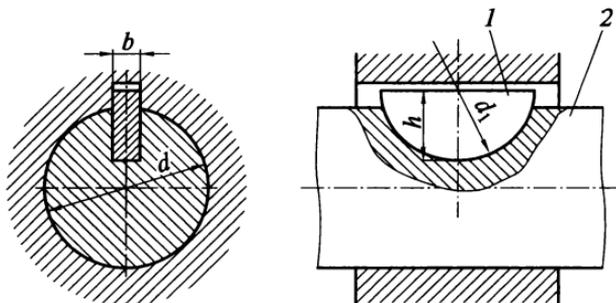


Рис. 3.28

Шестигранные шпонки обладают более высокой несущей способностью, чем обычные четырехгранные, так как их рабочие грани нагружаются более равномерно. Недостатком этих шпонок является наличие большей распорной силы, вызывающей деформирование ступицы и некоторое смещение ее оси.

Цилиндрические шпонки-штифты вставляют в отверстия, которые высверливают параллельно оси вала (половина диаметра в валу, половина — в ступице). Цилиндрические шпонки применяют только при расположении ступицы на конце вала, преимущественно на валах малой длины. Цилиндрические шпонки создают также радиальную распорную силу.

Торцовые призматические шпонки служат для соединения двух тел вращения по торцовой поверхности. Торцовые шпонки применяют при передаче значительных моментов фланцевыми соединениями валов, шпинделей станков с инструментальными головками и т.д. Во избежание появления поперечной нагрузки в соединяемых деталях шпонки применяют по две и располагают под углом 180° .

Клиновые шпонки 1 представляют собой клинья обычно с уклоном $1:100$ (рис. 3.29). В отличие от призматических у клиновых шпонок рабочими являются широкие грани, а по боковым граням имеется зазор. Клиновые шпонки создают напряженное соединение, способное передавать не только крутящий момент, но и осевое усилие. Однако клиновые шпонки вызывают радиальные смещения оси ступицы по отношению к оси вала 2 на величину

радиального посадочного зазора и контактных деформаций, а следовательно, увеличивают биение насаженной детали. При коротких ступицах возможен перекося соединяемых деталей, поэтому область применения клиновых шпонок в настоящее время резко сократилась. В точном машиностро-

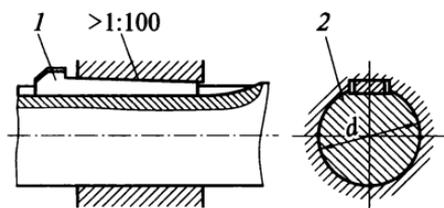


Рис. 3.29

ении их совершенно не используют. Шпонки с головками, удобные при необходимости частой разборки, требуют специальных защитных ограждений.

Достоинством соединений клиновыми шпонками является отсутствие зазоров и поэтому хорошее восприятие ударных нагрузок.

На продольных разрезах все шпонки показывают нерассеченными.

Материалом для шпонок служит чистотянутая сталь с временным сопротивлением разрыву не менее 590 МПа.

Шлицевые соединения. Для более точного центрирования деталей на валах применяют шлицевые соединения. По сравнению со шпоночными соединениями они передают большие крутящие моменты, имеют большую усталостную прочность. На валах делают выступы, а на детали — впадины соответствующих форм и размеров.

Наибольшее распространение получили шлицевые соединения (рис. 3.30) с прямобочным (*а*), эвольвентным (*б*) и треугольным (*в*) профилями зубьев. Шлицевые соединения выполняют с разным числом зубьев (от 6 до 20 — у прямобочных, от 12 до 50 — у эвольвентных).

Шлицевые соединения применяют в качестве неподвижных для постоянного соединения ступицы с валом, неподвижных без нагрузки, например для переключения блока шестерен, и подвижных под нагрузкой.

Как правило, при ограниченных диаметральных габаритных размерах выполняют неподвижные шлицевые соединения треугольного профиля с модулем от 0,2 до 1,5 мм и числом шлицов от 20 до 70.

Прямобочные шлицевые соединения имеют наибольшее распространение в общем машиностроении. Центрирование ступицы на валу осуществляется по боковым граням шлицов, по наружному и внутреннему диаметру.

Центрирование по боковым граням шлицов не обеспечивает точной соосности ступицы и вала, но обеспечивает наиболее рав-

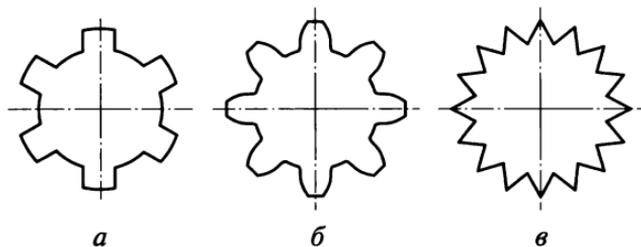


Рис. 3.30

номерное распределение сил между зубьями (шлицами); поэтому его следует применять при передаче больших крутящих моментов, но при отсутствии высоких требований к точности центрирования.

Характерными примерами центрирования по боковым граням могут служить скользящие зубчатые соединения карданных валов в автомобилях. Центрирование по боковым граням можно применять при числе зубьев 10 и внешнем диаметре от 25 до 90 мм включительно.

В конструкциях, требующих точного центрирования по кинематическим или динамическим условиям, применяют центрирование по наружному или внутреннему диаметру. Если ступицу по отверстию термически не обрабатывают или обрабатывают до невысокой твердости, то по технологическим условиям следует применять центрирование по наружному диаметру. Тогда центрирующие поверхности допускают точную и производительную обработку: на ступице — протягиванием, а на валу — круглым шлифованием; 80 % прямобочных зубчатых соединений имеют центрирование по наружному диаметру. Если ступица по отверстию имеет высокую твердость, то применяют центрирование по внутреннему диаметру, обрабатывая центрирующие поверхности вала и втулки шлифованием. По внутреннему диаметру можно обеспечить наиболее высокую точность центрирования.

Соединения эвольвентного профиля (см. рис. 3.28, б) являются весьма перспективными. Профиль очерчивается окружностью выступов, окружностью впадин и эвольвентами, как профили зубьев зубчатых колес. Впадины между зубьями вала могут выполняться с закруглениями. Отличие этого профиля от профиля зубчатых колес заключается в увеличенном угле профиля рейки до 30° (вместо 20°), в уменьшенной высоте зуба до $0,9 \dots 1$ модуля, что связано с отсутствием перекатывания.

Эвольвентный профиль зубчатых соединений имеет следующие достоинства: повышенная прочность и технологичность. Повышенная прочность получается благодаря большому количеству зубьев, утолщению зубьев к основанию и наличию закруглений у основания. Теоретический коэффициент концентрации напряжений при кручении в два раза меньше, чем у прямобочного профиля.

Для обработки шлицевых валов эвольвентного профиля могут быть использованы станки, применяемые для изготовления зубчатых колес. Шлицы в ступицах больших размеров удобно нарезать долбьями на зубодолбежных станках. Шлицы в ступицах малых размеров обрабатывают эвольвентными протяжками, которые очень дорогие. Трудоемкость шлифования эвольвентных шлицев в несколько раз больше, чем прямобочных. Это пока ограничивает применение эвольвентных шлицевых соединений.

3.9. Подшипники скольжения

Подшипники скольжения — это опоры для вращающихся деталей, работающие в условиях относительного скольжения поверхности цапфы по поверхности подшипника, разделенных слоем смазки.

По направлению нагрузок, действующих на подшипники скольжения, последние подразделяют на *радиальные* и *упорные*. Радиальные подшипники воспринимают нагрузки, направленные перпендикулярно к оси вала, а упорные подшипники — осевые нагрузки.

Различают несколько типов подшипников:

гидродинамические подшипники скольжения, в которых слой смазки захватывается поверхностью цапфы в процессе вращения вала. В технической литературе их часто называют просто подшипниками скольжения. По сравнению с другими подшипниками скольжения они используются чаще;

гидростатические подшипники скольжения, в которых масляный слой между трущимися поверхностями создается насосом до начала вращения вала. В таких подшипниках уменьшается влияние погрешности шеек валов и подшипников на точность вращения (до 5—10 раз). Они применяются в опорах тяжелых тихоходных барабанов (шаровых мельниц, вращающихся печей); опорах с минимальным трением испытательных машин и приборов; опорах для механизмов, требующих точных перемещений (поворотных устройств телескопов, делительных столов); опорах шпинделей прецизионных станков. Недостатками гидростатических подшипников являются большие потери мощности на прокручивание вала даже на холостом ходу, а также сложность конструкции подшипника, необходимость сбора масла, вытекающего из опоры;

подшипники с воздушной смазкой. Скорость вращения вала в таких подшипниках практически не ограничивается — опоры с воздушной смазкой работают с малыми потерями и ничтожным нагревом, вязкость смазки почти не меняется от изменения температуры (вязкость воздуха в 100 раз меньше вязкости наименее вязкой из применяемых жидких смазок — керосина). Кроме того, ресурс воздуха не ограничен, не требуется собирать смазку и по трубопроводам отправлять обратно в масляный бак. Для этих подшипников диаметральные зазоры назначают в пределах 10...30 мкм.

Опоры с воздушной смазкой могут быть *аэродинамическими* и *аэростатическими*. В аэродинамических подшипниках воздух может самозасасываться в зазор из атмосферы через торцы подшипников, в аэростатических воздух подается под давлением извне еще до начала вращения, таким образом вал поддерживается воздушной подушкой. По эксплуатационным свойствам эти опоры близки к гидростатическим, но в них возникают

меньшие силы трения. Воздушные опоры используют в прецизионных металлорежущих станках, в электрошпинделях внутришлифовальных станков (с частотой вращения 40 000 ... 300 000 об/мин).

Недостатками воздушных опор являются недопустимость перегрузок, приводящих к сухому трению; высокая трудоемкость изготовления; необходимость поддержания заданного давления в пневмосети, так как при падении давления в аэростатических опорах возникает аварийная ситуация;

электромагнитные бесконтактные опоры, используемые при очень больших скоростях. Потери в таких опорах ничтожны и допустимая скорость обычно определяется прочностью ротора. Недостатком является высокая стоимость изготовления.

Подшипник скольжения состоит из корпуса, вкладышей, поддерживающих вал, а также смазывающих и защитных устройств.

Корпус подшипника может представлять собой отдельную литую или сварную деталь, присоединяемую к машине, или может выполняться как одно целое с неподвижной частью машины или с подвижной ее деталью, например с шатуном. Корпуса подшипников выполняют цельными или разъемными.

Разъемный подшипник (рис. 3.31) состоит из корпуса 2, прикрепляемого к станине 1 болтами 3, крышки подшипника 4 со смазочным устройством 5 и сменных вкладышей (полувтулок) 6. Крышка подшипника соединяется с корпусом болтами 7. Зазор между валом и вкладышами регулируется прокладками, по мере износа вкладышей — подтягиванием болтов 7. Разъемные корпуса облегчают монтаж валов, допускают регулировку зазоров в подшипнике. Такие корпуса применяются в тяжелом машиностроении.

Вкладыши применяют для того, чтобы не выполнять корпуса подшипников из дорогих антифрикционных материалов, а также для облегчения ремонта подшипников после износа. В неразъемных подшипниках вкладыши выполняют в виде втулок, а в разъемных — в виде полувтулок. Вкладыши за весь срок службы изнашиваются на глубину, измеряемую,

как максимум, в десятых долях миллиметра. Однако выполняют вкладыши гораздо большей толщины, так как этого требуют условия прочности. Вкладыши чаще всего выполняют биметаллическими: на стальную (чугунную или бронзовую) основу наплавляется тонкий антифрикционный слой.

В мелкосерийном и индивидуальном производстве наряду с биметаллическими вкладышами

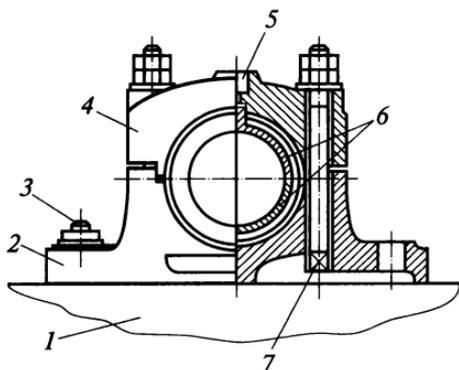


Рис. 3.31

применяют более простые в изготовлении сплошные вкладыши из антифрикционных материалов средней и высокой прочности. Вкладыши из антифрикционных чугунов, текстолита, прессованной древесины обычно изготавливают сплошными.

Толщина литого вкладыша, устанавливаемого в корпусе, $\delta_b = (0,035 \dots 0,05)d + 2,5$, где d — диаметр цапфы, мм. Толщина заливки принимается равной $0,01d$. Уменьшение толщины заливки благоприятно сказывается на повышении усталостной прочности слоя. Например, уменьшение толщины слоя с 2 до 1 мм увеличивает усталостную прочность баббитового слоя в два раза.

Толщина полиамидного вкладыша $\delta_b = (0,04 \dots 0,05)d + 1$, толщина пластмассового покрытия составляет $(0,015 \dots 0,020)d$. В массовом производстве вкладыши штампуют из ленты, на которую нанесен антифрикционный материал. Это приводит к значительной экономии цветных металлов (до 3 — 10 раз), сокращению трудоемкости (до 10 раз) и повышению качества подшипников.

Существуют следующие оптимальные соотношения между длиной вкладыша l и его внутренним диаметром d :

в коротких подшипниках скольжения $l = (0,3 \dots 0,4)d$;

в подшипниках быстроходных поршневых двигателей внутреннего сгорания (авиационных и автомобильных) $l = (0,5 \dots 0,6)d$;

в подшипниках дизелей $l = (0,5 \dots 0,9)d$;

в подшипниках жидкостного трения прокатных станов $l = (0,6 \dots 0,9)d$;

в подшипниках общего машиностроения длина иногда достигает до $1,5d$.

Материалы для подшипников выбирают применительно к работе в паре со стальными цапфами валов. Их подразделяют на следующие группы:

металлические — баббиты, бронзы, сплавы на цинковой основе, сплавы на алюминиевой основе, антифрикционные чугуны; металлокерамические;

неметаллические — пластмассы, древесные пластики, резины и др.

Для гидродинамических подшипников выполняются следующие расчеты.

Расчет по допускаемым давлениям в подшипниках. Как правило, расчет ведут по реакции R на опору, отнесенной к площади проекции цапфы на плоскость, перпендикулярную линии действия реакции:

$$p = \frac{R}{dl} \leq [p].$$

В подшипниках большинства стационарных машин $p = 1 \dots 4$ Н/мм² в зависимости от условий работы и материалов;

в коренных подшипниках двигателей внутреннего сгорания $p = 4 \dots 20 \text{ Н/мм}^2$; в подшипниках валков прокатных станов $p = 15 \dots 50 \text{ Н/мм}^2$. Расчет используется как проверочный, так как диаметр цапфы уже определен конструктивно после расчета вала.

Расчет по произведению давления в подшипнике на скорость скольжения. На теплообразование в подшипниках и их износ влияют как давление p (Н/мм^2), так и скорость v (м/с). Поэтому степень теплообразования, а также износ подшипника оцениваются по параметру pv ($\text{МПа} \cdot \text{м/с}$), который должен быть меньше допустимого:

$$pv \leq [pv].$$

Произведение pv характеризует в некоторой степени теплообразование в подшипнике, а также износ. В подшипниках стационарных машин $pv = 2 \dots 10 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$. В опорах скольжения быстроходных и тяжело нагруженных машин при хорошем охлаждении значение pv может быть значительно выше. В подшипниках автомобильных двигателей $pv = 25 \dots 35 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$, поршневых авиационных двигателей $30 \dots 50$, прокатных станов $40 \dots 200$, паровых турбин $100 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$ и выше.

Пример 3.3.

На рис. 3.32 показан вал червячного редуктора, воспринимающего радиальные нагрузки $R_1 = 9000 \text{ Н}$, $R_2 = 7000 \text{ Н}$ и осевую $F = 3000 \text{ Н}$. Вал вращается с угловой скоростью $\omega = 7,65 \text{ рад/с}$. Цапфы вала имеют одинаковый диаметр $d = 60 \text{ мм}$, а $d_1 = 65 \text{ мм}$. Вкладыши выполнены в виде втулок из бронзы БрО6Ц6С3. Определить длину вкладышей l и диаметр D торцевой части вкладыша, воспринимающей осевую нагрузку.

Решение.

1. В соответствии с рекомендациями для механизма стационарной машины принимаем $[p] = 3 \text{ Н/мм}^2$.

2. Расчет по допустимому давлению проводим для левой опоры, так как она испытывает большую нагрузку, чем правая. Из зависимости

ти $\frac{R_1}{dl} \leq [p]$ определяем длину вкладыша:

$$l \geq \frac{R_1}{[p]d} = \frac{9000}{3 \cdot 60} = 50 \text{ мм}.$$

3. Проверяем пару цапфа — вкладыш на условие $pv \leq [pv]$. Вначале определим окружную скорость

$$v = \frac{\omega d}{2} = 7,65 \cdot \frac{60}{2} = 230 \text{ мм/с} =$$

$$= 0,23 \text{ м/с}.$$

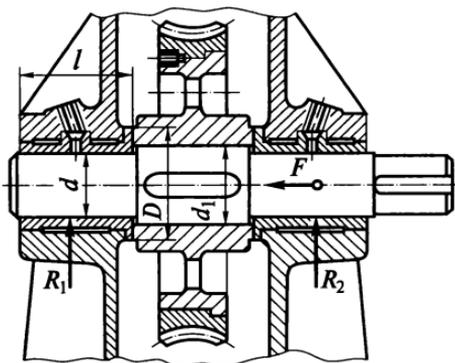


Рис. 3.32

Критерий $p_v = 3 \cdot 0,23 = 0,69 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$. Допускаемое значение этого критерия для стационарных машин находится в пределах $2 \dots 10 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$, что значительно выше фактического.

4. Из условия износостойкости торцевой части вкладыша фактическое давление на его торец

$$p_1 = \frac{F}{\pi(D^2 - d_1^2)/4}$$

должно быть меньше допускаемого, следовательно,

$$\frac{F}{\pi(D^2 - d_1^2)/4} \leq [p].$$

Из этого условия определим диаметр

$$D \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[p]}} + d_1^2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 3000}{\pi \cdot 3}} + 65^2 = 74,15 \text{ мм}.$$

Принимаем $D = 75 \text{ мм}$.

5. Проверяем на нагрев торцевую часть вкладыша при линейной скорости, соответствующей среднему диаметру опорной поверхности:

$$v_{\text{ср}} = \omega(D + d_1)/4 = 7,65(75 + 65)/4 = 267 \text{ мм/с} = 0,276 \text{ м/с}.$$

При этом критерий $p_1 v_{\text{ср}} = 3 \cdot 0,267 = 0,801 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с})$, что значительно ниже допускаемого

$$[p_v] = 2 \dots 10 \text{ Н} \cdot \text{м}/(\text{мм}^2 \cdot \text{с}).$$

Опоры скольжения вертикально расположенных валов называются *подпятниками* (рис. 3.33). В корпусе 2 подпятника размещается бронзовая или стальная линза 3, которая по мере износа заменяется новой. В ряде случаев в зависимости от вида смазки вкладыши изготавливают из дерева, текстолита, винипласта, резины и др. Втулка 1 воспринимает радиальные нагрузки. Корпус подпятника выполняют из серого чугуна или стального литья.

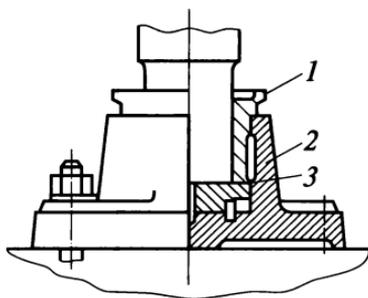


Рис. 3.33

3.10. Подшипники качения

Подшипники качения — это опоры вращающихся деталей, использующие элементы качения (шарики или ролики). Они состоят (рис. 3.34, а) из внутреннего 1 и наружного 2 колец, тел качения 3 и сепаратора 4, разделяющего и направляющего тела каче-

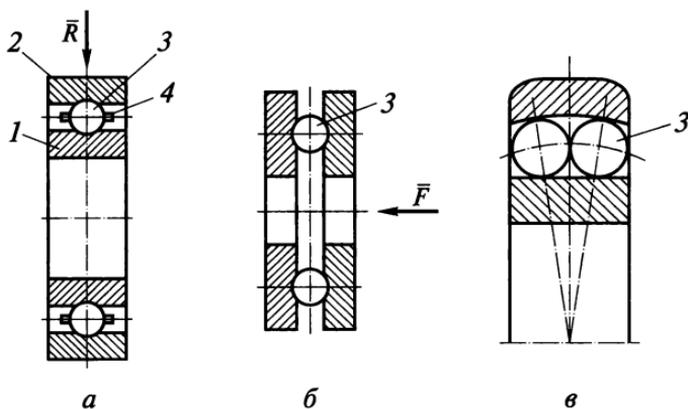


Рис. 3.34

ния. По числу тел качения подшипники могут быть *однорядные* (см. рис. 3.34, а), *двухрядные* (рис. 3.34, в) и *многорядные*.

По характеру воспринимаемых нагрузок подшипники качения делятся на *радиальные* (см. рис. 3.34, а), воспринимающие радиальные нагрузки; *упорные* (рис. 3.34, б), воспринимающие только осевые нагрузки, и *радиально-упорные*, воспринимающие радиальные и осевые нагрузки.

По форме тел качения подшипники разделяют на *шариковые* (см. рис. 3.34) и *роликовые*. В роликоподшипниках тела качения могут иметь форму коротких цилиндрических роликов (рис. 3.35, а), длинных цилиндрических роликов (рис. 3.35, б), конических роликов (рис. 3.35, в), бочкообразных роликов (рис. 3.35, г), игольчатых (рис. 3.35, д) и витых роликов.

Шарикоподшипники более быстроходны, а роликоподшипники имеют большую грузоподъемность. Цилиндрические роликоподшипники, близкие по быстроходности к шариковым, плохо воспринимают осевые нагрузки. Конические роликоподшипники, обладающие одинаково высокой радиальной и осевой грузоподъемностью, допускают менее высокие частоты вращения.

Все виды подшипников стандартизированы и в зависимости от размеров, действующих на них нагрузок и долговечности объединены в серии: *легкие*, *средние* и *тяжелые* подшипники.

Расчет на долговечность. Подшипники качения теряют работоспособность из-за усталостного разрушения поверхност-

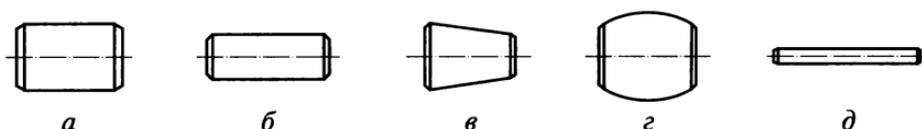


Рис. 3.35

ных слоев дорожек качения и тел качения. Поэтому они рассчитываются на долговечность работы. На основе многочисленных экспериментов была установлена зависимость между нагрузкой Q и ресурсом (суммарным числом L_{10} оборотов до появления признаков усталости):

$$\left(\frac{C_r}{Q}\right)^\alpha = L_{10}.$$

Здесь C_r — базовая динамическая радиальная расчетная грузоподъемность, которую подшипник может выдержать в течение 10^6 оборотов; α — показатель степени, для шарикоподшипников $\alpha = 3$, для роликоподшипников $\alpha = 3,33$.

Поскольку подшипники качения подвергаются совместному действию радиальной и осевой нагрузок, то вместо Q подставляют приведенную нагрузку, которая для различных типов подшипников вычисляется по-разному.

Подшипники качения в настоящее время являются основным видом опор в машиностроении. Они обладают рядом преимуществ. Во-первых, это централизованно изготавливаемый узел, наиболее стандартизованный в международном масштабе. В силу этого подшипники качения дешевле, чем подшипники скольжения. Во-вторых, подшипники качения в отличие от подшипников скольжения хорошо работают при изменении нагрузок, при различных частотах вращения и реверсах. В-третьих, у подшипников качения меньше, чем у подшипников скольжения, пусковые моменты, так как меньше моменты сил трения, а следовательно, и меньшее тепловыделение. Далее, поскольку подшипники качения обычно смазывают густой смазкой, то имеет место меньший расход смазочного материала по сравнению с подшипниками скольжения. Для подшипников качения не предъявляются особые требования к материалу и термообработке цапф валов.

К недостаткам подшипников качения относятся ограниченный срок службы; переменная жесткость, вызывающая возникновение параметрических колебаний; большие диаметральные размеры; меньшая, чем у подшипников скольжения, способность демпфирования колебаний.

3.11. Муфты

Назначение муфт — соединять отдельные валы и передавать при этом крутящий момент. Такие муфты называются *приводными*. Кроме них в машиностроении существуют муфты для соединения труб, тяг и других деталей (в этом учебнике не рассматриваются).

В Приложении 5 представлены условные обозначения нерасцепляемых, управляемых и автоматически действующих муфт.

Нерасцепляемые (неуправляемые) муфты. Такие муфты используют в случае, когда валы по условиям технологии изготовления и сборки приходится делать составными, причем составной вал должен работать как целый. К этой категории относятся глухие, упругие и компенсирующие муфты. *Глухие муфты 2* (рис. 3.36) соединяют соосные валы *1* и *3*. *Упругие муфты* смягчают ударные нагрузки, а также компенсируют некоторую неточность взаимного положения валов. Примером гибкой муфты является сильфонная муфта *2* (рис. 3.37), которая используется для соединения вала высокомоментного электродвигателя *3* станка с ЧПУ модели ИР 500 Ф4 с ходовым винтом качения *1*; она компенсирует некоторые перекосы и несоосность осей вала электродвигателя и опоры шарикового винта. В то же время возможность увеличения жесткости соединения вал двигателя — ходовой винт исключает даже небольшой относительный поворот соединяемых валов, и они работают как единое целое. *Компенсирующие муфты* предназначены для соединения валов с неточно соединенными осями; эти муфты должны компенсировать радиальные, осевые и угловые смещения валов.

Управляемые, или сцепляемые, муфты. Эти муфты применяют в машинах или их отдельных узлах, в которых необходимо осуществлять частые остановки и пуски, например в металлорежущих станках и автомобилях. Сцепляемые муфты могут быть механическими, электрическими, гидравлическими и пневматическими. К *механическим сцепляемым муфтам* относятся кулачковые (или зубчатые) и фрикционные. При соединении двух валов требуется их точное центрирование. При использовании кулачковых муфт для достижения этой цели применяют центрирующее кольцо. Чаще всего эти муфты применяют для соединения вала со свободно сидящей на нем шестерней; в этом случае обе полумуфты находятся на одном валу и центрирование соединяемых деталей обеспечено. Иногда полумуфту заменяют кулачками на торце шестерни или другой соединяемой с валом детали. Для кулачковых муфт характерны отсутствие проскальзывания и малые габаритные размеры. Недостатком является невозможность включе-

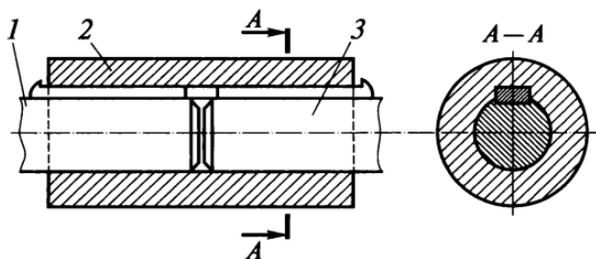


Рис. 3.36

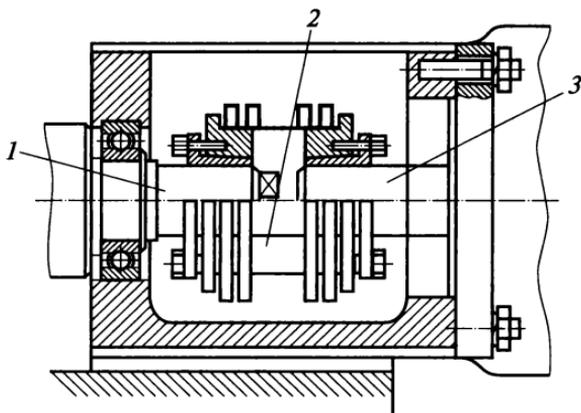


Рис. 3.37

ния на быстром ходу — возникает удар даже при включении на тихом ходу со скоростями менее 1 м/с.

Фрикционные сцепляемые муфты передают крутящий момент силами трения, обеспечивая плавное соединение ведущего звена с неподвижным валом. Это позволяет избежать динамических нагрузок и шума при пуске, а в транспортных машинах — неприятных для человека больших ускорений. Кроме того, фрикционные муфты могут служить предохранительным устройством. По форме рабочих поверхностей фрикционные муфты разделяются на дисковые, конусные и цилиндрические (с раздвижными колодками).

Сцепляемые муфты электрические, гидравлические и пневматические — это те же фрикционные муфты, но управляемые не через рычажные системы, а с помощью электрической энергии, гидравлики или пневматики.

На рис. 3.38 изображена электрическая управляемая муфта. Однако у этой муфты другое функциональное назначение — останавливать вращение, т. е. она выполняет роль тормоза. При включении электричества неподвижный пакет магнитопроводящих дисков 1 затормаживает пакет 2, скрепленный с зубчатым колесом 3, и оно останавливается.

Автоматические (самодействующие) муфты. Эти муфты срабатывают в определенных условиях без вмешательства человека. К ним относятся обгонные, центробежные и предохранительные муфты. *Обгонные муфты* передают момент

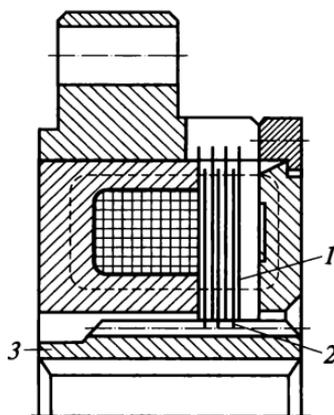


Рис. 3.38

в одном направлении и допускают свободное относительное вращение в противоположном. Поэтому их называют муфтами свободного хода. Термин «обгонная муфта» возник в связи с тем, что они допускают обгон ведущего вала ведомым, если последний получает более быстрое вращение от другой кинематической цепи. *Центробежные муфты* служат для автоматического соединения (или разъединения) валов при достижении ведущим валом заданной частоты вращения. Эти муфты являются самоуправляющимися по скорости. *Предохранительные муфты* выполняют функцию предохранительного звена при перегрузке механизмов.

По принципу работы механические предохранительные муфты делятся на муфты с разрушающим элементом, пружинно-кулачковые, фрикционные.

Предохранительные муфты с разрушающимся элементом применяют при возможности возникновения больших перегрузок. Недостатком этих муфт является необходимость замены разрушающихся элементов после срабатывания муфты. Из муфт этого типа в основном применяют муфты со срезными штифтами 1 (рис. 3.39). Штифты обычно изготавливают из среднеуглеродистой стали (улучшенной или закаленной). В предполагаемом месте разрушения на штифтах делают выточку, которая повышает точность срабатывания, облегчает извлечение штифтов после их разрушения, а также уменьшает опасность повреждения торцевой поверхности муфт. Штифты необходимо устанавливать во втулки, закаленные до высокой твердости, чтобы избежать повреждения их поверхностей. Располагают штифты в удобном для замены месте.

Пружинно-кулачковые предохранительные муфты широко применяют при небольших скоростях и передаваемых крутящих моментах. Они обеспечивают высокую точность срабатывания, так как упругие свойства пружин достаточно ста-

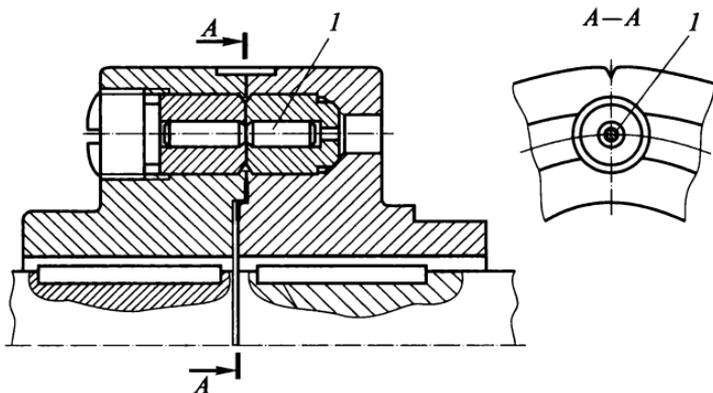


Рис. 3.39

бильны. При высоких скоростях эти муфты не используют. В пружинно-кулачковых муфтах кулачки могут быть заменены шариками *1* (рис. 3.40). Такие пружинно-шариковые муфты имеют преимущества: они более технологичны, имеют меньший износ и на каждый шарик в конструкции можно поставить отдельную пружину *2*, что повышает равномерность нагрузки. Такие муфты получили широкое распространение среди пружинно-кулачковых муфт.

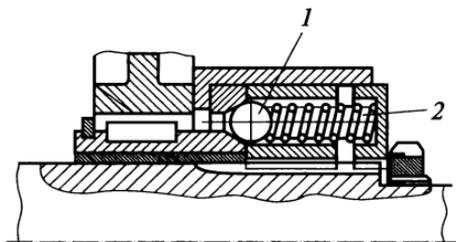


Рис. 3.40

Фрикционные предохранительные муфты применяют при частых кратковременных перегрузках в основном ударного типа. Их выполняют дисковыми или конусными; по конструкции они аналогичны фрикционным муфтам, отличаются лишь отсутствием механизма управления.

3.12. Фрикционные передачи

Механическими передачами или просто *передачами* называют механизмы, служащие для передачи механической энергии на расстояние, как правило, с изменением скоростей и моментов, а иногда и с преобразованием видов и законов движения.

В машиностроении широко применяются различные передачи. В таких машинах, как автомобиль или металлорежущий станок, имеется по несколько десятков зубчатых передач, а мировой выпуск зубчатых колес исчисляется миллионами штук в день.

По принципу работы передачи делятся:

на передачи трением с непосредственным контактом тел качения (фрикционные) и с гибкой связью (ременные);

передачи зацеплением с непосредственным контактом (зубчатые и червячные) и с гибкой связью (цепные).

Наряду с механическими передачами широко применяют гидравлические, пневматические и электрические передачи. Здесь будут рассмотрены только механические передачи.

Фрикционные передачи — это передачи, в которых движение от ведущего тела к ведомому передается силами трения. На рис. 3.41 показана простейшая фрикционная передача. Ведущий диск *1* поджимается силой Q к торцовой поверхности диска *2*. При вращении диска *1* в точке *M* возникает сила трения $F_{тр} = fQ$, которая приводит во вращение ведомый диск *2*. Можно определить, с какой угловой скоростью будет вращаться ведомый диск. Известно, что передаточное отношение определяется отношением

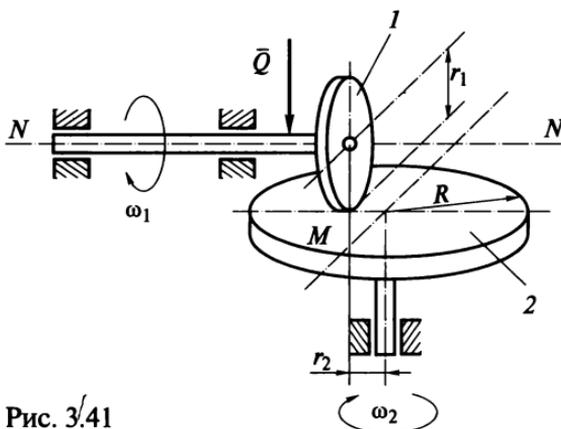


Рис. 3.41

угловых скоростей ведомого звена к ведущему. Для данной передачи оно определится так:

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{v_M}{r_2} : \frac{v_M}{r_1} = \frac{r_1}{r_2}, \text{ т. е. } i = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_{\text{вщ}}}{r_{\text{вд}}}.$$

Здесь ω_1, ω_2 — угловые скорости ведущего и ведомого диска, v_M — скорость точки M , $r_1 = r_{\text{вщ}}$ и $r_2 = r_{\text{вд}}$ — расстояние до точки M от центра ведущего и ведомого диска соответственно.

Следовательно, угловая скорость ведомого звена

$$\omega_2 = i\omega_1 = \omega_1 \frac{r_1}{r_2}.$$

Если диску 1 сообщить поступательное перемещение вдоль оси $N-N$, то у ведомого диска 2 будет бесступенчато меняться угловая скорость, так как радиус r_2 может изменять свое значение от 0 до R .

Такие фрикционные передачи, которые позволяют бесступенчато изменять частоту вращения ведомого звена, называются *вариаторами*.

Диапазон регулирования частот вращения $D = n_{\text{max}}/n_{\text{min}} = 3 \dots 4$ — у лобовых вариаторов; $D = 8 \dots 10$ — у торовых и конусно-шквивных.

К достоинствам фрикционных передач относятся простота изготовления; бесступенчатость регулирования скорости; возможность изменения скорости ведомого звена без остановки ведущего, что очень важно в приводах металлорежущих станков; низкая стоимость изготовления в силу простоты конструкции.

Недостатками таких передач являются невозможность (в отличие от зубчатых зацеплений) получения точных передаточных отношений; повышенный износ; необходимость специальных нажимных устройств (этого не требуется зубчатым передачам); большие нагрузки на подшипники. В силу указанных недостатков применение вариаторов в машиностроении ограничено. Они исполь-

зуются в винтовых прессах, приборах, приводах главного движения некоторых станков (например, мод.1810 — токарно-затылочный станок).

3.13. Ременные передачи

Ременная передача (рис. 3.42, а, б) широко применяется для передачи движения между удаленными друг от друга валами. Она осуществляется посредством шкивов 2, закрепленных на валах, и надетых на эти шкивы одного плоского 1 либо нескольких клиновидных ремней 3. Первая называется *плоско-ременной*, а вторая — *клиноременной передачей*.

Достоинствами ременных передач являются возможность осуществлять передачу на значительные расстояния; эластичность привода, смягчающая колебания и нагрузки и предохраняющая от значительных перегрузок за счет проскальзывания; плавность хода и бесшумность работы; сравнительная простота ухода и обслуживания.

К недостаткам ременных передач относятся большие габаритные размеры (особенно при больших мощностях); непостоянство передаточного отношения (из-за проскальзывания ремня на шкивах), большое давление на валы и опоры; неприменимость во взрывоопасных помещениях из-за электризации ремней; невысокий КПД.

Наибольшее распространение ременные передачи получили при мощностях от 0,7 до 50 кВт, значительно реже они применяются

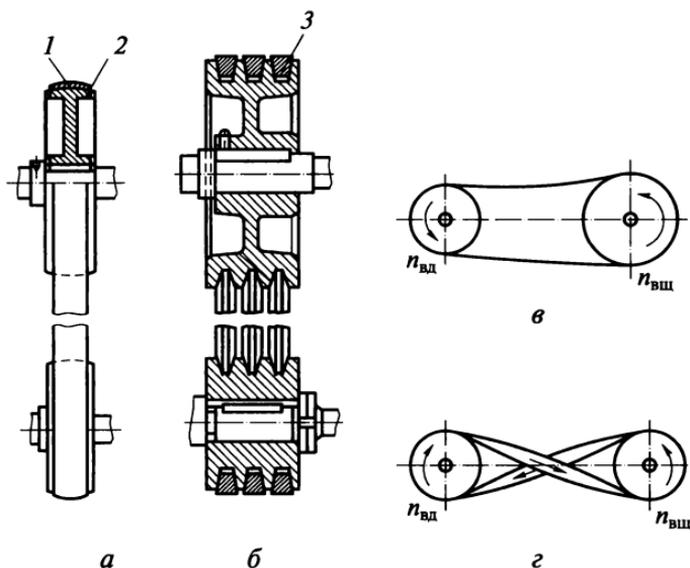


Рис. 3.42

при мощностях до 70 кВт и лишь в отдельных случаях ременные передачи применяются при мощности до 200 кВт.

Плоско- и клиноременные передачи работают при скоростях $v = 5 \dots 25$ м/с, в редких случаях — до 30 м/с. При скоростях до 5 м/с ременные передачи использовать неэкономично из-за громоздких размеров.

Плоские ремни изготавливают из кожи, хлопчатобумажных и прорезиненных тканей. Для создания замкнутой гибкой связи их сшивают. Клиновые ремни изготавливают замкнутыми (цельными определенной длины). Такие ремни обеспечивают хороший контакт с канавками шкива и плавную безударную работу передачи.

Передача усилий обеспечивается только при нормально натянутых ремнях. Для этого ремни периодически перешивают или устанавливают специальные устройства, которые регулируют натяжение ремней.

Плоскоременная передача бывает открытая (рис. 3.40, *в*), при которой направление вращения ведомого вала совпадает с направлением вращения ведущего шкива, и перекрестная (рис. 3.40, *г*), изменяющая направление вращения ведомого вала на обратное. На продольно-строгальных станках некоторых типов применяют открытую и перекрестную ременные передачи.

Вследствие неизбежного скольжения окружная скорость на ведомом валу v_2 меньше скорости v_1 на ведущем валу: $v_2 = (1 - \xi)v_1$.

Отсюда передаточное отношение

$$i = \frac{n_{\text{вд}}}{n_{\text{вщ}}} = \frac{\omega_{\text{вд}}}{\omega_{\text{вщ}}} = \frac{(1 - \xi)v_1 \cdot 2}{d_2} : \frac{v_1 \cdot 2}{d_1} = \frac{(1 - \xi)d_1}{d_2}, \text{ т. е. } i = \frac{d_1}{d_2} (1 - \xi),$$

где d_1 и d_2 — диаметры ведущего и ведомого вала соответственно; ξ — коэффициент скольжения.

В справочниках приведены следующие значения коэффициента скольжения ξ : прорезиненные, текстильные и синтетические ремни — 0,01; кожаные ремни — 0,015; кордтканевые клиновые ремни — 0,2; кордшнуровые клиновые ремни — 0,01.

3.14. Зубчатые передачи

Общие сведения. Зубчатая передача является механизмом, который с помощью зубчатого зацепления передает или преобразует движение с изменением угловых скоростей и моментов.

Здесь будут рассмотрены зубчатые передачи, составленные из цилиндрических (рис. 3.43, *а, в, г*) и конических (рис. 3.43, *б*) зубчатых колес. Зубчатые передачи, в которых преобразуется вращательное движение в поступательное и наоборот, будут рассмотрены в подразд. 3.19.

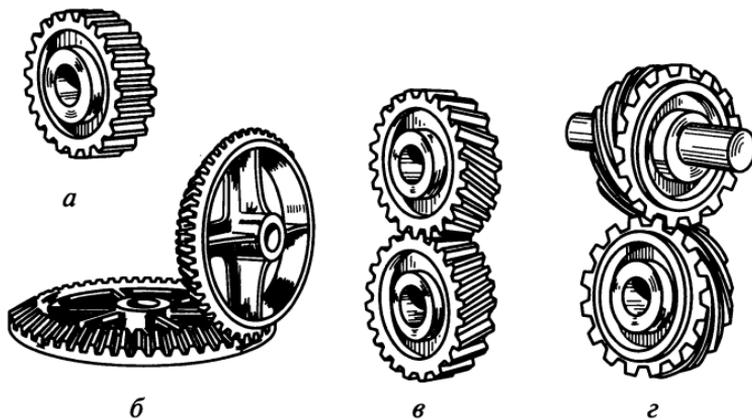


Рис. 3.43

Для передачи вращения между параллельными валами используют цилиндрические зубчатые колеса (см. рис. 3.43, в). Для преобразования и передачи вращения между валами с пересекающимися осями используют конические зубчатые колеса (см. рис. 3.43, б), а между перекрещивающимися осями — зубчатовинтовые (см. рис. 3.43, г).

По сравнению с другими передачами зубчатые передачи имеют существенные преимущества: малые габаритные размеры, надежность в работе, долговечность, высокий КПД, постоянное передаточное отношение, большой передаваемый крутящий момент, широкий диапазон скоростей и моментов.

К недостаткам можно отнести шум, ступенчатость регулирования скоростей, невозможность переключать скорости на ходу.

Основные элементы зубчатого колеса. Основным кинематическим условием, которому должен удовлетворять профиль зубьев, является постоянство мгновенного передаточного отношения. Профиль зубьев должен обеспечивать малые скорости скольжения, чтобы передача имела высокие КПД, прочность и долговечность. Профиль должен быть легок в изготовлении (нарезание одним инструментом независимо от числа зубьев). Этим всем условиям удовлетворяет *эвольвентное зацепление*, которое широко применяется в машиностроении. Элементы эвольвентных зубчатых колес стандартизованы. За основной параметр принят *модуль зубьев m* — величина, пропорциональная шагу P по делительному цилиндру:

$$m = P/\pi.$$

Для косозубых колес рассматривают окружные шаги P_t и нормальные P_n :

$$P_n = P_t \cos \beta,$$

где β — угол наклона зубьев по делительному цилиндру.

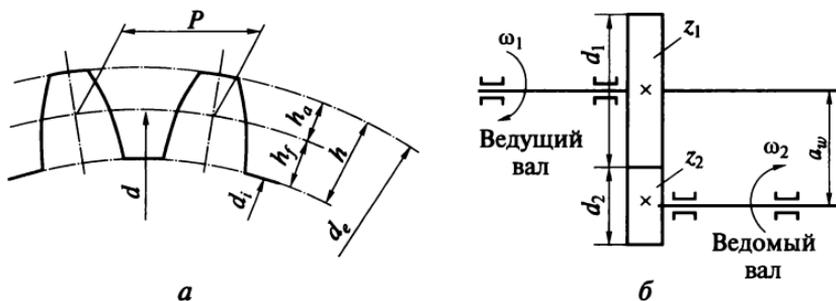


Рис. 3.44

Для прямозубых колес $\beta = 0$; следовательно, $P_n = P_t = P$. Измеряется шаг по делительной окружности (рис. 3.44, а) и определяется делением ее длины на число зубьев z :

$$P = \pi d / z.$$

Зная, что $m = P/\pi$, можно выразить диаметр делительной окружности через модуль зубьев:

$$d = mz.$$

Высота зуба h складывается из головки $h_a = m$ и ножки $h_f = 1,25m$:

$$h = h_a + h_f = 2,25m.$$

Учитывая эти зависимости, запишем выражения для диаметров окружности вершин

$$d_e = m(z + 2)$$

и впадин

$$d_i = (z - 2,5)m.$$

Расстояние между центрами двух зубчатых колес (рис. 3.44, б), находящихся в зацеплении, определится следующим образом:

$$a_w = \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} = \frac{m_1 z_1}{2} + \frac{m_2 z_2}{2} = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2),$$

где z_1 и z_2 — числа зубьев этих колес; $m_1 = m_2 = m$, так как в зацеплении могут быть зубчатые колеса только одного модуля.

Передаточное отношение найдем из условия отсутствия проскальзывания в точке контакта профилей зубьев, т.е. равенства окружных скоростей $v_1 = v_2$. Пусть угловая скорость ведущего зубчатого колеса будет ω_1 , а ведомого ω_2 .

Тогда $v_1 = \omega_1 \frac{d_1}{2} = \frac{\omega_1 m_1 z_1}{2}$; $v_2 = \omega_2 \frac{d_2}{2} = \frac{\omega_2 m_2 z_2}{2}$. Учитывая, что

$m_1 = m_2 = m$, получим $\frac{\omega_1 m z_1}{2} = \frac{\omega_2 m z_2}{2}$ или $\omega_1 z_1 = \omega_2 z_2$. Отсюда передаточное отношение

$$i = \frac{\omega_{\text{вд}}}{\omega_{\text{вщ}}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2},$$

т. е. передаточное отношение зубчатой передачи равно отношению чисел зубьев ведущего зубчатого колеса к числу зубьев ведомого.

Конические прямозубые передачи. Конические зубчатые колеса применяют в передачах между валами, оси которых расположены под углом. Основное применение имеют передачи с осями, пересекающимися под углом 90° . Прямозубые конические колеса применяют при невысоких окружных скоростях (до $2 \dots 3$ м/с). При более высоких скоростях применяют конические колеса с круговым зубом.

Основные размеры конических колес с прямым зубом при межосевом угле 90° (рис. 3.45) приведены в табл. 3.5.

Материалы для изготовления зубчатых колес. Для тихоходных передач, преимущественно крупногабаритных и открытых, применяют чугуны. Они относительно хорошо сопротивляются заеда-

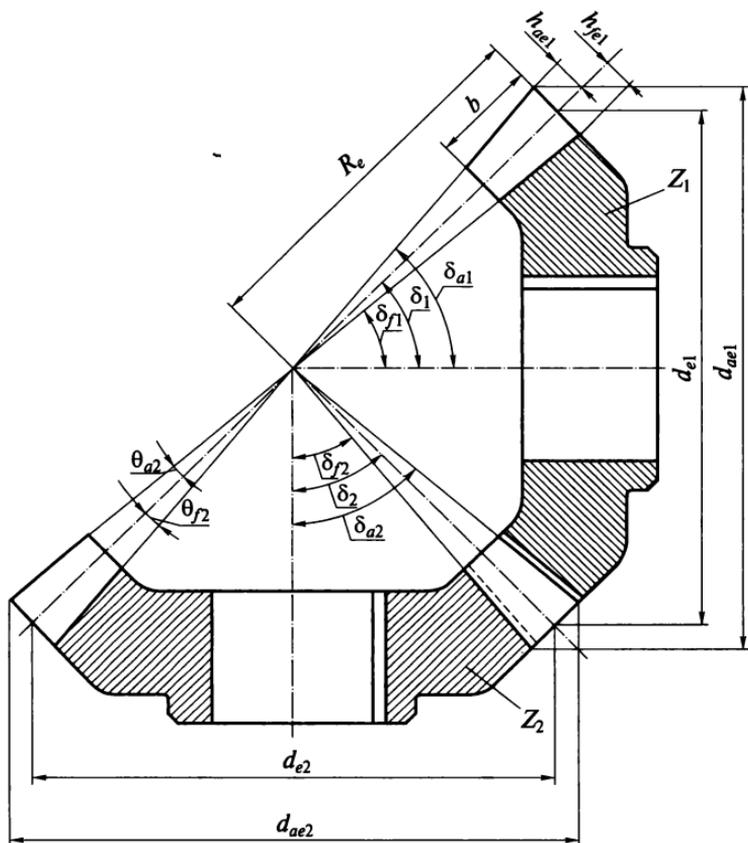


Рис. 3.45

**Основные размеры конических колес с прямым зубом
при межосевом угле 90° для $m_e > 1$ мм**

| Параметры зацепления | Формулы |
|--|---|
| Внешний окружной модуль | m_e |
| Число зубьев плоского производящего колеса | $z_c = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$ |
| Внешнее конусное расстояние | $R_e = 0,5m_e z_c$ |
| Наибольшая высота зубьев (у торца) | $h_e = 2,2m_e$ |
| Наибольшая высота головки зубьев (у торца) | $h_{ae1} = m_e; h_{ae2} = m_e$ |
| Наибольшая высота ножки зубьев (у торца) | $h_{fe1} = h_e - h_{ae1}; h_{fe2} = h_e - h_{ae2}$ |
| Угол ножки зуба | $\text{tg } \theta_{f1} = h_{fe1}/R_e; \text{tg } \theta_{f2} = h_{fe2}/R_e$ |
| Угол делительного конуса | $\text{tg } \delta_1 = z_1/z_2; \delta_2 = 90 - \delta_1$ |
| Угол конуса вершин | $\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}; \delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}$ |
| Угол конуса впадин | $\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1};$ $\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}$ |
| Внешние делительные диаметры | $d_{e1} = m_e z_1;$ $d_{e2} = m_e z_2$ |
| Диаметры вершин зубьев | $d_{ae1} = d_{e1} + 2h_{ae1} \cos \delta_1;$ $d_{ae2} = d_{e2} + 2h_{ae2} \cos \delta_2$ |

ниям, поэтому могут работать при скудной смазке. Применяются чугуны СЧ21, СЧ24, модифицированные чугуны СЧ30 и СЧ35, а также высокопрочные чугуны.

Для больших диаметров используют стальное литье (стали 35... 50) и литейные марганцовистые и низколегированные стали 40ХЛ, 30ХГСЛ, 50Г2.

В слабонагруженных передачах применяют пластмассовые зубчатые колеса в паре с металлическими. Такие колеса бесшумны в работе, химически стойкие, обеспечивают самосмазываемость. Их изготавливают из текстолита, древесно-слоистых пластиков, капрона, капролона, полиформальдегида. Из существующих марок текстолита следует рекомендовать марки ПТ и ПТК; из древесно-слоистых пластиков — ДСП-Г со звездообразным расположением шпона (волокна каждого слоя шпона смещены на $25 \dots 30^\circ$). Зубчатые колеса из капрона Б при чистой смазке после некоторого времени работы перестают изнашиваться. Капролон и полиформальдегид в настоящее время являются наиболее перспективными материалами для зубчатых колес.

Для средненагруженных колес, особенно в станкостроении, используются стали 40Х, 40ХН с поверхностной закалкой токами высокой частоты.

В массовом и крупносерийном производстве применяют зубчатые колеса высокой твердости, которые подвергают отделочным операциям после термической обработки.

Ранее основным видом термической обработки являлась объемная закалка. Колеса изготавливали из сталей марки типа 40Х, а в более ответственных случаях — из сталей марок 40ХН, 40ХН2МА и др. Однако объемная закалка не сохраняет вязкую сердцевину при высокой твердости поверхности (обычно 45...55 НRC). Поэтому в настоящее время объемная закалка уступает место поверхностным термическим и химико-термическим методам упрочнения (более подробно это будет рассмотрено в разд. 4).

Для ответственных зубчатых колес, в частности работающих с перегрузками и ударными нагрузками, рекомендуется применять хромоникелевые стали марок 12ХН3А, 18Х2Н4МА, 20Х2Н4А и безникелевые стали 18ХГТ, 25ХГТ и 15ХФ с последующей цементацией и закалкой.

3.15. Червячные передачи

Червячная передача (рис. 3.46) состоит из *червяка 1*, т. е. винта с трапецеидальной резьбой, и *зубчатого (червячного) колеса 2*. Основные элементы червячного колеса такие же, как у цилиндрического зубчатого колеса. Отличие состоит в том, что у червячного колеса начальный контакт происходит не в точке, а по линии. Зубья червячных колес имеют дуговую форму, получаемую в результате огибания витков червяка. Ось червячного колеса перпендикулярна оси червяка, поэтому червячные передачи имеют характерные черты зубчатых и винтовых передач.

Изобретение червячных передач приписывают Архимеду.

Червячная передача дает возможность получать очень малые передаточные отношения, например 1 : 400, 1 : 500, а в приводах столов большого диаметра тяжелых станков встречаются 1 : 1000.

Передаточное отношение червячной передачи определяется по формуле

$$i = \frac{k}{z},$$

где k — число заходов червяка, z — число зубьев червячного колеса.

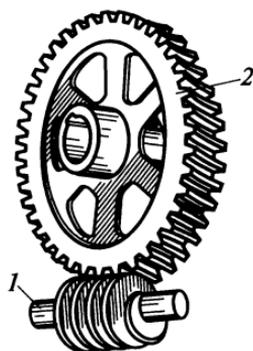


Рис. 3.46

Достоинствами червячной передачи являются компактность, бесшумность, плавность хода, возможность большого редуцирования; недостатком — низкий коэффициент полезного действия.

Червячные передачи широко применяются в подъемно-транспортных машинах, в металлорежущих станках, автомобилях. Материалы выбирают с учетом особенностей работы червячной пары. По сравнению с зубчатыми червячные передачи имеют большие скорости скольжения в контактной зоне и неблагоприятные условия для гидродинамического смазывания. Для уменьшения износа червячное колесо выполняют из антифрикционного материала (относительно мягкого), а червяк — из твердых материалов. В силовых передачах используют червяки из сталей, термически обработанных до значительной твердости. Наилучшую износостойкость передач обеспечивают червяки из цементованных сталей 20Х, 12ХН3А, 18ХГТ, 15ХФ, имеющие твердость после закалки 56...63 НRC. Широко применяют червяки из среднеуглеродистой стали 45, 40Х, 40ХН, 35ХГСА с поверхностной или объемной закалкой до твердости 45...55 НRC, после чего червяк шлифуют и полируют. Для изготовления червяков применяют также азотируемые стали 38Х2МЮА, 38Х2Ю и другие, требующие только полирования.

Для передач с колесами очень больших диаметров целесообразно применять бронзовые червяки, при этом червячные колеса выполняют из чугуна.

При высоких скоростях скольжения (от 5 до 25 м/с) и длительной работе без перерыва венец у червячного колеса выполняют из оловянистой бронзы БрО10Ф1, оловянно-никелевой бронзы БрО10Н1Ф1 и сурьмяно-никелевой.

Для тихоходных передач применяют алюминиево-железистые бронзы БрА9Ж4Л. При этом червяк должен обязательно иметь высокую твердость — не ниже 45 НRC.

3.16. Цепные передачи

Общие сведения. Цепные передачи, как и ременные, применяются для передач между валами, удаленными друг от друга. Цепная передача (рис. 3.47) состоит из ведущей 2 и ведомой 1 звездочек и цепи 3, охватывающей их и входящей с ними в зацепление. Кроме перечисленных основных элементов цепные передачи включают в себя натяжные и смазочные устройства.

Цепные передачи широко применяются в транспортных машинах (мотоциклах, велосипедах, автомобилях, транспортерах), сельскохозяйственных машинах, металлорежущих станках.

К достоинствам цепных передач относятся: возможность передавать движение на удаленные друг от друга валы; высокий КПД;

возможность передавать вращение нескольким звездочкам одной цепью; малые силы, действующие на валы (отсутствуют первоначальные натяжные устройства); возможность легкой замены цепи; отсутствие скольжения.

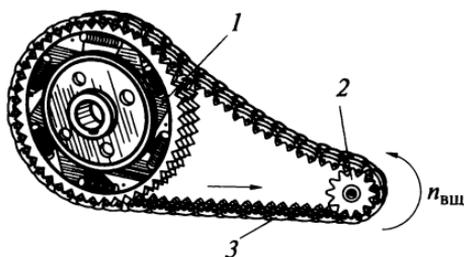


Рис. 3.47

Недостатками таких передач являются: повышенный износ (работают в условиях отсутствия жидкостного трения); вытягивание цепей вследствие износа шарниров — поэтому в процессе эксплуатации приходится применять натяжные устройства; неравномерность скорости вращения приводной звездочки и цепи при небольшом числе зубьев ведущей звездочки.

Передаточное отношение определяется, как и для зубчатой передачи:

$$i = \frac{z_1}{z_2},$$

где z_1 — число зубьев ведущей, а z_2 — число зубьев ведомой звездочки.

Величина, обратная передаточному отношению, называется *передаточным числом*:

$$u = 1/i.$$

Передаточное число ограничивается допустимыми габаритными размерами, углами обхвата и числами зубьев звездочек; обычно оно бывает меньше 7. В отдельных случаях, если позволяют габаритные размеры, в тихоходных передачах допускается увеличивать передаточное число до 10.

Параметры цепной передачи. Минимальное число зубьев ограничивается износом шарниров, динамическими нагрузками и шумом передач. Чем меньше число зубьев звездочки, тем больше износ, так как угол поворота звена цепи при набегании на звездочку и сбегании с нее равен $360^\circ/z$.

С уменьшением числа зубьев возрастает неравномерность скорости движения цепи и скорость удара цепи о звездочку. Минимальное число зубьев звездочки в силовых передачах роликовыми цепями следующее: при максимальных частотах вращения $z_{1\min} = 19 \dots 23$; при средних $17 \dots 19$ и при низких $13 \dots 15$. Максимальное число зубьев звездочек для роликовых цепей выбирают равным $100 \dots 120$, а для зубчатых $120 \dots 140$.

Минимальное межосевое расстояние A_{\min} определяют из условия, что угол обхвата цепью малой звездочки должен быть не меньше 120° :

$$\text{при } u \leq 3 \quad A_{\min} = \frac{D_1 + D_2}{2} + (30 \dots 50);$$

$$\text{при } u > 3 \quad A_{\min} = \frac{D_1 + D_2}{2} \frac{9 + u}{10},$$

где D_1 и D_2 — наружные диаметры звездочек.

Оптимальные межосевые расстояния $A = (30 \dots 50)t$, где t — шаг цепи. Максимальное расстояние между звездочками не должно превышать $80t$.

Шаг цепи (расстояние между ее звеньями) является основным параметром цепной передачи; обычно $A/80 \leq t \leq A/25$.

По предварительно выбранному расстоянию A , шагу t и числам зубьев звездочек z_1, z_2 определяют необходимое число звеньев цепи W :

$$W = \frac{z_1 + z_2}{2} + \frac{2A}{t} + \frac{(z_2 - z_1)^2}{2\pi} \frac{t}{A}.$$

Следует отметить, что эта формула является приближенной.

Критерии работоспособности. Цепные передачи выходят из строя по следующим причинам:

износ шарниров, приводящий к удлинению цепи и неправильному зацеплению ее со звездочками. Это основной критерий работоспособности для большинства цепей. Допустимое удлинение цепи — $1,5 \dots 2,5 \%$;

усталостное разрушение пластин по проушинам. Это основной критерий для быстроходных тяжело нагруженных роликовых цепей, работающих в закрытых передачах с хорошим смазыванием;

проворачивание осей и втулок в пластинах в местах запрессовки, что связано с недостаточно высоким качеством изготовления;

выкрашивание и раскалывание роликов;

износ зубьев звездочек.

Для увеличения износостойкости шарниров роликовых цепей для работы без смазки или со скудной смазкой применяют пластмассы.

Ресурс цепей в стационарных машинах должен составлять не менее $3 \dots 5$ тыс. ч работы.

Материалы для изготовления цепей. Пластины выполняют из холоднокатаной ленты, изготавливаемой из сталей 45, 50, 40Х, 40ХН, 30ХНЗА. В зависимости от назначения пластины закалывают до твердости $40 \dots 50$ НРС. Детали шарниров — оси, втулки, вкладыши — выполняют преимущественно из цементируемых ста-

лей 15, 20, 15X, 20X, 12ХН3, 20ХН3А, 20Х2Н4А, 30ХН3А и подвергают закалке до 50...65 HRC. Эффективно применение газового цианирования рабочих поверхностей шарниров. Многократного повышения ресурса цепей достигают диффузионным хромированием шарниров. Усталостную прочность пластин роликовых цепей повышают обжатием краев отверстий.

Смазывание. Для ответственных силовых передач применяется непрерывное картерное смазывание:

окунание цепи в масляную ванну; во избежание взбалтывания применяют до скорости 10 м/с;

разбрызгивание специальными разбрызгивающими выступами или отражающими щитками, по которым масло стекает на цепь; применяют при скоростях 6...12 м/с в случаях, когда уровень масла не может быть поднят до расположения цепи;

циркуляционное центробежное смазывание с подачей масла (через каналы в валах и звездочках) непосредственно на цепь; применяют при малых габаритных размерах передачи, например в транспортных машинах;

циркуляционное струйное смазывание от насоса; применяют для мощных быстроходных цепных передач;

циркуляционное смазывание распылением капель масла в струе воздуха под давлением; применяют при скоростях более 12 м/с.

В среднескоростных цепных передачах, не имеющих герметичных картеров, применяют консистентную внутришарнирную смазку. Ее нагревают до температуры разжижения и окунают в нее цепь. Периодичность смазывания — через 120...180 ч. Консистентная смазка применяется до скорости 4 м/с. При скоростях до 6 м/с применяют капельную смазку.

При низких скоростях работы цепи смазывание осуществляется при помощи ручной масленки через каждые 6...8 ч, применяют масла индустриальные марок: И-40А (ГОСТ 20799—88* «Масла индустриальные. Технические условия»), а при малых нагрузках — И-30А.

3.17. Передача винт—гайка скольжения

Общие сведения. Передача винт — гайка скольжения предназначена для преобразования вращательного движения в прямолинейное поступательное; она обеспечивает большой выигрыш в силе, возможность получения медленного движения, большую несущую способность при малых габаритных размерах, возможность достижения высокой точности перемещения исполнительного органа, жестко связанного с гайкой, и простоту конструкции.

Недостатками являются большие потери на трение, низкий КПД, невозможность применения при больших скоростях перемещений. Скорость скольжения профилей резьбы винта относительно профилей гайки в 10—40 раз превышает скорость осевого перемещения узла, жестко связанного с гайкой.

Передачи винт—гайка скольжения применяются для обеспечения следующих процессов: поднятие грузов (домкраты), нагружение в испытательных машинах, механическая обработка на металлорежущих станках и винтовых прессах, управление оперением самолетов, точные делительные перемещения в измерительных и делительных машинах, установочные перемещения для настройки и регулирования машин.

В отличие от крепежных резьб в ходовых и грузовых винтах нужно иметь наименьшие потери на трение. Поэтому используют резьбы с малыми углами профиля, чаще всего *трапециевидные* (см. рис. 3.21, б), причем резьба со средними шагами имеет основное применение. Мелкую резьбу применяют для перемещений повышенной точности и относительно медленных перемещений. Крупную резьбу применяют в тяжелых (по износу) условиях работы.

Прямоугольные резьбы (см. рис. 3.21, в) используют для осуществления очень точных перемещений, поскольку потери на трение из всех типов резьб у прямоугольных меньше, а кроме того, у этого профиля наименьшее влияние неизбежных радиальных биений на точность перемещения гайки, а следовательно, и исполнительного механизма.

Недостатком прямоугольной резьбы является трудность изготовления — невозможность окончательной обработки шлифованием, что ограничивает ее применение.

Для точных винтов делительных и измерительных машин применяют *треугольные резьбы* с углом профиля 30° и даже 60° , которые можно изготовить с малыми шагами.

Для винтов, подверженных большим односторонним осевым нагрузкам (в прессах, нажимных устройствах прокатных станков), применяют *упорную резьбу* (см. рис. 3.21, в).

Материалы ходовых винтов и гаек. Основные требования к материалам ходовых винтов — высокая износостойкость и хорошая обрабатываемость; тяжело нагруженные винты необходимо изготавливать из высокопрочных материалов, подвергаемые закалке — из сталей 50Г, 40Х, азотируемые — из сталей 40ХФА, 18ХГТ, которые после азотирования на глубину 0,5 мм обеспечивают высокую износостойкость и стабильность размеров. Широко используют также сталь 7ХГ2ВМ, обладающую хорошей обрабатываемостью и прокаливаемостью, что обеспечивает после закалки и отпуска твердость рабочих поверхностей 54...56 НРС и незначительные деформации при механической и термической обработке. Для неупрочняемых ходовых винтов применяют либо стали с вы-

соким содержанием углерода типа У10А, либо, в ответственных случаях, среднеуглеродистые стали.

Гайки для ходовых винтов прецизионных станков изготавливают из оловянистых бронз (БрО10Ф1, БрО6Ц6С3). Для хорошо защищенных ходовых винтов при не очень высоких требованиях к точности допустимо применение сплавов типа ЦАМ10-5 и полимерных материалов; при малых скоростях и нагрузках — чугуна. Для экономии оловянистой бронзы крупные гайки выполняют биметаллическими, при этом на стальную втулку центробежным способом наносят обычно слой бронзы, по которому нарезают резьбу.

Конструктивные особенности винта и гайки. Конструкции винтов должны удовлетворять общим требованиям, предъявляемым к валам: не иметь резких переходов диаметров, буртиков большого диаметра, чтобы не превращать в стружку металл, и т. п. Длинные винты выполняют составными, их устанавливают на двух опорах (короткие устанавливают на одной, второй опорой служит гайка). Один конец ходового винта обычно фиксируется в опоре, что позволяет воспринимать осевые усилия.

Гайки ходового винта выполняют цельными и разъемными; их условные обозначения приведены в Приложении 5. В прецизионных металлорежущих станках осуществляют безлюфтовую передачу «винт — гайка скольжения». Это достигается применением сдвоенных гаек, расположенных в одном корпусе 3 (рис. 3.48, а). Они смещаются одна относительно другой в осевом направлении, т. е. поворотом гаек 2 и 6 вокруг ходового винта 1 в противоположных направлениях, после чего их положение фиксируется контргайками 5. Теперь при вращении ходового винта в одном направлении перемещение суппорта 4 будет происходить от левой гайки 2; если же ходовой винт изменит направление вращения, то правая гайка 6 сразу передаст движение суппорту в противоположном направлении. В такой конструкции люфт не выбирается, так как гайки работают каждая на свое направление. На рис. 3.48, б наглядно показано, как соприкасаются профили левой 2 и правой 6 гаек с профилями ходового винта 1.

Основной причиной выхода из строя передачи винт — гайка является износ. Для обеспечения необходимой износостойкости давление в резьбе не должно превышать допустимое:

$$p = \frac{F}{\pi d_2 h z} \leq [p],$$

где F — расчетная осевая сила, действующая на винт; d_2 — средний диаметр; h — рабочая высота профиля (для трапецеидальной резьбы $h = 0,5P_{x.в.}$; $P_{x.в.}$ — шаг резьбы ходового винта); z — число витков резьбы на высоте гайки H , $z = H/P_{x.в.}$.

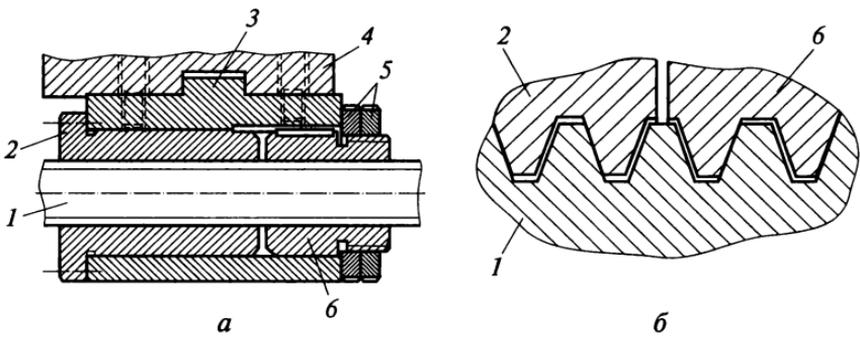


Рис. 3.48

Подставляя в формулу значения h и z , получим

$$p = \frac{2F}{\pi d_2 H} \leq [p].$$

Отсюда можно определить средний диаметр резьбы

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{2F}{\pi \Psi [p]}},$$

где $\Psi = H/d_2$; для цельных гаек $\Psi = 1,2 \dots 2,5$; для разъемных гаек $\Psi = 2,5 \dots 3,5$. Большие значения Ψ принимают для резьб меньших диаметров.

В зависимости от материалов принимают следующие допускаемые давления $[p]$ в резьбе:

| | |
|-----------------------------------|----------------------|
| Закаленная сталь — бронза | 12 Н/мм ² |
| Незакаленная сталь — бронза | 9 Н/мм ² |
| Незакаленная сталь — чугун | 5 Н/мм ² |

Давление в резьбе для точных резьб (например, делительные машины) должно быть в 2—3 раза меньше.

Сильно нагруженные винты проверяют на прочность при совместном действии сжатия и кручения; эквивалентное напряжение должно быть меньше допускаемого напряжения на растяжение:

$$\sigma_3 = \sqrt{(F/S_1)^2 + 3(M_{кр}/W_p)^2} \leq [\sigma]_p,$$

где $M_{кр}$ — крутящий момент, приложенный к винту; S_1 и W_p — соответственно площадь и полярный момент сопротивления сечения винта, взятые по внутреннему диаметру резьбы. Допускаемое напряжение $[\sigma]_p \leq \sigma_T/3$ принимается во избежание местных пластических деформаций.

Длинные винты проверяют на потерю устойчивости по Эйлеру, за расчетное принимают крайнее положение гайки, когда винт подвергается сжатию на максимальной длине:

$$F \leq \frac{\pi^2 EJ_{\text{пр}}}{n(\mu l)^2},$$

где E — модуль упругости I рода; $J_{\text{пр}} = \frac{\pi d_1^4}{64} \left(0,4 + 0,6 \frac{d}{d_1} \right)$ — приведенный момент инерции; d и d_1 — соответственно наружный и внутренний диаметры резьбы; $n = 2,5 \dots 4,0$ — коэффициент безопасности; μl — приведенная длина; l — расстояние между опорами для двухопорных ходовых винтов, а для коротких винтов — это расстояние между опорой и серединой гайки.

3.18. Передача винт — гайка качения

Передача винт — гайка качения применяется в механизмах, где необходима плавность перемещения, в следящих системах, станках с числовым программным управлением. КПД таких передач достигает 0,9. В резьбе может быть создан предварительный натяг, обеспечивающий высокую осевую жесткость. В качестве тел качения применяются шарики и ролики, но чаще — шариковые передачи. В литературе часто применяют аббревиатуру ВГК (винт — гайка качения) и ШВП (шариковинтовая передача).

На винте и в гайке выполняется винтовая канавка (чаще полукруглого профиля), по которой перекатываются тела качения (шарики или ролики). Диаметр шарика $d_{\text{ш}} = 0,6 P_{\text{х.в.}}$.

При использовании ШВП в машинах точных перемещений недопустим осевой зазор. В этом случае такое соединение выполняют по аналогии с рассмотренной на рис. 3.48 передачей винт — гайка скольжения. В едином корпусе 6 (рис. 3.49) размещают две гайки 2 и 4, смещенные одна относительно другой по винтовой линии. Это создает безлюфтовую передачу.

В отличие от винтовой передачи скольжения в ШВП должен быть создан предварительный натяг. До приложения рабочей нагрузки в ее конструкции с помощью прокладок или пружин путем затягивания резьбовых соединений создаются предварительные осевые усилия. Теперь тела качения 3 вместо точечного контакта с дорожкой качения имеют контакт по небольшой поверхности (в силу упругого перемещения под действием приложенных сил). Таким образом повышают осевую жесткость ШВП.

В большинстве конструкций шарики в гайке перемещаются по замкнутой траек-

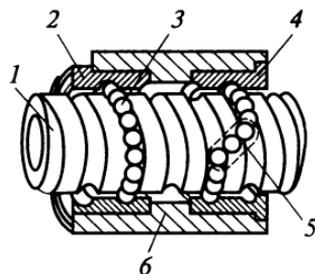


Рис. 3.49

тории. Каналом возврата служит специальная вставка 5 (см. рис. 3.49), соединяющая два соседних витка гайки, которая заставляет циркулировать шарики только в пределах одного шага ходового винта 1.

В станкостроении нормализованные шариковые пары винт — гайка качения изготавливают на специализированных заводах.

Допустимую статическую нагрузку рассчитывают исходя из допускаемых упругих контактных напряжений 250... 300 кН/см².

Допускаемая нагрузка, Н, на один шарик при напряжении 250 кН/см²

$$[F_1] = 20d_{ш}^2,$$

где $d_{ш}$ — диаметр шарика, мм.

Общая допустимая осевая статическая нагрузка, Н, на винт

$$[F] = z_p [F_1] \sin \alpha \cos \psi,$$

где z_p — расчетное число шариков ($z_p = 0,7z$, z — число шариков, находящихся в контакте, т. е. только в одной из гаек — левой или правой); α — угол контакта шарика, обычно $\alpha = 45^\circ$; ψ — угол подъема винтовой линии резьбы, равный 2... 5°.

Так рассчитывают нагрузку, допускаемую на винт для тихоходных передач. Если же общее число циклов нагружений $N > 10^7$, то нагрузку снижают, умножая ее на коэффициент $\sqrt[3]{10^7/N}$.

Винты для ШВП изготавливают из сталей ХВГ и 7ХГ2ВМ с объемной закалкой, 8ХВ с закалкой при индукционном нагреве и 20Х3МВФ с азотированием.

Для гаек применяют стали 9ХГС, ШХ15, ХВГ с объемной закалкой и цементируемые стали 18ХГТ, 12ХН3А. Рабочие поверхности закаливают до твердости 60 НРС и выше.

3.19. Реечные передачи

Реечная передача, как и передача винт — гайка, служит для преобразования вращательного движения в поступательное прямолинейное и наоборот. Реечная передача (рис. 3.50, а) состоит из зубчатого колеса 1 и зубчатой рейки 2. Рейка является частным случаем зубчатого колеса, когда радиус колеса увеличен до бесконечности. При этом колесо превращается в рейку, а эвольвентный профиль зуба — в прямолинейный. При увеличении числа зубьев некорригированного колеса до бесконечности получают так называемую основную рейку, очерченную исходным контуром. Основная рейка полностью определяет профили зубьев всех колес нормального зацепления. Параметры исходного контура (рис. 3.50, б) стандартизированы; угол профиля $\alpha = 20^\circ$, глубина

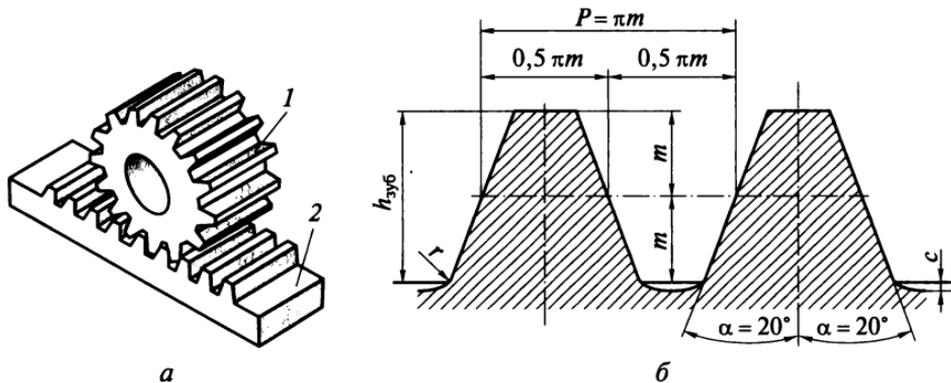


Рис. 3.50

захода зубьев в рейку $h_{зуб} = 2m$, радиальный зазор между зубьями в цилиндрических передачах $c = 0,25m_n$ (при нарезке долбяками — до $0,35m_n$), радиус выкружки у корня зуба для цилиндрических колес $r = 0,4m_n$ (m_n — нормальный модуль).

Реечная передача может быть выполнена с *прямозубым* и *косо-зубым зацеплением* колеса с рейкой. За один оборот прямозубого колеса с числом зубьев z рейка переместится на $H_1 = Pz = \pi m z$, а за n оборотов зубчатого колеса — на $H = \pi m z n$.

Реечные передачи очень часто используют в металлорежущих станках, например в токарных, для осуществления движения продольной подачи суппорта с резцом относительно обрабатываемой заготовки. В более крупных станках, таких как продольно-строгальные, необходимо передавать большие усилия. Там применяют червячно-реечную передачу. На рис. 3.51 показано зацепление червяка 1 с рейкой 2. Вращение червяка 1 преобразуется в поступательное прямолинейное перемещение рейки, а следовательно, и стола с установленным на нем обрабатываемым изделием. Перемещение рейки (следовательно, и стола) за один оборот червяка с заходностью k будет равно $H_1 = \pi m k$, а за n оборотов червяка

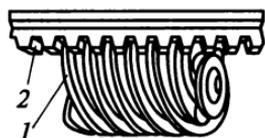


Рис. 3.51

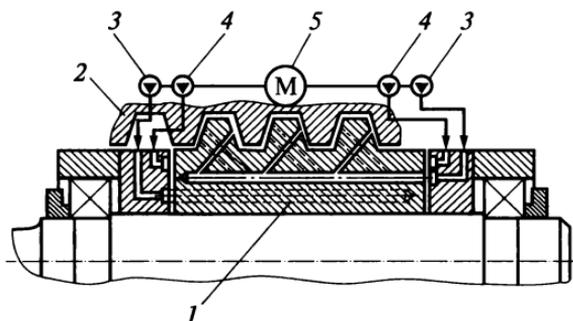


Рис. 3.52

$H = \pi tkn$. Обычно в таких передачах заходность червяка может быть $k = 8 \dots 10$.

Для уменьшения трения в передачу червяк — рейка между профилями их зубьев под давлением тонкий слой масла. Такие *гидростатические червячно-реечные передачи* используют в приводе подач тяжелых станков. На рис. 3.52 представлено устройство гидростатической червячно-реечной передачи многоцелевого станка модели 6620МФ4 Ульяновского завода тяжелых и уникальных станков. С помощью гидрораспределителя в каналы червяка 1 от насосов 3 под давлением подается масло. Оно создает масляный слой между зубьями червяка и рейки, зубья 2 которой армированы пластмассой. В осевые зазоры соединения масло нагнетается насосами 4. Все насосы имеют один общий привод от электродвигателя 5.

3.20. Кривошипно-шатунные механизмы

В подразд. 3.17—3.19 были рассмотрены передачи, преобразующие вращательное движение в поступательное. При этом обеспечивалась постоянная скорость перемещения рабочих органов.

Кривошипно-шатунные механизмы также предназначены для преобразования вращательного движения в поступательное, но они обеспечивают перемещение по определенному закону. Скорость рабочего органа не остается постоянной во время его движения. В этом есть свое преимущество: при изменении направления скорости не возникает ударов и больших нагрузок, так как к моменту реверсирования движения скорость рабочего органа постепенно падает, приближаясь к нулю. Кроме того, возвратно-поступательное движение в кривошипно-шатунных механизмах осуществляется без применения дополнительных реверсивных механизмов.

Кривошипно-шатунные механизмы имеют широкое распространение в поршневых двигателях, насосах, компрессорах, станках с прямолинейным движением резания.

На рис. 3.53 представлены различные схемы работы кривошипно-шатунного механизма. Центральный кривошипно-шатунный механизм (схемы *a*, *в* и *г*) в зависимости от соотношения $\lambda = r/l$ может иметь различные применения. При $l < r$ (схема *г*) кривошипно-шатунный механизм применяется для получения большого выигрыша в силе, поэтому используется в зажимных устройствах, прессах. При $l > r$ (схема *a*) длина хода ползуна равна $2r$ и чем меньше λ , тем в лучших условиях будет работать механизм и тем выше его КПД. При $l = r$ (схема *в*) кривошипно-шатунный механизм имеет наибольший ход, равный $4r$. Однако при прохождении мертвых точек в середине хода рекомендуется иметь специальные устройства, так как использование сил инерции звеньев

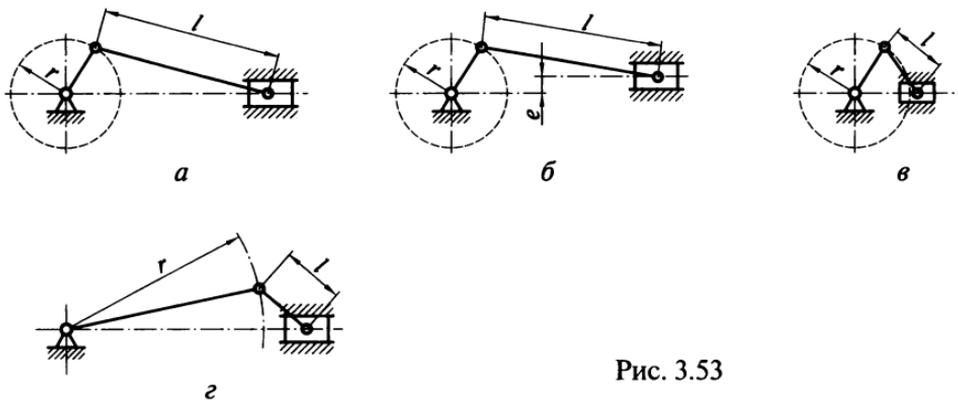


Рис. 3.53

здесь не является надежным. Поэтому механизм с $\lambda = 1$ на практике применяется очень редко.

На рис. 3.53, б показан смещенный кривошипно-шатунный механизм, у которого помимо изменения параметра λ может меняться величина эксцентриситета e , что позволяет более широко варьировать углы передачи. Длина хода у этого механизма примерно равна $2r$; механизм имеет весьма широкое применение.

3.21. Кулисные механизмы

Кривошипно-кулисный механизм (далее — кулисный механизм) служит для преобразования вращательного движения в поступательное. Существует семь различных схем кулисных механизмов: с качающейся кулисой, с равномерно и неравномерно вращающейся кулисой и т. д. Есть кулисные механизмы с двумя поступательными парами, причем сама кулиса перемещается поступательно. Наибольшее распространение получили кулисные механизмы с качающейся кулисой (в приводе поперечно-строгальных станков) и с вращающейся кулисой (в приводе долбежных станков). На рис. 3.54 представлен привод ползуна поперечно-строгального станка с качающейся кулисой. Кулисное колесо 2 получает вращение от ведущего колеса 1. На кулисном колесе закреплен палец 7 с надетым на него камнем. Камень вставлен в прорезь кулисы 4 и может скользить вдоль прорези в ней. Палец 7 смещает относительно оси O_1 кулисного колеса на величину эксцентриситета e вращением винта б, после чего закрепляют гайку, с которой жестко связан палец 7. Таким образом, при вращении кулисного колеса 2 палец 7 будет описывать окружность с радиусом $R = e$, а камень — перемещаться вдоль прорези кулисы, вращая ее относительно оси O . Вследствие того, что верхний конец кулисы 4 через серьгу 3 связан с ползуном 5, вращательное движение кулисы будет преобразовываться в прямолинейное перемещение ползуна 5.

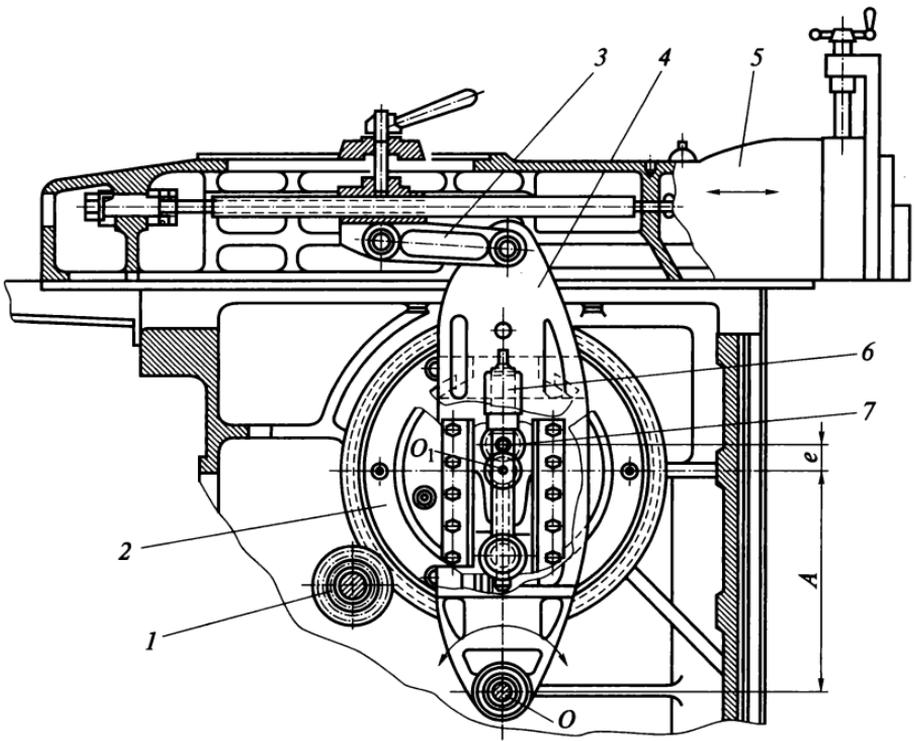


Рис. 3.54

Длина хода ползуна зависит от амплитуды качания кулисы. Ее можно регулировать изменением радиуса R вращения пальца 7. В случае, когда $A > R$, кулиса качается; при $A = R$ кулиса равномерно вращается; если же $A < R$, то кулиса также вращается, но неравномерно.

Кулисный механизм обеспечивает плавность хода при строгании поверхности заготовки и быстрый отвод при обратном холостом ходе. В этом достоинство кулисных механизмов.

Недостатком кулисного механизма является неравномерная скорость рабочего хода и постоянное соотношение между временем рабочего и холостого ходов.

3.22. Кулачковые механизмы

Кулачковые механизмы характеризуются наличием одной или нескольких высших кинематических пар кулачкового типа.

Кулачковые механизмы дают возможность воспроизводить движение ведомых звеньев по любым заданным законам. Это свойство механизмов, а также сравнительная простота профилирова-

ния кулачков обеспечили их широкое использование в различных отраслях машиностроения. Наибольшее распространение получили плоские механизмы с одной парой кулачкового типа, а из пространственных кулачковых механизмов — с барабанными или торцовыми кулачками.

Для получения нужного движения достаточно иметь механизм с одной высшей парой кулачкового типа (рис. 3.55, *a* и *б*), обеспечивающей движение точки *M* по заданной кривой с необусловленной скоростью. От привода кулачковый механизм получает постоянную скорость v (см. рис. 3.55, *a*) и толкатель *1*, поджатый пружиной *2* к кулачку *3*, перемещает исполнительный орган по заданной траектории. Здесь соприкосновение элементов осуществляется в точке, а на рис. 3.55, *б* — по линии. Если же требуется воспроизвести движение точки по определенной плоской кривой с постоянной скоростью, то для воспроизведения такого движения требуется механизм с двумя высшими парами кулачкового типа (рис. 3.55, *в* и *г*), обеспечивающий движение точки *M* по заданной кривой с постоянной скоростью.

Кулачок обычно имеет рабочие и холостые участки. На рабочих участках характер движений ведомого звена определяется рабочим процессом в машине (например, технология обработки на металлорежущих станках требует постоянства скорости подачи). На участках холостого хода выполняются вспомогательные движения; здесь желательно произвести перемещение ведомого звена

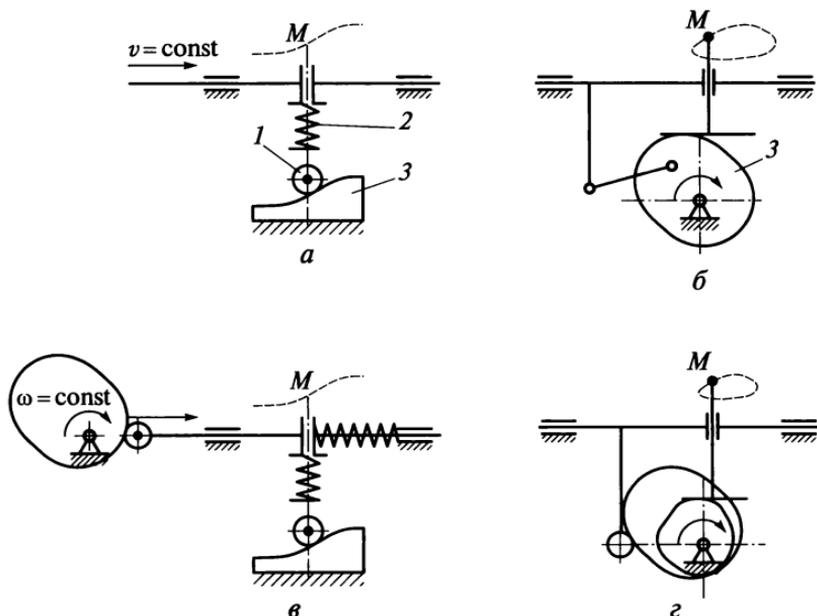


Рис. 3.55

за возможно более короткое время при меньшем перемещении ведущего звена (кулачка). Препятствием к сокращению времени являются динамические условия, которые могут привести к неспокойной работе механизма.

Преимуществом кулачковых механизмов является возможность автоматизации цикла работы машины, а недостатком — износ контактируемой поверхности кулачка, что приведет в итоге к потерям точности и производительности машины.

3.23. Общие сведения о редукторах

Редуктор — это механизм, служащий для передачи вращения от ведущего вала к ведомому с понижением частоты вращения и увеличением крутящих моментов; передаточное число в редукто-

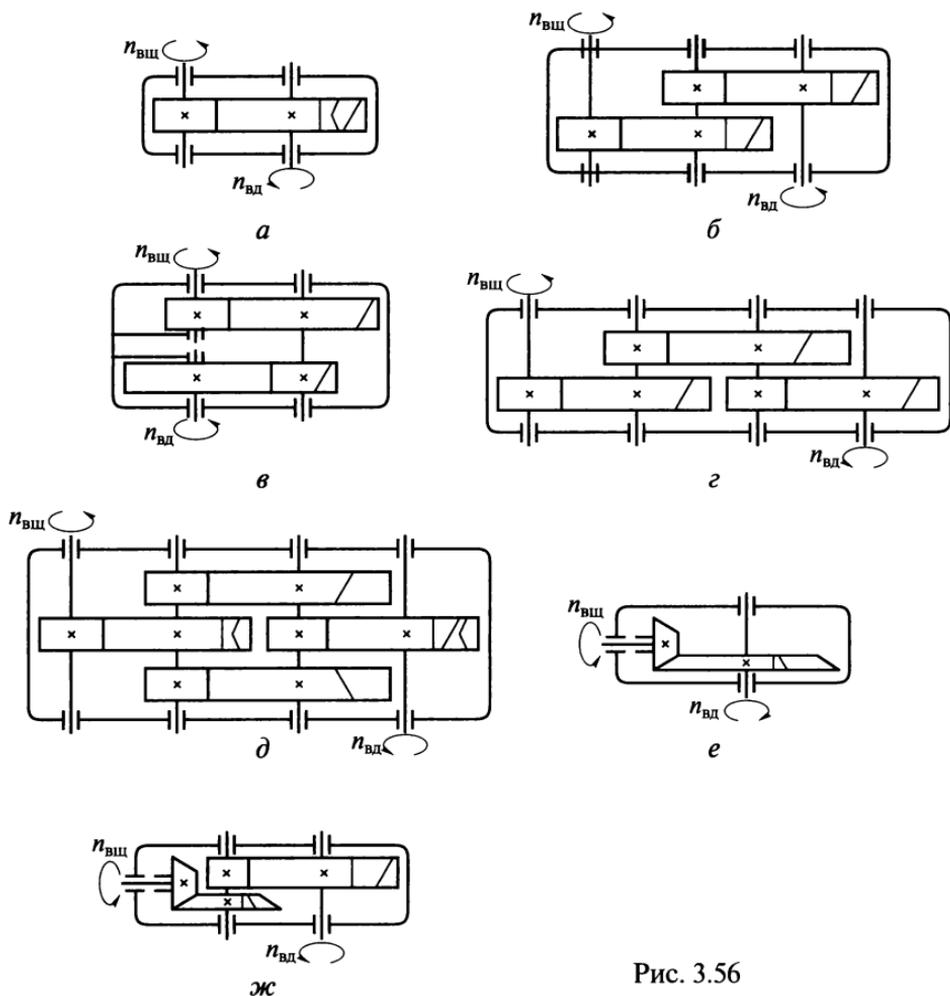


Рис. 3.56

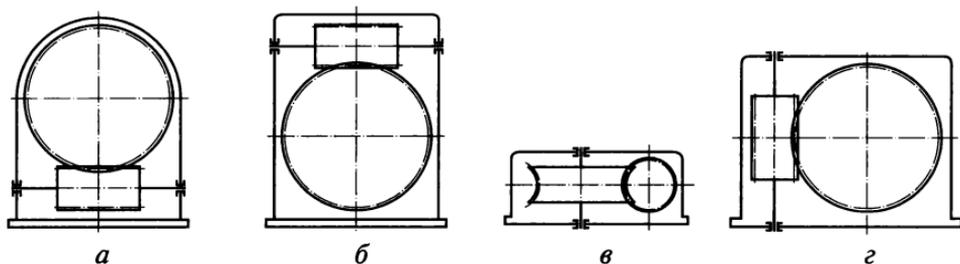


Рис. 3.57

ре — величина постоянная. Редукторы выполняются в виде отдельных агрегатов.

В зависимости от вида входящих в них передач существуют зубчатые, червячные и планетарные редукторы.

Зубчатые редукторы нашли широкое применение в подъемно-транспортном, металлургическом, химическом машиностроении. При малых передаточных числах применяют одноступенчатые редукторы (рис. 3.56, а).

В зубчатых редукторах передаточные числа не превышают 8, так как при увеличении передаточного числа сильно увеличиваются габариты.

В большинстве случаев применяют двухступенчатые редукторы (рис. 3.56, б, в), для которых передаточные числа колеблются от 9 до 40.

При больших передаточных числах используют трехступенчатые редукторы (рис. 3.56, г, д). Более компактными для больших передаточных чисел являются планетарные редукторы.

Зубчатые редукторы могут быть составлены из прямозубых и косозубых как цилиндрических, так и конических колес (рис. 3.56, е, ж).

Для бóльшей редукции применяют: одноступенчатые червячные редукторы с передаточными числами до 63 (рис. 3.57) и двухступенчатые, а иногда и комбинированные зубчато-червячные.

Червячные редукторы выполняют со следующим расположением червяка: нижнее расположение червяка (рис. 3.57, а) применяют при окружных скоростях червяка до 5 м/с, смазывание осуществляют окунанием червяка; верхнее расположение червяка (рис. 3.57, б) используют в быстроходных передачах, смазывание — окунанием колеса; червяк имеет горизонтальную ось вращения, а червячное колесо — вертикальную (рис. 3.57, в); червяк с вертикальной осью вращения (рис. 3.57, г).

Две последние схемы применяются редко, так как возникают большие трудности со смазыванием подшипников вертикальных валов.



Контрольные вопросы

1. Из каких механизмов состоит машина?
2. Что такое механизм?
3. Расскажите, какие вы знаете кинематические пары.
4. Назовите критерии работоспособности машин.
5. Как условно изображают на схемах кинематические пары и муфты?
6. Какие соединения деталей машин относятся к неразъемным?
7. Перечислите разъемные соединения.
8. За счет чего передается движение в фрикционных передачах?
9. Какие зубчатые передачи вы знаете?
10. Назовите преимущества и недостатки зубчатых передач.
11. Что такое модуль зубчатого колеса?
12. Чем отличается червячное колесо от цилиндрического прямозубого?
13. Для какого расположения валов применяются конические зубчатые передачи?
14. Какие достоинства и недостатки имеют цепные передачи?
15. В чем разница между передаточным отношением и передаточным числом?
16. Чем отличается вал от оси?
17. Какие вы знаете подшипники скольжения?
18. Что такое подпятник?
19. Какие опоры вращающихся деталей вы знаете?
20. Каково назначение муфт?
21. Назовите примеры нерасцепляемых и расцепляемых муфт.
22. Какие вы знаете предохранительные муфты?
23. Чем отличаются пружины от рессор? Что у них общего?
24. Что такое безлюфтовая передача? Приведите примеры.
25. Какие передачи винт — гайка вы знаете? Чем они отличаются?
26. Какие профили резьбы используют в передачах винт — гайка?
27. Что такое ШВП? Когда эта передача применяется?
28. Назовите примеры корпусных деталей.
29. Где и для чего используются кулисные механизмы?
30. Какие реечные передачи вы знаете? Где они применяются?
31. Что такое кривошипно-шатунный механизм? Для какой цели он применяется?
32. Из каких материалов изготавливают корпусные детали?
33. Назовите изделия, в которых используются пружины.
34. Приведите примеры использования рессор.
35. Какие типы редукторов вы знаете?

ПОВЫШЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ

4.1. Основные способы повышения механических свойств

Одни и те же детали машин могут иметь различное предназначение, поэтому для их изготовления необходимы материалы с совершенно различными свойствами. Винт, через который будет проходить электрический ток, должен быть изготовлен из латуни, а винт, скрепляющий две детали разъемного соединения и находящийся под действием растягивающей нагрузки, — из стали. Ходовой винт станка также будет изготовлен из стали, но поверхности профиля резьбы должны быть износостойкими. В этом случае необходимо на поверхности профиля резьбы изменить механические свойства основного материала, из которого был изготовлен ходовой винт.

Существует несколько способов повышения механических свойств: глубокая закалка с последующим высоким или низким отпускком; цементация поверхности детали с поверхностной закалкой; пластическое деформирование поверхностных слоев; нанесение покрытий (это позволяет изменять механические свойства материала на поверхности детали); выдавливание на поверхностях трения деталей машин канавок для повышения износостойкости; электромеханическое упрочнение рабочих поверхностей и др.

В данном разделе не будет изучаться повышение механических свойств материалов глубокой закалкой, а также цементацией с последующей поверхностной закалкой, так как это излагается в курсе «Материаловедение».

4.2. Упрочняющая обработка пластическим деформированием

Сущность пластического деформирования. Обработка основана на использовании пластических свойств металлов, т. е. способности металлических заготовок воспринимать остаточные деформации без нарушения целостности поверхности; она сопровождается упрочнением поверхности, что важно для повышения надежности работы деталей. Детали становятся менее чувствительными к усталостному разрушению, у них повышается коррозионная стойкость, а также износостойкость сопрягаемых поверхностей. В ре-

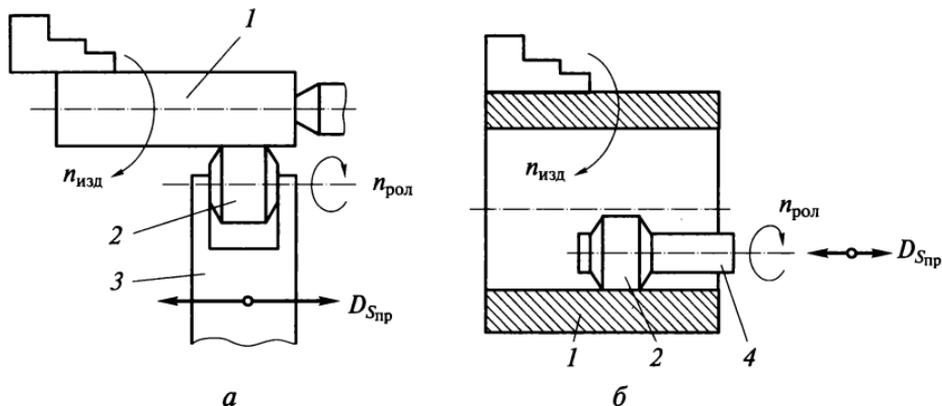


Рис. 4.1

зультате пластического деформирования кристаллы поверхности металла в направлении деформирования сплющиваются, образуется упорядоченная структура волокнистого характера. При этом изменяются механические свойства поверхностного слоя. Пластическое деформирование нашло широкое применение, поскольку благодаря этому воздействию получается поверхность с низкой шероховатостью и благоприятными физико-механическими свойствами.

Обработка пластическим деформированием. Для наружных поверхностей используется *обкатывание* (рис. 4.1, а), а для внутренних — *раскатывание* (рис. 4.1, б). Упрочнять можно цилиндрические, конические и фасонные поверхности. Инструментами являются ролики или шарики, которые, внедрившись в поверхность заготовки, перемещаются вдоль нее. Пятно контакта перемещается вместе с инструментом, в результате чего вся поверхность оказывается пластически деформированной: выступы микронеровностей сглаживаются и заполняют микровпадины. К вращающейся заготовке подводят инструмент — закаленные гладкие ролики. При соприкосновении с изделием 1 (см. рис. 4.1, а) ролики 2 начинают вращаться, под действием приложенных сил деформируя поверхность изделия. Движение продольной подачи $D_{спр}$ позволяет обработать поверхность изделия по всей длине. Аналогичным инструментом упрочняют поверхность отверстия (см. рис. 4.1, б). При раскатывании инструмент-раскатник закрепляют на консольной оправке 4.

Обработку заготовок обкатыванием и раскатыванием производят на универсальных токарных станках. Деформирующий режущий инструмент устанавливают в резцедержатель, в котором жестко закрепляют его державку 3. Движение продольной подачи $D_{спр}$ обеспечивают суппорты токарных станков.

Раскатывание глубоких отверстий производят на станках глубокого сверления. В местах контакта заготовок с инструментом нагрев незначителен, поэтому охлаждение не применяют. Трение уменьшают, применяя смазывание веретенным маслом или керосином.

Упрочнение поверхности можно достигнуть *алмазным выглаживанием*. Сущность этого метода состоит в том, что оставшиеся после обработки резанием микронеровности поверхности выравнивают алмазным инструментом, прижатым к обрабатываемой поверхности.

Алмаз, закрепленный в державке, не вращается, а скользит по поверхности. Рабочая часть алмазного инструмента может быть выполнена в виде полусферы, цилиндра или конуса.

Достоинства алмазного выглаживания: возможность обработки тонкостенных деталей и деталей сложной конфигурации; простота конструкций выглаживателей. Обрабатывать заготовки алмазным выглаживанием можно на токарных станках. Державку с подпружиненным наконечником с алмазом устанавливают в резцедержателе вместо резца. Движение заготовки и инструмента аналогичны их движениям при обтачивании.

Калибрование отверстий не только повышает их точность и качество, но и упрочняет поверхностный слой. При калибровании жесткий инструмент с натягом перемещается в отверстиях заготовки. Размеры поперечного сечения инструмента несколько больше размеров поперечного сечения отверстия. Простейшим инструментом является шарик (рис. 4.2, *а*), который проталкивается штоком. Роль инструмента может выполнять также оправка-дорн, к которому приложена сжимающая (рис. 4.2, *б*) или растягиваю-

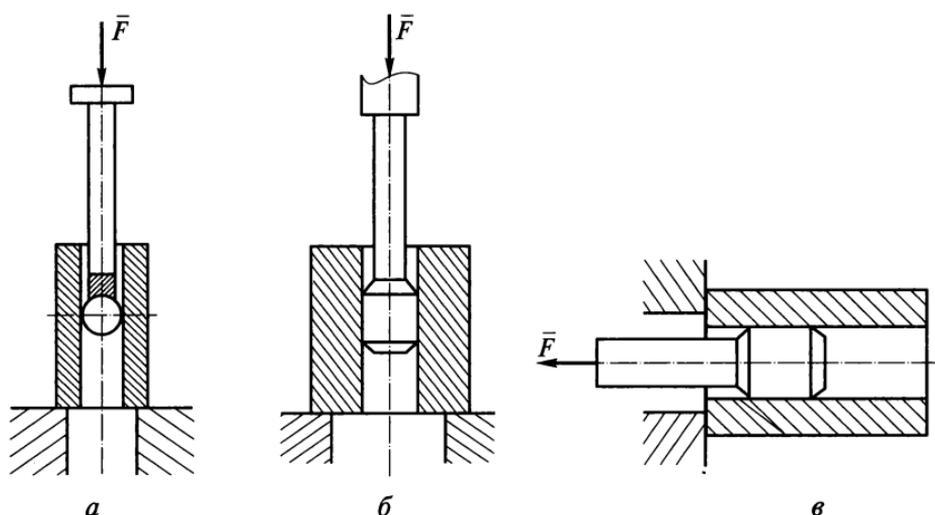


Рис. 4.2

щая сила (рис. 4.2, в). Калибрование отверстий выполняют на прессах или горизонтально-протяжных станках.

Дробеструйный наклеп получил наиболее широкое распространение из всех методов упрочняющей обработки. Готовые детали машин подвергают ударному воздействию потока дроби. Обработку производят в специальных камерах. Дробинки из чугуна, стали и других материалов с большой скоростью перемещаются потоком воздуха, а после удара о заготовку падают вниз и снова осуществляют ударное действие. Благодаря такому методу можно значительно повысить долговечность рессорных листов, пружин, лопаток турбин, штоков и штампов.

4.3. Повышение износостойкости поверхностных слоев

В деталях машин изнашиваются относительно тонкие поверхностные слои. Поэтому для увеличения долговечности эффективны поверхностные упрочнения, наплавки и покрытия.

Упрочнения в связи со значительным повышением твердости приводят к резкому повышению износостойкости. *Закалка* повышает износостойкость при чисто абразивном изнашивании почти в 2 раза.

В настоящее время объемная закалка уступает место *поверхностным термическим и химико-термическим методам упрочнений*. При такой обработке можно достигнуть высокой твердости поверхностных слоев и значительно повысить износостойкость. В подразд. 4.4 будет отдельно рассмотрено влияние поверхностных покрытий на изменение механических свойств материалов, в том числе и на повышение износостойкости поверхностных слоев. Повышение износостойкости поверхностей трущихся чугунных деталей можно достичь *отбелкой*, которая, например, применяется для тормозных колодок.

Для повышения износостойкости деталей машин на поверхностях трения выдавливают слабо заметные, прилегающие друг к другу канавки. Эти канавки необходимы для размещения смазочного материала, а также мелких частиц, образующихся в процессе изнашивания. Благодаря таким канавкам значительно меньше изнашиваются трущиеся поверхности. Канавки образуют *вибронакатыванием* (рис. 4.3).

Упрочняющему элементу — шару или алмазу, установленному в резцедержателе токарного станка, — помимо обычного движения продольной подачи $D_{\text{сп}}$ сообщают с помощью специального устройства дополнительные движения ΔS с относительно не-

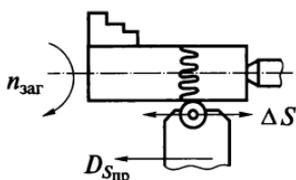


Рис. 4.3

большой амплитудой. Изменяя скорость вращения изделия, продольную подачу упрочняющего инструмента, а также амплитуду и частоту колебаний, можно получать на обрабатываемой поверхности требуемый рисунок.

Благодаря вибронакатыванию не только повышается износостойкость, но и упрочняется поверхность деталей машин.

4.4. Поверхностные покрытия

Поверхностные покрытия весьма разнообразны по методам нанесения их на поверхность. Рассмотрим некоторые покрытия, получившие наибольшее практическое применение.

Гальванические покрытия делятся на четыре основные группы: защитные — цинковые, кадмиевые, свинцовые, оловянные, никелевые, а также защитные пленки, получаемые путем фосфатирования и оксидирования;

защитно-декоративные — медные с последующей отделкой, никелевые, хромовые, кобальтовые, серебряные, золотые и родиевые;

покрытия для повышения сопротивления механическому износу и поверхностной твердости — хромовые, железные, никелевые;

покрытия для восстановления размеров деталей — хромовые (размерное хромирование с последующей доводкой), железные, медные.

Рассмотрим подробнее покрытия, которые изменяют физико-механические свойства изделий, т.е. покрытия, относящиеся к первой и третьей группам.

Цинковое покрытие делает поверхность коррозионно-стойкой. Оцинкованные стальные листы, крепеж, проволока, работающие в различных климатических условиях, закрытых помещениях с умеренной влажностью, атмосфере, загрязненной сернистым газом, не подвергаются коррозии. Цинковое покрытие применяется и для защиты изделий из черного металла от действия бензина и масла (бензобаки, маслопроводы), водопроводных труб и др.

Коррозионную стойкость к морской воде изделия приобретают после кадмирования. Свинцовое покрытие служит для защиты от коррозии, вызываемой воздействием серной кислоты, сернистых газов. Никелевое покрытие без подслоя меди применяется для защиты от коррозии химической и электрохимической аппаратуры, соприкасающейся с щелочной средой, а также для медицинского инструмента.

Стальные изделия, используемые в закрытых помещениях с неагрессивной коррозионной средой, защищают от коррозии оксидированием.

Серебряное покрытие применяется для защиты от коррозии изделий, соприкасающихся с щелочными растворами (химическая аппаратура), для повышения электропроводящих свойств поверхности контактов и отражательной способности рефлекторов фар и прожекторов. Родиевое покрытие также используют для повышения отражательной способности изделий.

Электролитические покрытия медью, оловом, кадмием уменьшают микроперемещения в связи с резким увеличением коэффициента трения. Поэтому они применяются для кадмирования болтов и посадочных поверхностей соединений с натягом, лужения опорных поверхностей вкладышей.

Хромирование повышает износостойкость и долговечность деталей; оно применяется для деталей, не подвергаемых большим местным давлениям, а выходящим из строя вследствие износа. Хромовое покрытие стали без подслоя меди и никеля применяется также для повышения поверхностной твердости.

Для повышения поверхностной твердости трущихся деталей и сопротивления механическому износу применяют никелевое покрытие сталей (без подслоя меди).

Пластмассовые покрытия обеспечивают возможность использования высоких антифрикционных или фрикционных, компенсирующих и демпфирующих свойств пластмасс и уменьшают влияние их недостатков, а именно холодной ползучести, низкой теплопроводности, большого температурного расширения и влагопоглощения.

4.5. Упрочнение поверхностных слоев химико-термической обработкой

Повышение твердости и прочности поверхностного слоя, повышение износостойкости и коррозионной стойкости, а в некоторых случаях и усталостной прочности деталей машин достигается еще и химико-термической обработкой. Рассмотрим наиболее применяемые для этих целей процессы.

Азотирование (прочностное) применяется для деталей машин, работающих в условиях трения и знакопеременных нагрузок изгиба (шейки коленчатых валов быстроходных двигателей, рабочее зеркало гильз цилиндров, клапаны, седла клапанов, толкатели двигателей внутреннего сгорания, шестерни авиационных двигателей, точные детали топливной аппаратуры, шпиндели быстроходных станков). Азотирование применяется также для повышения износостойкости мерительных инструментов (резьбовые и гладкие пробки и кольца, плоские калибры, скобы, шаблоны). Разновидностью процесса является антикоррозионное азотирование, применяемое для малонагруженных деталей, изготавливаемых

мых из углеродистой и низколегированной стали. При этом в поверхностном слое должна обеспечиваться максимальная концентрация азота. Углеродистая сталь после азотирования при 650 °С в течение 3 ч не корродирует в воде в течение 720 ч.

Цианирование — процесс химико-термической обработки, обуславливающий насыщение поверхностного слоя стали одновременно углеродом и азотом. Цианирование осуществляют после закалки и низкого отпуска, в результате повышается твердость, прочность поверхностного слоя, износостойкость и усталостная прочность. Применяется для инструментов из быстрорежущей стали (протяжки, сверла, зенкеры, метчики, развертки, фрезы) и для деталей машин (болты, гайки, винты, валики, шестерни, рычаги).

Резкое повышение сопротивления схватыванию, износостойкости и прирабатываемости сталей и чугунов достигается *сульфоцианированием*, т. е. насыщением поверхностных слоев азотом, углеродом и серой. Сульфоцианирование применяют для фрикционных дисков, цилиндров, ходовых винтов.

Чугунные гильзы цилиндров и поршневые кольца подвергают *сульфидированию* (насыщению поверхностных слоев серой). В результате такой обработки повышается износостойкость и прирабатываемость. Сульфидирование режущих инструментов повышает стойкость режущих инструментов из быстрорежущих сталей Р9 и Р18 в 2—3 раза.

Диффузионная металлизация — насыщение поверхностного слоя стали алюминием, хромом, кремнием, бором с целью придания стали высокой жаропрочности, антикоррозионных свойств и износостойкости.

Наивысшая по сравнению с другими видами упрочнений твердость 1500...1800 НВ и износостойкость достигаются *борированием*. Указанная твердость значительно выше, чем твердость кварца. Борирование используется для кондукторных втулок и режущих инструментов. Его весьма эффективно применять в абразивных средах; инструмент может работать при температуре 800 °С, не теряя твердости и не изнашиваясь.

Высокую жаропрочность получают поверхностные слои деталей после *алитирования* (жаропрочность до 850...900 °С). Область применения алитирования: чехлы термодар, реторты для цианирования, тигли соляных ванн, топливники газогенераторов, чугунные колосники, трубы для крекинга нефти, выхлопные трубы.

4.6. Упрочнение ходовых винтов

К ходовым винтам прежде всего предъявляют высокие требования по износостойкости, которая обычно обеспечивается высокой твердостью после закалки. Повысить износостойкость хо-

довых винтов можно, применяя современные методы упрочнения.

Одним из таких методов упрочнения ходовых винтов является *азотирование*. Азотированные ходовые винты обладают существенно более высокой износостойкостью, чем закаленные; в испытаниях при работе с загрязненной абразивом смазкой азотированные винты из сталей 40ХФА и 30Х3ВА изнашивались в 1,75 раза меньше, чем закаленные винты, изготовленные из стали ХВГ (54... 58 HRC). Поэтому объемная закалка может быть рекомендована для ходовых винтов пониженной жесткости, винтов с малым шагом резьбы и при необходимости упрочнения винта на какой-либо части длины винта. Упрочненные ходовые винты необходимы для металлорежущих станков, в том числе специальных, предназначенных для нарезания резьб.

Другой метод упрочнения ходовых винтов — *электрохимический*, при котором совмещается обкатка резьбы (наклеп) с термической обработкой тонких поверхностных слоев при нагреве электротоком.

Даже в условиях абразивного изнашивания после электрохимического упрочнения износостойкость ходового винта может увеличиться в 2—5 раз (в зависимости от материала винта).

Сохранение точности передачи ходовой винт—гайка в бóльшей мере зависит от износостойкости резьбы винта, а не гайки. Поэтому гайки рекомендуется изготавливать из бронз или цинкового сплава ЦАМ 10-5, так как по сравнению с чугунными гайками они меньше изнашивают винт. Гайки для винтов поперечной подачи токарных станков для чистовых операций могут изготавливаться из текстолита марок ПТ или ПТК.



Контрольные вопросы

1. Какие способы изменения механических свойств материалов вы знаете?
2. Для чего применяется обкатывание наружных поверхностей тел вращения?
3. Назовите методы упрочнения пластическим деформированием поверхностных слоев детали.
4. Какие способы повышения износостойкости поверхностей трущихся деталей вы знаете?
5. Назовите химико-термические процессы, используемые для повышения жаропрочности деталей.
6. Какие методы повышения износостойкости ходовых винтов вы знаете?
7. Как можно повысить коррозионную стойкость материала детали?
8. Для какой цели используется хромирование?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ КОНСТРУКЦИЙ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Конструирование отдельных узлов и механизмов машин подчиняется всем требованиям критериев работоспособности.

Несмотря на то, что в машиностроении накоплен большой опыт при конструировании разнообразных деталей машин, зарекомендовавших себя на практике положительно, постоянно идет напряженная творческая работа по совершенствованию существующих конструкций и созданию новых.

Новая конструкция машины должна иметь более высокие выходные параметры, а ее детали и механизмы должны отвечать всем критериям оценки работоспособности базовой модели — прочность, точность, жесткость и другие критерии не должны стать ниже. Кроме того, она должна быть более технологичной в изготовлении и удобной в эксплуатации, иметь более высокие технико-экономические показатели: меньшую массу и габаритные размеры, при этом не должна возрастать ее стоимость. Только тогда новые изделия будут конкурентоспособны.

При разработке новых машин и их узлов обычно предлагается несколько вариантов, после чего рассматривают преимущества и недостатки каждого из них и выбирают оптимальный.

При поиске новых конструктивных решений для различных узлов и механизмов машин, несмотря на разнообразие их функций, проявляются следующие общие тенденции.

1. Применение новых механизмов, сконструированных с учетом достижений механики, гидравлики, пневматики, а также комбинированных механизмов (пневмогидравлических, электромеханических).

2. Применение механизмов, построенных на новых физических принципах: магнитострикционные приводы, магнитные и газостатические опоры; их использование позволяет создавать конструкции с более высокими характеристиками. Магнитострикционные приводы дают возможность осуществлять микроперемещения.

3. Использование достижений смежных областей. Например, в станкостроении стали применять гидростатические и газостатические опоры для вращательного и поступательного перемещений.

4. Применение механотроники, т. е. систем и механизмов, сочетающих механику и электронику; это характерно для станков с

системами числового программного управления. Внедрение мехатроники коренным образом меняет традиционные решения. Например, в зубообрабатывающих станках кинематические цепи, состоящие из совокупности зубчатых колес, заменены электронными связями.

5. Замена ручного управления с помощью механических систем на электронную систему.

6. Совершенствование электропривода. Это позволяет существенно сократить механическую часть; применяя электропривод с бесступенчатым регулированием частоты вращения вала электродвигателя, можно исключать из конструкции машины коробки скоростей, коробки подач и другие передаточные механизмы. Такое резкое сокращение числа кинематических пар даст возможность повысить КПД и упростить конструкцию в целом.

7. Применение агрегатно-модульного принципа проектирования узлов машин. Это направление является наиболее общим, отражающим прогрессивную тенденцию компоновки из узлов, оформленных в самостоятельные единицы. Например, выполняется автономный привод с различными функциями или различной точностью и мощностью. Этот принцип компоновки позволяет не только мобильно изменять назначение и даже конструкцию всей машины, но и совершенствовать или изменять конструкцию отдельного узла, не затрагивая конструкцию машины в целом, сохраняя лишь требования присоединительных и габаритных размеров.

8. Использование различных методов для уменьшения или устранения износа деталей машин: применение аэростатики и гидростатики в опорах и направляющих, износостойких покрытий, накладных направляющих, разгрузка направляющих (в металлорежущих станках), защита узлов машин от загрязнения (попадания в трущиеся поверхности абразивного материала).

9. Повышение качества узлов, что является постоянным фактором, определяющим конкурентоспособность конструкции.

Для достижения требуемого уровня качества и надежности применяют различные средства, связанные как с конструкцией узла, так и с материалами и технологией, применяемыми при его изготовлении. Выбор оптимальных форм и размеров конструкции связан в первую очередь с их расчетом. В последние годы расширяется номенклатура применяемых материалов, особенно неметаллических, что позволяет получать новые характеристики узла.

Учитывая сложившиеся тенденции развития конструкций машин, не стоит удивляться, если вскоре мы встретим поезда без колес, которые будут мчаться с большой скоростью, но не по рельсам.

В металлорежущих станках не будет коробок скоростей и коробок подач (сколько металла будет сэкономлено!). Вращение с пе-

ременной угловой скоростью будет сообщаться непосредственно исполнительному органу (шпинделю станка); ротор электродвигателя станет шпинделем.

Из автомашин уберут двигатели внутреннего сгорания, по улицам будут ездить электромобили — жители всех городов скажут спасибо конструкторам нового поколения.

Механизмы, преобразующие вращение в поступательное перемещение (кривошипно-шатунные, кулисные и др.), доживают свой век. Уже сейчас в некоторых машинах (электropоездах, металлообрабатывающих станках) поступательное движение сообщается с помощью линейного двигателя прямого действия непосредственно исполнительному органу (поезду, столу или суппорту станка). В машине остаются двигатель и исполнительный механизм, исчезает передаточный механизм с его рычагами, зубчатыми колесами и ременными передачами.

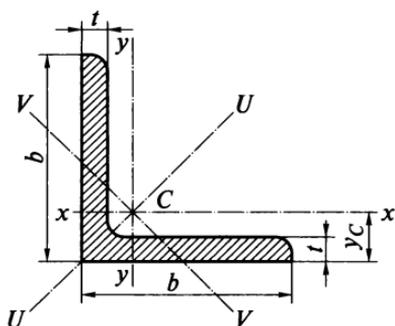
На первый взгляд, это фантастика. Но это наше будущее.

Так что удивительное — рядом, в этом тысячелетии, в новой технической эре.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509 – 93)

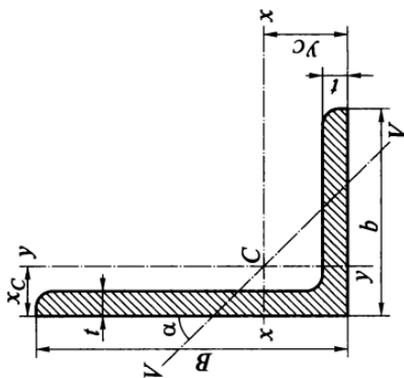


S — площадь поперечного сечения
 J — момент инерции
 i — радиус инерции
 y_c — координата центра тяжести сечения

| № уголка | Масса 1 пог. м, кг | Размеры | | S , см ² | J_{x^0} , см ⁴ | i_{x^0} , см | $J_{U_{\max}}$, см ⁴ | $i_{U_{\max}}$, см | $J_{U_{\min}}$, см ⁴ | $I_{U_{\min}}$, см | y_c , см |
|----------|--------------------|----------|----------|-----------------------|-----------------------------|----------------|----------------------------------|---------------------|----------------------------------|---------------------|------------|
| | | b , мм | t , мм | | | | | | | | |
| 5 | 3,05 | 50 | 4 | 3,89 | 9,21 | 1,54 | 14,6 | 1,94 | 3,80 | 0,99 | 1,38 |
| | 3,77 | | 5 | 4,80 | 11,2 | 1,53 | 17,8 | 1,92 | 4,63 | 0,98 | 1,42 |
| 5,6 | 3,44 | 56 | 4 | 4,38 | 13,1 | 1,73 | 20,8 | 2,18 | 5,41 | 1,11 | 1,52 |
| | 4,25 | | 5 | 5,41 | 16,0 | 1,72 | 25,4 | 2,16 | 6,59 | 1,10 | 1,57 |
| 6,3 | 3,90 | 63 | 4 | 4,96 | 18,9 | 1,95 | 29,9 | 2,45 | 7,81 | 1,25 | 1,69 |
| | 4,81 | | 5 | 6,13 | 23,1 | 1,94 | 36,6 | 2,44 | 9,52 | 1,25 | 1,74 |
| | 5,72 | | 6 | 7,28 | 27,1 | 1,93 | 42,9 | 2,43 | 11,2 | 1,24 | 1,78 |
| 7 | 5,38 | 70 | 5 | 6,86 | 31,9 | 2,16 | 50,7 | 2,72 | 13,2 | 1,39 | 1,90 |
| | 6,39 | | 6 | 8,15 | 37,6 | 2,15 | 59,6 | 2,71 | 15,5 | 1,39 | 1,94 |
| 7,5 | 5,80 | 75 | 5 | 7,39 | 39,5 | 2,31 | 62,6 | 2,91 | 16,4 | 1,49 | 2,02 |
| | 6,89 | | 6 | 8,78 | 46,6 | 2,30 | 73,9 | 2,90 | 19,3 | 1,48 | 2,06 |
| | 7,96 | | 7 | 10,1 | 53,3 | 2,29 | 84,6 | 2,89 | 22,1 | 1,48 | 2,10 |

| № уголка | Масса 1 пог. м, кг | Размеры | | S , см ² | J_x , см ⁴ | i_x , см | $J_{U_{\max}}$, см ⁴ | $i_{U_{\max}}$, см | $J_{U_{\min}}$, см ⁴ | $i_{U_{\min}}$, см | U_C , см |
|-------------|--------------------------|----------|----------|--------------------------|----------------------------|------------|-------------------------------------|------------------------|-------------------------------------|------------------------|---------------|
| | | b , мм | t , мм | | | | | | | | |
| 8 | 7,36 | 80 | 6 | 9,38 | 57,0 | 2,47 | 90,4 | 3,11 | 23,5 | 1,58 | 2,19 |
| | 8,51 | | 7 | 10,8 | 65,3 | 2,45 | 104 | 3,09 | 27,0 | 1,58 | 2,23 |
| 9 | 8,33 | 90 | 6 | 10,6 | 82,1 | 2,78 | 130 | 3,50 | 34,0 | 1,79 | 2,43 |
| | 9,64 | | 7 | 12,3 | 94,3 | 2,77 | 150 | 3,49 | 38,9 | 1,78 | 2,47 |
| | 10,9 | | 8 | 13,9 | 106 | 2,76 | 168 | 3,48 | 43,8 | 1,77 | 2,51 |
| 10 | 10,8 | 100 | 7 | 13,8 | 131 | 3,8 | 207 | 3,88 | 54,2 | 1,98 | 2,71 |
| | 12,2 | | 8 | 15,6 | 147 | 3,07 | 233 | 3,87 | 60,9 | 1,98 | 2,75 |
| | 15,1 | | 10 | 19,2 | 179 | 3,05 | 284 | 3,84 | 74,1 | 1,96 | 2,83 |
| | 17,9 | | 12 | 22,8 | 209 | 3,03 | 331 | 3,81 | 86,9 | 1,95 | 2,91 |
| 11 | 11,9 | 110 | 7 | 15,2 | 176 | 3,40 | 279 | 4,29 | 72,7 | 2,19 | 2,96 |
| | 13,5 | | 8 | 17,2 | 198 | 3,39 | 315 | 4,28 | 81,8 | 2,18 | 3,00 |
| 12,5 | 15,5 | 125 | 8 | 19,7 | 294 | 3,87 | 467 | 4,87 | 122 | 2,49 | 3,36 |
| | 17,3 | | 9 | 22,0 | 327 | 3,86 | 520 | 4,86 | 135 | 2,48 | 3,40 |
| | 19,1 | | 12 | 24,3 | 360 | 3,85 | 571 | 4,84 | 149 | 2,47 | 3,45 |
| | 22,7 | | 12 | 28,9 | 422 | 3,82 | 670 | 4,82 | 174 | 2,46 | 3,53 |

**Уголки стальные горячекатаные неравнополочные
(по ГОСТ 8510—86)**

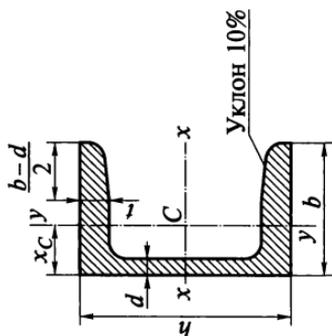


S — площадь поперечного сечения
 J — момент инерции
 i — радиус инерции
 x_C, y_C — координаты центра тяжести сечения

| № уголка | Масса 1 пог. м, кг | Размеры | | | $S, \text{ см}^2$ | $J_x, \text{ см}^4$ | $i_x, \text{ см}$ | $J_y, \text{ см}^4$ | $i_y, \text{ см}$ | $J_{V_{мин}}, \text{ см}^4$ | $i_{V_{мин}}, \text{ см}$ | $x_C, \text{ см}$ | $y_C, \text{ см}$ | $lg \alpha$ |
|----------|--------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|-----------------------------|---------------------------|-------------------|-------------------|-------------|
| | | $B, \text{ мм}$ | $b, \text{ мм}$ | $t, \text{ мм}$ | | | | | | | | | | |
| 4,5/2,8 | 1,68 | 45 | 28 | 3 | 2,14 | 4,41 | 1,48 | 1,32 | 0,79 | 0,72 | 0,61 | 0,64 | 1,47 | 0,387 |
| | 2,20 | | 4 | 2,80 | 5,68 | 1,42 | 1,69 | 0,78 | 1,02 | 0,60 | 0,60 | 0,68 | 1,51 | 0,379 |
| 5/3,2 | 1,90 | 50 | 32 | 3 | 2,42 | 6,18 | 1,60 | 1,99 | 0,91 | 1,18 | 0,70 | 0,72 | 1,60 | 0,403 |
| | 2,49 | | 4 | 3,17 | 7,98 | 1,59 | 2,56 | 0,90 | 1,52 | 0,69 | 0,69 | 0,76 | 1,65 | 0,401 |
| 5,6/3,6 | 2,81 | 56 | 36 | 4 | 3,58 | 11,37 | 1,78 | 3/70 | 1,02 | 2,19 | 0,78 | 0,84 | 1,82 | 0,406 |
| | 3,46 | | 5 | 4,41 | 13,82 | 1,77 | 4,48 | 1,01 | 2,65 | 0,78 | 0,78 | 0,88 | 1,87 | 0,404 |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-------|----|-----|-------|--------|-------|--------|-------|-------|------|------|------|-------|-------|
| 6,3/4,0 | 3,17 | 63 | 40 | 4 | 4,04 | 16,33 | 2,01 | 5,16 | 1,13 | 3,07 | 0,87 | 0,91 | 2,03 | 0,397 |
| | 3,91 | | | 5 | 4,98 | 19,91 | 2,00 | 6,26 | 1,12 | 3,73 | 0,86 | 0,95 | 2,08 | 0,396 |
| | 4,63 | | | 6 | 5,90 | 23,31 | 1,99 | 7,25 | 1,11 | 4,36 | 0,86 | 0,99 | 2,12 | 0,393 |
| | 6,03 | | | 8 | 7,68 | 29,60 | 1,96 | 9,15 | 1,09 | 5,58 | 0,85 | 1,07 | 2,20 | 0,386 |
| 7/4,5 | 4,39 | 70 | 45 | 5 | 5,59 | 27,76 | 2,23 | 9,05 | 1,27 | 5,34 | 0,98 | 1,05 | 2,28 | 0,406 |
| | 7,5/5 | 75 | 50 | 5 | 6,11 | 34,81 | 2,39 | 12,41 | 1,43 | 7,24 | 1,09 | 1,17 | 2,39 | 0,436 |
| 6 | | | | 7,25 | 40,92 | 2,38 | 14,00 | 1,42 | 8,48 | 1,08 | 1,21 | 2,44 | 0,435 | |
| 8 | | | | 9,47 | 52,38 | 2,35 | 18,52 | 1,40 | 10,87 | 1,07 | 1,29 | 2,52 | 0,430 | |
| 8/5 | 80 | 50 | 5 | 6,36 | 41,60 | 2,56 | 12,68 | 1,41 | 7,57 | 1,09 | 1,13 | 2,60 | 0,387 | |
| | | | 6 | 7,55 | 43,98 | 2,55 | 14,85 | 1,40 | 8,88 | 1,08 | 1,17 | 2,65 | 0,386 | |
| 9/5,6 | 90 | 56 | 5 | 7,86 | 65,28 | 2,88 | 19,67 | 1,58 | 11,77 | 1,22 | 1,26 | 2,92 | 0,384 | |
| | | | 6 | 8,54 | 70,58 | 2,88 | 21,22 | 1,58 | 12,70 | 1,22 | 1,28 | 2,95 | 0,384 | |
| | | | 8 | 11,18 | 90,87 | 2,85 | 27,08 | 1,56 | 16,29 | 1,21 | 1,36 | 3,04 | 0,380 | |
| 10/6,3 | 100 | 63 | 6 | 9,58 | 98,29 | 3,20 | 30,58 | 1,79 | 18,20 | 1,38 | 1,42 | 3,23 | 0,393 | |
| | | | 7 | 11,09 | 112,86 | 3,19 | 34,99 | 1,78 | 20,83 | 1,37 | 1,46 | 3,28 | 0,392 | |
| | | | 8 | 12,57 | 126,96 | 3,18 | 39,21 | 1,77 | 23,38 | 1,36 | 1,50 | 3,32 | 0,391 | |
| | | | 10 | 15,47 | 153,95 | 3,15 | 47,18 | 1,75 | 28,34 | 1,35 | 1,58 | 3,40 | 0,387 | |
| 11/7 | 110 | 70 | 6,5 | 11,45 | 142,42 | 3,53 | 45,61 | 2,00 | 26,94 | 1,53 | 1,58 | 3,55 | 0,402 | |
| | | | 8 | 13,93 | 171,54 | 3,51 | 54,64 | 1,98 | 32,31 | 1,52 | 1,64 | 3,61 | 0,400 | |
| 12,5/8 | 125 | 80 | 7 | 14,06 | 226,53 | 4,01 | 73,73 | 2,29 | 43,40 | 1,76 | 1,80 | 4,01 | 0,407 | |
| | | | 8 | 15,98 | 255,62 | 4,00 | 80,95 | 2,28 | 48,82 | 1,75 | 1,84 | 4,05 | 0,406 | |
| | | | 10 | 19,70 | 311,61 | 3,98 | 100,47 | 2,26 | 59,33 | 1,74 | 1,92 | 4,14 | 0,404 | |
| | | | 12 | 23,36 | 364,79 | 3,95 | 110,84 | 2,24 | 69,47 | 1,72 | 2,00 | 4,22 | 0,400 | |
| 14/9 | 140 | 90 | 8 | 18,00 | 363,68 | 4,49 | 119,79 | 2,58 | 70,27 | 1,98 | 2,03 | 4,49 | 0,411 | |
| | | | 10 | 22,24 | 444,45 | 4,47 | 145,54 | 2,58 | 85,51 | 1,96 | 2,12 | 4,58 | 0,409 | |

Швеллеры стальные горячекатаные
(по ГОСТ 8240—97)

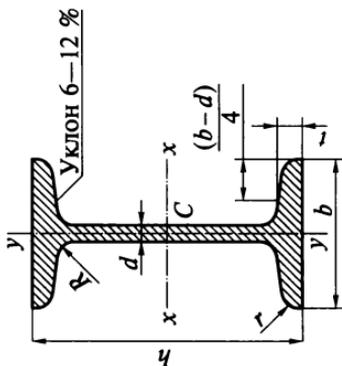


S — площадь поперечного сечения
 J — момент инерции
 W — момент сопротивления
 i — радиус инерции
 x_C — координата центра тяжести сечения

| № швеллера | Масса I пог. м, кг | Размеры | | | | $S, \text{ см}^2$ | $J_x, \text{ см}^4$ | $W_x, \text{ см}^3$ | $i_x, \text{ см}$ | $J_y, \text{ см}^4$ | $W_y, \text{ см}^3$ | $i_y, \text{ см}$ | $x_C, \text{ см}$ |
|------------|--------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| | | $h, \text{ мм}$ | $b, \text{ мм}$ | $d, \text{ мм}$ | $t, \text{ мм}$ | | | | | | | | |
| 5У | 4,84 | 50 | 32 | 4,4 | 7,0 | 6,16 | 22,8 | 9,10 | 1,92 | 5,61 | 2,75 | 0,95 | 1,16 |
| 6,5У | 5,90 | 65 | 36 | 4,4 | 7,2 | 7,51 | 48,6 | 15,0 | 2,54 | 8,70 | 3,68 | 1,08 | 1,24 |
| 8У | 7,05 | 80 | 40 | 4,5 | 7,4 | 8,98 | 89,4 | 22,4 | 3,16 | 12,8 | 4,75 | 1,19 | 1,31 |
| 10У | 8,59 | 100 | 46 | 4,5 | 7,6 | 10,9 | 174 | 34,8 | 3,99 | 20,4 | 6,46 | 1,37 | 1,44 |
| 12У | 10,4 | 120 | 52 | 4,8 | 7,8 | 13,3 | 304 | 50,6 | 4,78 | 31,2 | 8,52 | 1,53 | 1,54 |
| 14У | 12,3 | 140 | 58 | 4,9 | 8,1 | 15,6 | 491 | 70,2 | 5,60 | 45,4 | 11,0 | 1,70 | 1,67 |
| 16У | 14,2 | 160 | 64 | 5,0 | 8,4 | 18,1 | 747 | 93,4 | 6,42 | 63,3 | 13,8 | 1,87 | 1,80 |

| | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|-----|-----|-----|------|------|-------|-----|------|------|------|------|------|
| 16aY | 15,3 | 160 | 68 | 5,0 | 9,0 | 19,5 | 823 | 103 | 6,49 | 78,8 | 16,4 | 2,01 | 2,00 |
| 18Y | 16,3 | 180 | 70 | 5,1 | 8,7 | 20,7 | 1090 | 121 | 7,24 | 86,0 | 17,0 | 2,04 | 1,94 |
| 18aY | 17,4 | 180 | 74 | 5,1 | 9,3 | 22,2 | 1190 | 132 | 7,32 | 105 | 20,0 | 2,18 | 2,13 |
| 20Y | 18,4 | 200 | 76 | 5,2 | 9,0 | 23,4 | 1520 | 152 | 8,07 | 113 | 20,5 | 2,20 | 2,07 |
| 22Y | 21,0 | 220 | 82 | 5,4 | 9,5 | 26,7 | 2110 | 192 | 8,89 | 151 | 25,1 | 2,37 | 2,21 |
| 24Y | 24,0 | 240 | 90 | 5,6 | 10,0 | 30,6 | 2900 | 242 | 9,73 | 208 | 31,6 | 2,60 | 2,42 |
| 27Y | 27,7 | 270 | 95 | 6,0 | 10,5 | 35,2 | 4160 | 308 | 10,9 | 262 | 37,3 | 2,73 | 2,47 |
| 30Y | 31,8 | 300 | 100 | 6,5 | 11,0 | 40,5 | 5810 | 387 | 12,0 | 327 | 43,6 | 2,84 | 2,52 |
| 33Y | 36,5 | 330 | 105 | 7,0 | 11,7 | 46,5 | 7980 | 484 | 13,1 | 410 | 51,8 | 2,97 | 2,59 |
| 36Y | 41,9 | 360 | 110 | 7,5 | 12,6 | 53,4 | 10820 | 601 | 14,2 | 513 | 61,7 | 3,10 | 2,68 |
| 40Y | 48,3 | 400 | 115 | 8,0 | 13,5 | 61,5 | 15220 | 761 | 15,7 | 642 | 73,4 | 3,23 | 2,75 |

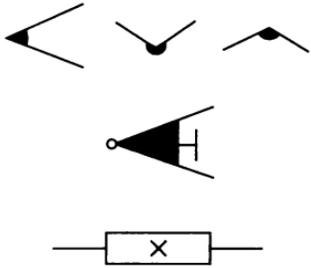
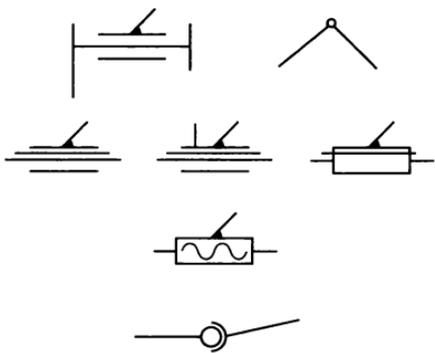
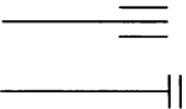
**Двутавры стальные горячекатаные
(по ГОСТ 8239 — 89)**

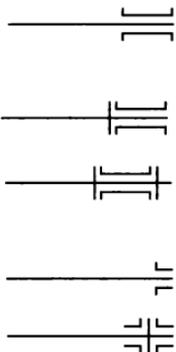
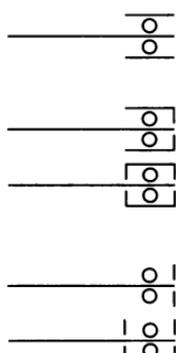
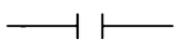
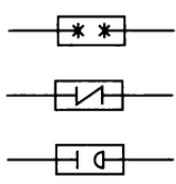
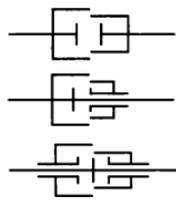


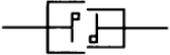
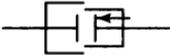
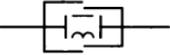
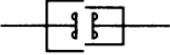
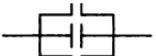
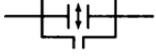
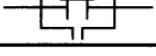
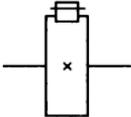
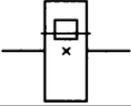
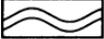
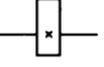
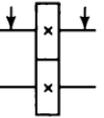
S — площадь поперечного сечения
 J — момент инерции
 W — момент сопротивления
 i — радиус инерции

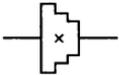
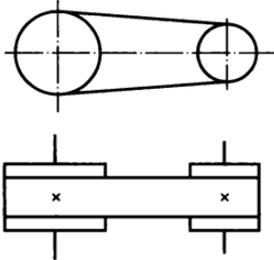
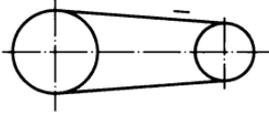
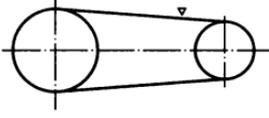
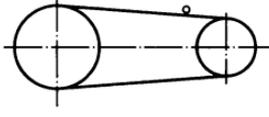
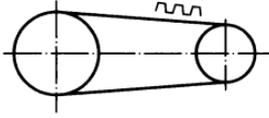
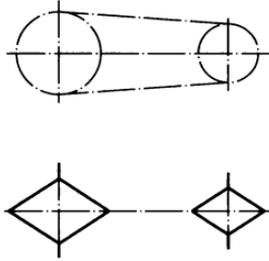
| № двутавра | Размеры, мм | | | | | | $S, \text{ см}^2$ | Масса 1 м, кг | $J_x, \text{ см}^4$ | $W_x, \text{ см}^3$ | $i_x, \text{ см}$ | $J_y, \text{ см}^4$ | $W_y, \text{ см}^3$ | $i_y, \text{ см}$ |
|------------|-------------|-----|-----|-----|------|-----|-------------------|------------------|---------------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|-------------------|
| | h | b | d | t | R | r | | | | | | | | |
| 10 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 7,0 | 2,5 | 12,0 | 9,46 | 198 | 39,7 | 4,06 | 17,9 | 6,49 | 1,22 |
| 12 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 7,5 | 3,0 | 14,7 | 11,50 | 350 | 58,4 | 4,88 | 27,9 | 8,72 | 1,38 |
| 14 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 8,0 | 3,0 | 17,4 | 13,70 | 572 | 81,7 | 5,73 | 41,9 | 11,50 | 1,55 |
| 16 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 8,5 | 3,5 | 20,2 | 15,90 | 873 | 109,0 | 6,57 | 58,6 | 14,50 | 1,70 |
| 18 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 9,0 | 3,5 | 23,4 | 18,40 | 1290 | 143,0 | 7,42 | 82,6 | 18,40 | 1,88 |
| 20 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 9,5 | 4,0 | 26,8 | 21,00 | 1840 | 184,0 | 8,28 | 115,0 | 23,10 | 2,07 |
| 22 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 10,0 | 4,0 | 30,6 | 24,00 | 2550 | 232,0 | 9,13 | 157,0 | 28,60 | 2,27 |

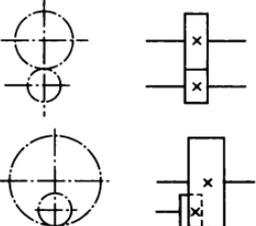
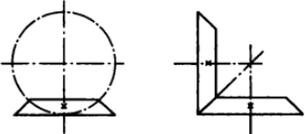
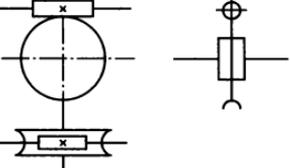
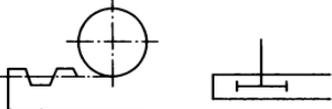
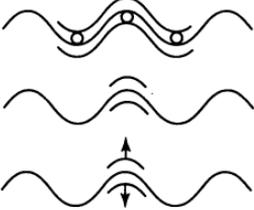
**Обозначения условные графические в схемах.
Элементы кинематики
(по ГОСТ 2.770—68*)**

| Наименование | Условные обозначения |
|--|---|
| Вал, ось, стержень |  |
| Неподвижное звено (для указания неподвижности любого звена часть его контура покрывают штриховкой) |  |
| Соединение частей звена: неподвижное неподвижное, допускающее регулировку неподвижное соединение детали с валом, стержнем |  |
| Кинематическая пара: вращательная поступательная винтовая сферическая (шаровая) |  |
| Подшипники скольжения и качения на валу без уточнения типа: радиальные упорные |  |

| Наименование | Условные обозначения |
|---|---|
| <p>Подшипники скольжения:</p> <p>радиальные</p> <p>радиально-упорные: односторонние</p> <p>двусторонние</p> <p>упорные: односторонние</p> <p>двусторонние</p> |  |
| <p>Подшипники качения:</p> <p>радиальные</p> <p>радиально-упорные: односторонние</p> <p>двусторонние</p> <p>упорные: односторонние</p> <p>двусторонние</p> |  |
| <p>Муфта (общее обозначение без уточнения типа)</p> |  |
| <p>Муфта нерасцепляемая (неуправляемая):</p> <p>глухая</p> <p>упругая</p> <p>компенсирующая</p> |  |
| <p>Муфта сцепляемая (управляемая):</p> <p>общего назначения</p> <p>односторонняя</p> <p>двусторонняя</p> |  |

| Наименование | Условные обозначения |
|--|--|
| Муфта сцепляемая механическая: синхронная (например, зубчатая) асинхронная (например, фрикционная) |   |
| Муфта сцепляемая электрическая |  |
| Муфта сцепляемая гидравлическая или пневматическая |  |
| Муфта автоматическая (самодействующая): общего назначения обгонная (свободного хода) центробежная фрикционная предохранительная с разрушающимся элементом |     |
| Тормоз (общее обозначение без уточнения типа) |  |
| Храповые зубчатые механизмы: с наружным зацеплением односторонние с внутренним зацеплением односторонние |   |
| Кулачки плоские: продольного перемещения вращающиеся |     |
| Передачи фрикционные с цилиндрическими роликами |  |

| Наименование | Условные обозначения |
|---|---|
| Шкив ступенчатый, закрепленный на валу |  |
| Передача ремнем без уточнения типа ремня |  |
| Передача плоским ремнем |  |
| Передача клиновидным ремнем |  |
| Передача круглым ремнем |  |
| Передача зубчатым ремнем |  |
| Передача цепью, общее обозначение без уточнения типа цепи |  |

| Наименование | Условные обозначения |
|--|---|
| <p>Передачи зубчатые цилиндрические (без уточнения типа зубьев): внешнее зацепление</p> <p>внутреннее зацепление</p> |  |
| <p>Передачи зубчатые с пересекающимися валами: конические без уточнения типа зубьев</p> |  |
| <p>Передачи зубчатые со скрещивающимися валами: червячные с цилиндрическим червяком</p> |  |
| <p>Передачи зубчатые реечные, без уточнения типа зубьев</p> |  |
| <p>Передачи зубчатым сектором без уточнения типа зубьев</p> |  |
| <p>Винт, передающий движение</p> |  |
| <p>Винт — гайка качения</p> <p>Винт — гайка скольжения: гайка неразъемная</p> <p>гайка разъемная</p> |  |
| <p>Электродвигатель</p> |  |
| <p>Насос (без уточнения типа)</p> |  |

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аркуша А. И.* Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов : учеб. пособие / А. И. Аркуша. — М. : Высш. шк., 2002. — 354 с.
2. *Аркуша А. И.* Руководство к решению задач по теоретической механике : учеб. пособие / А. И. Аркуша. — М. : Высш. шк., 2002. — 354 с.
3. *Вереина Л. И.* Техническая механика : учебник / Л. И. Вереина, М. М. Краснов. — М. : Издательский центр «Академия», 2004. — 288 с.
4. *Ицкович Г. М.* Сопротивление материалов : учебник / Г. М. Ицкович. — М. : Высш. шк., 2001. — 386 с.
5. *Материаловедение и технология металлов* / [Г. П. Фетисов, М. Г. Карпман, В. С. Гаврилюк и др.]. — М. : Высш. шк., 2000. — 638 с.
6. *Решетов Д. Н.* Детали машин : справочник / Д. Н. Решетов. — М. : Машиностроение, 1989. — 496 с.
7. *Эрдеди А. А.* Детали машин : учебник / А. А. Эрдеди, Н. А. Эрдеди. — 3-е изд., испр. и доп. — М. : Издательский центр «Академия», 2003. — 288 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|------------|
| Основные используемые обозначения | 3 |
| Введение | 4 |
| Раздел 1. Теоретическая механика | 6 |
| 1.1. Основные понятия и аксиомы статики | 6 |
| 1.2. Связи и их реакции | 9 |
| 1.3. Плоская система сил | 12 |
| 1.4. Элементы теории трения | 22 |
| 1.5. Пространственная система сил | 25 |
| 1.6. Определение центра тяжести | 31 |
| 1.7. Кинематика точки | 36 |
| 1.8. Простейшие движения твердого тела | 43 |
| 1.9. Законы динамики, уравнения движения материальной точки, принцип Д'Аламбера | 48 |
| 1.10. Силы, действующие на точки механической системы | 52 |
| 1.11. Теорема о движении центра масс механической системы | 53 |
| 1.12. Работа силы | 56 |
| 1.13. Мощность | 60 |
| 1.14. Коэффициент полезного действия | 60 |
| Раздел 2. Основы сопротивления материалов | 62 |
| 2.1. Основные понятия | 62 |
| 2.2. Растяжение и сжатие | 64 |
| 2.3. Основные механические характеристики материалов | 70 |
| 2.4. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии | 71 |
| 2.5. Срез и смятие | 73 |
| 2.6. Кручение | 75 |
| 2.7. Прямой изгиб | 80 |
| 2.8. Определение перемещений при изгибе способом Верещагина | 97 |
| 2.9. Расчет бруса на совместное действие кручения и изгиба | 99 |
| 2.10. Прочность при динамических нагрузках | 100 |
| 2.11. Устойчивость при осевом нагружении стержня | 102 |
| 2.12. Раскрытие статической неопределимости стержневых систем | 103 |
| Раздел 3. Детали и механизмы машин | 114 |
| 3.1. Машины и их основные элементы | 114 |
| 3.2. Основные критерии работоспособности и расчета деталей машин | 117 |

| | |
|--|-----|
| 3.3. Машиностроительные материалы | 123 |
| 3.4. Детали вращательного движения | 127 |
| 3.5. Корпусные детали | 128 |
| 3.6. Пружины и рессоры | 131 |
| 3.7. Неразъемные соединения деталей | 132 |
| 3.8. Разъемные соединения деталей | 149 |
| 3.9. Подшипники скольжения | 159 |
| 3.10. Подшипники качения | 163 |
| 3.11. Муфты | 165 |
| 3.12. Фрикционные передачи | 169 |
| 3.13. Ременные передачи | 171 |
| 3.14. Зубчатые передачи | 172 |
| 3.15. Червячные передачи | 177 |
| 3.16. Цепные передачи | 178 |
| 3.17. Передача винт — гайка скольжения | 181 |
| 3.18. Передача винт—гайка качения | 185 |
| 3.19. Реечные передачи | 186 |
| 3.20. Кривошипно-шатунные механизмы | 188 |
| 3.21. Кулисные механизмы | 189 |
| 3.22. Кулачковые механизмы | 190 |
| 3.23. Общие сведения о редукторах | 192 |

Раздел 4. Повышение механических свойств материалов и конструкций 195

| | |
|--|-----|
| 4.1. Основные способы повышения механических свойств | 195 |
| 4.2. Упрочняющая обработка пластическим деформированием | 195 |
| 4.3. Повышение износостойкости поверхностных слоев | 198 |
| 4.4. Поверхностные покрытия | 199 |
| 4.5. Упрочнение поверхностных слоев химико-термической обработкой | 200 |
| 4.6. Упрочнение ходовых винтов | 201 |

Заключение. Тенденции развития конструкций машин и механизмов 203

Приложения

| | |
|--|-----|
| 1. Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509—93) | 206 |
| 2. Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510—86) | 208 |
| 3. Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240—89) | 210 |
| 4. Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239—89) | 212 |
| 5. Обозначения условные графические в схемах. Элементы кинематики (по ГОСТ 2.770—68*) | 213 |
| Список литературы | 218 |

Учебное издание

Верейна Людмила Ивановна

Техническая механика

Учебник

10-е издание, стереотипное

Редактор *И. И. Феоктистова*

Технический редактор *О. Н. Крайнова*

Компьютерная верстка: *Л. М. Беляева*

Корректоры *Н. С. Потемкина, Е. А. Зубкова*

Изд. № 110100172. Подписано в печать 25.11.2014. Формат 60 × 90/16.
Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Бумага офс. № 1. Усл. печ. л. 14,0.
Тираж 1 200 экз. Заказ № 2718.

ООО «Издательский центр «Академия». www.academia-moscow.ru
129085, Москва, пр-т Мира, 101В, стр. 1.

Тел./факс: (495) 648-0507, 616-00-29.

Санитарно-эпидемиологическое заключение № РОСС RU. АЕ51. Н 16591 от 29.04.2014.

Отпечатано в филиале «Тверской полиграфический комбинат
детской литературы» ОАО «Издательство «Высшая школа»

170040, г. Тверь, проспект 50 лет Октября, д. 46

Тел.: +7 (4822) 44-85-98. Факс: +7 (4822) 44-61-51